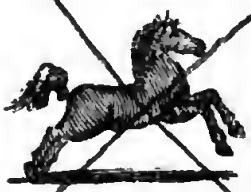
BIBLIOTECA PROVINCIALE



Armadio IX

Palchetto 4

Num.° d' ordine 13

NAZIONALE
B. Prov.
I
1128
R. BIBLIOTECA
VITT. EM. III
NAPOLI

12-F-28

B. C.
I
1128-29

COURS PRATIQUE

DE COMMERCE,

A L'USAGE

DES AGRICULTEURS, FABRICANS
ET NÉGOCIANS.

ENSEIGNEMENT DU COMMERCE

DIVISÉ EN SIX COURS,

Qui se font chez le professeur, rue des Saints-Pères, n° 1214, *faubourg Germain, près celle Guillaume.*

1er Cours. Mathématiques appliquées aux opérations du commerce.

2e Cours. Opérations de Banque, monnoies étrangères, arbitrages.

3e Cours. Comptabilité et écritures du commerce, Tenue des livres.

4e Cours. Matières premières et tissus, art de faire les tissus ; lieux de production et de fabrique.

5e Cours. Jurisprudence commerciale, lois qui ont rapport au commerce.

6e Cours. Géographie commerçante.

609315

COURS PRATIQUE
DE COMMERCE,

A L'USAGE

DES AGRICULTEURS, FABRICANS ET NÉGOCIANS,

OU

LES MATHÉMATIQUES appliquées aux Opérations élémentaires de Commerce ou de Circulation, servant d'Introduction au Cours des Opérations de Banque.

PRÉCÉDÉ

DE Notions essentielles sur le Commerce, les Papiers de Crédit, les Finances, les Mesures anciennes et nouvelles; d'un Tableau des Connoissances Humaines et d'un Tableau pour les Arts et Métiers, etc.

PAR J. NEVEU,

Homme de Loi, Professeur de Mathématiques, Membre du Lycée des Arts, nommé Professeur de Commerce par le Comité d'Instruction Publique du Département de la Seine.

TOME PREMIER.

DE L'IMPRIMERIE DE GUILLEMINET.

A PARIS,

Chez { DEBRAY, Libraire, place du Musée Central des Arts, n° 9.
L'AUTEUR, rue des Saints-Pères, n° 1214.
MARADAN, Libraire, rue Pavée S. André-des-Arcs, n° 16.

On trouve aux mêmes adresses

LE COURS THÉORIQUE ET PRATIQUE DES OPÉRATIONS DE BANQUE.

AN XI — 1802.

ÉPÎTRE
DÉDICATOIRE.

Agriculteurs qui tirez du sein de la terre les alimens et les matières premières des travaux utiles!

Manufacturiers qui en augmentez la valeur en les disposant aux différens usages auxquels elles sont propres!

Commerçans qui en procurez la vente, tant dans l'intérieur que chez l'étranger, de qui vous apportez en échange, ou des espèces ou d'autres marchandises!

C'est à vous, c'est à ceux qui se des-

tinent à suivre votre carrière honorable et productive à tous les gouvernemens, que je dédie cet ouvrage et ceux qui lui succéderont, sous les titres suivans :

Cours de Jurisprudence Commerciale.
Cours de Comptabilité et Écritures du Commerce.

Je serai bien dédommagé de mes soins et de mes veilles, si vous souriez à mon zèle, et si vous approuvez mes efforts à remplir la tâche que je me suis imposée pour diriger cette partie d'instruction publique.

Salut, estime et amitié.

Jone Neveu.

AVERTISSEMENT.

Le premier j'ai fait, dans cette commune, des cours publics et gratuits sur les opérations du commerce, tant au Collége des Quatre-Nations qu'au Lycée des Arts. Mes cours eurent un grand succès; et, le 2 ventôse de l'an 2, le comité d'instruction publique du département de la Seine, séant audit Collége, et composé de ce que la France avoit de plus distingué parmi les savans, [1] me nomma professeur pour la chaire de commerce dont on demanderoit l'établissement.

Depuis ce temps, la législation a établi l'instruction publique, et elle a oublié cette chaire; cependant le commerce est l'occupation de tous dans une république, de quelque côté qu'on l'envisage, et il devient brigandage lorsqu'il n'est point établi sur des bases fixes et invariables, sur les vraies notions des élémens qui doivent le constituer. Sans doute elle va la mettre en activité, d'après l'étendue de nos surprenantes victoires qui, en bornant la France par les fleuves et les mers, ont rendu la commune de Paris le centre du commerce des deux mondes, et notre république l'objet de l'ambition de tous les commerçans de l'univers.

Dans l'ouvrage que j'ai donné au public sous le titre de *Cours théorique et pratique des opérations de*

[1] Il suffit de nommer Lagrange, Daubenton, Fourcroy, Berthollet, Monge, etc., etc.

Banque et des nouveaux Poids et Mesures, le premier composé d'après le nouveau système, et plus complet qu'aucun des anciens pour les opérations de banque et le nombre des places avec lesquelles les banquiers travaillent, j'apprends aux élèves le parti honorable et lucratif que tout spéculateur honnête peut tirer, sans nuire à autrui, de la variation du cours des changes, produite par les événemens journaliers du commerce.

Mes opérations sur le pair des monnoies peuvent guider dans les changemens utiles des titres.

Mes calculs sur la parité des changes ne sont pas étrangers à la politique des gouvernemens; c'est par elle que l'on juge si la grande famille gagne plus qu'elle ne dépense dans la balance du commerce.

Mon tableau de correspondance de l'ancien et du nouveau style est fort utile aux liquidateurs de la dette publique.

Jusqu'à l'an 7, les ouvrages sur les poids et mesures du système s'étoient bornés à donner l'usage des tables, (ce sont des comptes-faits) l'élève se demandoit inutilement comment on les avoit construites. Il n'en est plus ainsi maintenant : par huit tableaux, que l'élève peut composer lui-même, j'ai dévoilé ce qui étoit peu compréhensible, rendu familière la partie savante du système, et résolu les questions qu'on peut proposer sur cette partie.

Cet ouvrage, apprécié, tient aux mathématiques par les calculs, et à l'économie politique par les résultats.

Mes bases, prises sur les données de l'institut, portoient la valeur du mètre à . . 443 lignes, 441, etc.

Par la loi du 19 frimaire an 8,
il est fixé irrévocablement à . . 443 lignes, 296, etc.

Différence, 145 m. de l.

valeur presque insensible dans les opérations du commerce ou de la circulation.

Il faut convenir que ce Cours de Banque, pour être compris facilement, suppose la connoissance des opérations élémentaires de l'arithmétique, proportions, règles de trois, etc.; tel est le but de ce nouvel ouvrage, qui lui sert d'introduction. Il est tellement suivi et si bien gradué, que l'élève laborieux, à l'aide du cours public seulement, et sans autre maître particulier, peut parvenir de lui-même, en peu de temps, au dernier degré de difficulté d'une opération élémentaire quelconque. C'est au lecteur à juger si j'ai atteint le but.

Je n'ai pu innover en principes; mais je les ai posés à leur place en les faisant suivre d'applications. Déjà j'ai évité les dégoûts d'une étude au moins inutile sans cet ordre; car le grand art, en enseignant, est de donner à la mémoire ce qu'il faut, rien que ce qu'il faut, pas plus qu'il ne faut : c'est au raisonnement à faire le reste. Après quelques exemples analysés, j'ai prescrit des règles générales déjà senties, et vîte plusieurs opérations à faire où toutes les difficultés sur l'objet se trouvent réunies; les réponses établies servent de guide aux élèves.

Mon procédé analytique sur les questions de la règle de trois directe et composée les simplifie extrêmement

quant à la position des termes, et abrége souvent les solutions.

Les fractions ordinaires et décimales y sont traitées de manière à ne laisser rien à desirer.

L'alliage est traité suivant les anciens et les nouveaux titres.

Les intérêts et les escomptes sont aussi résolus d'une manière plus simple, par des analogies que l'élève pourra pousser au-dessus ou au-dessous des données ordinaires.

Les questions d'intérêt composé sur l'annuité, dans lesquelles l'arithmétique ordinaire est insuffisante, sont résolues à l'aide d'une formule algébrique mise à la portée des élèves et appliquée aux besoins des gouvernemens.

Comme les nouveaux poids et mesures exigent de connoître ce qu'on entend par carrés et cubes, je n'ai pu m'abstenir de traiter de la deuxième et troisième puissance, tant pour l'évaluation des terrains que pour l'estimation des corps solides.

Les progressions arithmétiques et géométriques donnent aussi des applications utiles et conduisent aux logarithmes.

J'ai cru avantageux de donner aux élèves :

1° Une définition du commerce en général et de ses diverses branches, des papiers de crédit, de la balance du commerce, suivie de considérations historiques sur le commerce des nations et sur celui de la France, sur les finances publiques ou nationales.

2° Une introduction générale et historique aux mathématiques, une idée des périodes, cycles, épactes,

indictions, lettres dominicales, chronologie historique des temps, etc.

Ces objets, présentés par extraits, piqueront la curiosité des lecteurs, et les engageront à les étudier dans les sources ; l'Encyclopédie, J. J. Rousseau, Savari, Montuela, Juvénel de Carlancas, Dulague, et tant d'autres qui ont écrit sur l'économie politique et sur les progrès des sciences et des arts.

Après avoir traité les opérations de calcul convenablement au nouveau système, j'ai conservé le type de l'ancien, par le double rapport de présenter les avantages du nouveau, et par la raison que l'accueil favorable que les étrangers ont fait à mon premier ouvrage, dont ils ont presque épuisé l'édition, mettant celui-ci dans le cas de voyager, il convenoit que chacun pût s'y reconnoître, tandis qu'il est de l'intérêt du gouvernement que cet objet fabriqué en France puisse en sortir pour propager le nouveau système des poids et mesures.

J'ai joint à cet ouvrage le tarif des matières et effets à employer pour chaque objet à confectionner pour le service des troupes : cet objet le rend utile aux entrepreneurs de cette partie du service militaire. J'ai conservé les anciens poids et mesures, avec la réduction en nouveaux poids et mesures.

Plus, un état des prix approximatifs par lesquels les négocians peuvent traiter avec les étrangers qui arrivent ou sont amenés dans les ports de la république : ce travail servira à donner aux élèves une teinture des objets d'importation. J'ai aussi conservé les anciennes

dénominations, et les ai converties dans les nouvelles.

On y trouvera beaucoup d'autres objets d'utilité qu'il seroit trop long d'énumérer ici; on peut recourir à la table des matières.

Nota. Première valeur du quart du méridien, donnée par l'Institut..... 5132430 toises.

En remontant de la valeur du mètre, d'après la loi du 19 frimaire an 8, au quart du méridien, on trouve, en ajoutant les décimales supprimées, 4432959360 lignes, qui, réduites en toises, font..... 5130740

Ce qui produit une différence de ..... 1690 toises sur la première valeur annoncée par l'Institut.

Mes tableaux de correspondance des nouveaux poids et mesures aux anciens, sont établis sur les données de la loi nouvelle de l'an 8.

Les anciens et l'Académie des Sciences comptoient le boisseau de Paris de 640 pouces cubes, et la pinte de 48 *id.*

La commission des poids et mesures les a vérifiés en l'an 7, de 655,78 et de 46,95.

Le système des poids et mesures tient aux opérations les plus élémentaires. En effet, le quart du méridien étant donné en toises, il ne faut que le réduire en lignes, et retrancher du produit sept chiffres sur la droite, ce qui donne la dix-millionnième partie; on aura l'unité de mesure, ou le mètre avec ses décimales. (*Voyez* Cours des Opérations de Banque, chap. IX.) Quant au calcul du quart du méridien, nous le tenons de confiance, des savans salariés par la nation; et ce travail appartient à la trigonométrie rectiligne, encore partie élémentaire.

Ayant l'unité de mesure, on calcule les multiples et

les fractions des autres mesures par des multiplications et des divisions, qui prennent le nom de carrés, de cubes et de réductions, comme nous le verrons dans le cours de l'ouvrage.

Les mesures de poids tiennent à la fabrique d'un instrument, ou à une expérience; et la loi du 19 frimaire an 8, qui fixe irrévocablement le kilogramme, ayant omis de nous donner son poids, j'y ai suppléé.

Le calcul arithmétique n'est que le résultat des opérations du commerce ou de la circulation sur les denrées et les marchandises. La science du commerce embrasse particulièrement la connoissance des matières premières et des tissus, l'art de faire les tissus, les lieux de production et de fabrique; c'est l'objet du second volume, formant la seconde partie du Cours Pratique de Commerce.

VUES GÉNÉRALES.

L'enseignement du commerce n'a jamais été indiqué dans les livres élémentaires; on s'est borné jusqu'à présent à donner la connoissance des opérations de calcul: le reste, disoit-on, s'apprendra par l'usage ou par la lecture des ouvrages faits sur cette partie. On ne faisoit pas attention qu'alors, non seulement cette étude devenoit celle de la vie entière par le vague d'une instruction qui ne précisoit rien; mais encore qu'on ne pouvoit former que des hommes à connoissances partielles, chacun se bornant à celles que nécessitoit son commerce ou celui de ses pères, et peu se donnant la peine de parcourir des *in-folio* où l'on pouvoit puiser des connoissances générales.

La constitution nouvelle de l'état, appelant tous les hommes à parvenir aux premiers emplois de la république, il est essentiel que tous puissent sortir de la route étroite où conduisoit l'ancienne instruction, et soient guidés dans les recherches à faire pour y parvenir : tel est le but que je me suis proposé en composant cinq cours, dans lesquels chaque partie de l'opération générale du commerce sera isolée, et plus facile à retenir, toutes les branches de l'économie politique y étant analysées.

Puisse mon travail et mes recherches donner à mes jeunes concitoyens le goût d'une étude qui, en même temps qu'elle est indispensable pour leur intérêt particulier, tourne directement à l'avantage de la république !

Le second volume sera suivi d'une table des matières par ordre alphabétique.

ABRÉVIATIONS

CONTENUES DANS CE COURS.

— signifie moins.
+..... plus.
×..... multiplier par.
d..... diviser par.
=..... égal.
p.$\frac{0}{0}$..... pour cent.
p.$\frac{00}{0}$..... pour mille.
p.$\frac{00}{00}$..... pour dix mille.
: ..... est à
:: ..... comme } dans les proportions géométriques.
9°..... 9 degrés.
4′..... 4 minutes.
3″..... 3 secondes.
fr..... Franc.
d..... décimes.
c..... centimes. } franctions du franc.
m..... mètre..... unité.
d|m..... décimètre.
c|m..... centimètre.
m|m..... millimètre. } fractions de l'unité.
d.m..... décamètre.
h.m..... hectomètre.
k.m..... kilomètre.
m.m..... myriamètre. } multiples de l'unité.
l..... litre..... unité.
d|l..... décilitre.
c|l..... centilitre. } fractions de l'unité.
d.l..... décalitre.
h.l..... hectolitre.
k.l..... kilolitre.
m.l..... myrialitre. } multiples de l'unité.

g. signifie gramme..... unité.

d|g..... décigramme. } fractions de l'unité.
c|g..... centigramme. }

d.g..... décagramme. }
h.g..... hectogramme. } multiples de l'unité.
k.g..... kilogramme. }
m.g..... myriagramme. }

a..... are..... unité.

d|a..... déciare. } fractions de l'unité.
c|a..... centiare. }

d.a..... décare. }
h.a..... hectare. } multiples de l'unité.
k.a..... kilare. }
m.a..... myriare. }

s..... stère..... unité.
d|s..... décistère.. fraction de l'unité.

$\sqrt{\ }$ ou $\sqrt[2]{\ }$ signifie racine carrée.

$\sqrt[3]{\ }$ ..... racine cube.

$\overline{8}^{2}$..... huit à élever au carré.

$\overline{5}^{3}$..... cinq à élever au cube.

R..... Réponse.

Les nombres que l'on trouve entre deux parenthèses sont destinés à indiquer à quel numéro on doit aller chercher la démonstration de la proposition sur laquelle on s'appuie dans ces endroits. A l'égard des numéros, ils sont au commencement des alinea.

COURS PRATIQUE
DE COMMERCE,

A L'USAGE

DES AGRICULTEURS, FABRICANS ET NÉGOCIANS.

DÉFINITION DU COMMERCE.

LE COMMERCE est une branche de l'économie politique.

L'*économie politique* est l'ordre par lequel un corps politique subsiste principalement ; ou bien c'est l'art et la science de maintenir les hommes en société et de les y rendre heureux : objet sublime, le plus utile et le plus intéressant pour l'humanité.

Le *corps politique* est composé :

1° Du pouvoir souverain. . . .
2° Des lois. . . . . } Ces trois parties seront analysées dans le cours de jurisprudence commerciale.
3° Des juges et des magistrats.
4° Du commerce ou de la circulation.
5° De l'industrie. . } Sources du commerce : il en sera traité dans le cours des matières premières et des tissus.
6° De l'agriculture.
7° Des finances publiques ou nationales.

COMMERCE ou CIRCULATION.

Le commerce dans le sens général signifie communication réciproque, ou échange que les hommes font entre eux des productions de leurs terres, de leur industrie.

1° Les productions de la terre, telles que les donne la nature, se nomment *agriculture*.

2° Lorsque l'industrie les perfectionne ou les change de forme, elles s'appellent *manufactures*, et les matières qu'on emploie se nomment *matières premières*.

3° Lorsque l'industrie crée de son propre fonds, sans autre matière que l'étude de la nature, les productions se nomment *arts libéraux*.

4° Les productions des rivières et des mers se nomment *pêche*.

5° La communication générale des hommes, supposant l'art de traverser les mers, se nomme *navigation*.

6° L'or et l'argent étant devenus par convention le signe des marchandises, et les hommes ayant depuis inventé une représentation des métaux mêmes, ces métaux devinrent des marchandises; le commerce qui s'en fait est appelé *change* ou *commerce d'argent*. (C'est l'objet du cours de banque.)

7° Les peuples intelligens qui n'ont pas trouvé dans leurs terres de quoi suppléer aux trois espèces de besoins, ont acquis des terres dans des climats propres

aux denrées qui leur manquoient; ils y ont envoyé une partie de leurs hommes pour les cultiver, en leur imposant la loi de consommer les productions du pays de la domination : ces établissemens sont appelés *colonies*.

Le commerce doit son origine aux besoins naturels de l'homme, la nourriture et le vêtement, et aux commodités de la vie, suite des deux premiers besoins. Le luxe est le superflu des commodités de la vie.

Lorsque le commerce est considéré par rapport au corps politique, son opération consiste dans la circulation intérieure des denrées du pays ou des colonies, l'exportation de son superflu et l'importation [1] des denrées étrangères, soit pour les consommer, soit pour les exporter.

Lorsque le commerce est considéré comme l'occupation d'un citoyen dans un corps politique, son opération consiste dans l'achat, la vente ou l'échange des marchandises dont d'autres hommes ont besoin, dans le dessein d'y faire un profit.

L'objet du commerce dans un état est d'entretenir dans l'aisance, par le travail, le plus grand nombre d'hommes qu'il est possible. L'agriculture et l'industrie sont les seuls moyens de subsister.

L'effet du commerce est de revêtir un corps politique de toute la force qu'il est capable de recevoir. Cette force consiste dans la population que lui attirent

---

[1] Importation se dit de tous les objets de commerce que nous recevons de l'étranger.

ses richesses politiques, c'est-à-dire, réelles et relatives, qu'il faut distinguer de ses richesses naturelles et de convention.

Les richesses naturelles d'un état sont : le génie des habitans développé par le luxe, les propriétés, l'excellence et la fécondité du sol, l'heureuse température du climat, les avantages de la situation, les métiers, les fabriques, les manufactures, les arts, en un mot, les productions de l'agriculture et de l'industrie.

Ses richesses de convention sont les métaux.

La richesse réelle d'un état est le plus grand degré d'indépendance où il est des autres états pour ses besoins, et le plus grand superflu qu'il a à exporter.

Sa richesse relative dépend de la quantité des richesses de convention que lui attire son commerce.

C'est la combinaison de ces richesses réelles et relatives, qui constitue l'art et la science de l'administration du commerce politique.

Ainsi il y a un commerce utile et un qui ne l'est pas : pour s'en convaincre, il faut distinguer le gain du marchand de celui de l'état. Si le marchand introduit dans son pays des marchandises étrangères qui nuisent à la consommation des manufactures nationales, il est constant que le marchand gagnera sur la vente, et l'état perdra :

1° La valeur de ce qu'elles ont coûté chez l'étranger.

2° Les salaires que l'emploi auroit procurés à des ouvriers.

3° La valeur des matières premières, par rapport aux terres du pays.

4° Le bénéfice de la circulation, ou l'aisance qu'elle eût répandue.

5° Les ressources qu'un état est en droit d'attendre de ses sujets.

Voici neuf articles proposés pour juger de l'utilité ou du désavantage des opérations de commerce dans un état :

1° L'exportation du superflu est le gain le plus clair que puisse faire une nation.

2° La mise en œuvre des productions superflues de la terre avant de les exporter.

3° L'importation des matières premières, sans être mises en œuvres, épargne beaucoup d'argent.

4° L'importation des marchandises qui empêchent la consommation de celles du pays, ou qui nuisent aux progrès de ses manufactures ou de sa culture, entraîne la ruine d'une nation.

5° L'échange des marchandises contre marchandises est avantageux, hors le cas où il est contraire à ces principes.

6° L'importation des marchandises étrangères de pur luxe est une vraie perte pour l'état.

7° L'importation des choses de nécessité absolue ne peut être un mal; mais une nation n'en est pas moins appauvrie.

8° L'importation des marchandises étrangères pour les réexporter ensuite procure un bénéfice réel.

9° C'est un commerce avantageux que de donner ses vaisseaux à fret aux autres nations.

C'est sur ce plan que doit être guidée l'opération générale du commerce.

La définition du commerce le divise naturellement en deux parties, *intérieure* et *extérieure*.

Le commerce intérieur est celui que les membres d'une société font entre eux. Cette circulation intérieure est la consommation que les citoyens font des productions de leurs terres et de leur industrie. La valeur du commerce intérieur est précisément la somme des dépenses particulières des citoyens pour se nourrir, se loger, se vêtir, se procurer les commodités de la vie, et entretenir son luxe. Mais il faut en déduire tout ce qui est consommé des denrées étrangères, si le commerce extérieur ne les répare. La population est l'ame de cette circulation intérieure; sa perfection consiste dans l'abondance des denrées du cru du pays, en proportion de leur nécessité.

Le commerce extérieur renferme toutes les espèces de commerce, ou prochain ou lointain, par terre ou par mer, que les sujets d'un même état ont coutume de faire au-delà de la frontière et hors les bornes de son enceinte.

Le commerce le plus simple, et pourtant réel et parfait, consiste dans l'échange que font deux voisins des productions de la nature, dont l'un veut consommer celles de l'autre. Il n'a besoin ni d'ouvriers qui façonnent, ni de voitures qui transportent, ni de trafiquans ou de négocians qui achètent pour revendre. D'où il résulte que les agens nécessaires de tout commerce quelconque sont: 1° le premier producteur des matières à échanger; 2° le dernier consommateur.

Dans les premiers âges du monde, le laboureur

donnoit ses grains et ses légumes au pasteur des brebis, et il en recevoit du lait ou des laines ; celui qui avoit ramassé dans les bois du miel ou de la cire, l'échangeoit contre diverses sortes de fruits que son voisin avoit cueillis à la campagne ou dans les vergers qu'il cultivoit.

L'usage du commerce par échange subsiste encore en bien des endroits. Il y a quelques lieux de l'Europe, du côté du nord, d'où il n'est pas tout-à-fait banni, comme dans la Sibérie et dans la Laponie Danoise et Moscovite. On a vu même qu'à Archangel les commerçans français, anglais et hollandais, n'ont long-temps porté que des marchandises, pour lesquelles les Russes troquoient celles du cru de leur vaste empire. Plusieurs nations des côtes de l'Afrique, presque toutes celles de l'Amérique dites sauvages, et quelques-unes des côtes de l'Asie, ont conservé cette manière de donner ce qu'on a de trop, pour recevoir ce qu'on n'a pas en assez grande abondance.

On ne sait point précisément quand a commencé le commerce qui se fait par l'achat et par la vente, ni quand on s'est servi des monnoies et des espèces d'or, d'argent et de cuivre. Dans les premiers temps, elles n'étoient que de *bois*, de *cuir* et de *fer* ; à Sparte, à Rome, dans les Gaules, aujourd'hui même encore en quelques lieux des Indes, l'usage est de donner une certaine valeur aux divers coquillages, *limbos*, *zimbis*, *cauris*, *bugis* et aux amandes du *cacao*, *sagu* et *coca*, pour les échanger contre les marchandises, les drogues et les denrées dont on a besoin.

Quelques écrivains économiques ont fait leurs efforts pour bannir le mot *commerce* de notre langue ; ils ont prétendu qu'on ne parloit que de commerce et jamais d'agriculture. Seroit-ce une justice déterminée, ou bien auroient-ils ignoré que le mot commerce, en général, a toujours compris dans son acception toutes les choses qu'il est possible aux hommes de se communiquer ? Pour se conformer à cette espèce d'horreur du mot, et employer un terme plus générique, on peut se servir du mot *circulation*.

CIRCULATION.

La terre est la matrice unique où germe la semence de toutes les matières propres à satisfaire nos besoins et nos fantaisies. La main des hommes y dépose les semences; la main des hommes récolte leurs fruits; la main des hommes les approprie à la consommation. Chacune de ces façons ajoute une valeur nouvelle à ces matières : or, la population produit le besoin de la denrée ou la consommation; et la consommation est la cause occasionnelle du travail et de la production, du commerce ou de la circulation. Ainsi, sans agriculture et sans industrie, point de commerce ou de circulation.

On peut dire encore que le crédit et le commerce sont les enfans de l'agriculture et des manufactures; et ces dernières ne peuvent exister que par l'industrie et la population.

La circulation simple est celle où le commerce se

fait par voie d'échange; la circulation composée est celle où l'argent intervient.

PAPIERS DE CRÉDIT.

Depuis l'intervention de l'argent dans la circulation, sa présence est devenue si nécessaire dans les échanges, que les hommes ont imaginé de le représenter par des effets qu'on appelle *papiers de crédit.*

Quoique tous représentent l'argent, il s'en faut bien que ce soit de la même manière, et que la propriété essentielle de chacun soit la même.

Il y a trois espèces générales de papiers de crédit:

1° les papiers de ceux qui font le commerce des denrées. Ils consistent en lettres de change, billets à ordre, toujours motivés par quelque fait de commerce relatif à la production ou à la consommation des denrées. Ces papiers ont des termes fixes assez courts; ils ne sont par leur nature que de simples promesses de faire trouver l'argent à tel jour, dans tel lieu, au porteur dénommé.

Tous ceux qui se passent de main en main ce papier cautionnent au porteur le paiement de sa valeur, de manière que son usage facilite extrêmement l'opération de la circulation des denrées, qui consiste en production et en consommation. Sans débourser d'argent, une lettre de change de 1000 livres peut cautionner, dans une matinée, dix achats de mille francs chacun: un seul paiement effectif opèrera le solde de ces dix opérations. De plus, celui qui ne trouveroit

point d'argent sur sa promesse verbale, ni écrite, s'en procure lorsqu'il a du papier cautionné ou endossé; et cette facilité fait sortir de sa retraite un argent oisif. (*Voy.* au supplément du Cours de Banque, article lettres de change.)

C'est en 1181 que les Juifs établirent les lettres de change.

2°. Les papiers de finance.

Ils sont rangés en trois classes: 1° *les papiers au porteur* sans désignation d'intérêt, lequel est ordinairement joint au capital, et qui sont payables à jour nommé; 2° *les papiers à prime, remboursables*, c'est-à-dire, qui promettent à la fois un intérêt à jour nommé payable au porteur, et un remboursement au sort dans un temps marqué, également payable au porteur; 3° *les papiers à prime, non remboursables*, qui ne promettent point la rentrée du capital, mais seulement un intérêt à jour nommé.

Leur objet général et commun est le commerce de l'argent; ainsi leur institution diffère considérablement de celle des papiers de commerce.

3° Les papiers monnoies.

Ces papiers sont ainsi nommés parce qu'ils ne portent pas d'intérêts, qu'ils peuvent être prêtés à intérêts comme la monnoie même, et qu'ils ont une valeur fixe comme elle.

Mais ce papier monnoie n'a de valeur fixe, qu'autant qu'il existe des bureaux dans lesquels il s'échange sur l'heure, à la volonté du porteur, avec l'argent

même, comme dans les banques. La plus légère alarme sur la sûreté de cette conversion suffit pour lui ôter sa valeur, qui n'est que de confiance. Alors tout le monde veut payer en cette monnoie, et personne ne veut recevoir ; ce qui est le comble du désordre.

BALANCE DU COMMERCE.

On entend ordinairement par balance du commerce, la somme en argent qu'une nation paie ou reçoit, vis-à-vis de chacune de celles avec lesquelles elle trafique : et la perte ou le gain qui résulte de ces balances particulières, s'appelle la balance générale.

On connoît par la balance ce qu'une nation acquiert de richesses conventionnelles par ses achats et ses ventes à l'étranger. Mais on ne connoît pas ce qui sort de ces richesses conventionnelles à raison des dettes de l'état, des subsides qu'il paie, ni même à raison du fret payé aux étrangers chez les nations assez malhabiles pour leur permettre de naviguer d'un port d'un pays dans un autre port du pays.

La balance du commerce ne s'occupe donc que des achats et des ventes : elle se connoît par le dépouillement des entrées et sorties, et par l'évaluation des denrées exportées et importées (en ayant soin d'ajouter à ces détails, par quels vaisseaux se fait cette importation et cette exportation), ce qui donne le solde en argent, et le nombre des hommes réciproquement employés.

L'Espagne retire annuellement de ses mines la va-

leur de 60 à 70 millions de notre monnoie; le Portugal environ 40 ; ce que les mines d'or et d'argent de l'Europe et de l'Afrique produisent annuellement forme un objet médiocre ; en l'évaluant sur le pied de 3 à 4 millions, il est probable qu'on ne s'éloigne pas beaucoup du vrai. Ainsi il entre annuellement en Europe autour de 110 millions, dont au moins 30 passent aux Indes orientales. Voilà l'objet réel de la balance du commerce : le surplus est une chimère. Quand un pays comme la France parviendroit à s'attirer cette somme en entier (ce qui est impossible), ce ne seroit que le tiers à peu près de son commerce étranger.

La balance d'un pays sur un autre étant le résultat de la valeur des exportations et importations réciproques, si la France, par exemple, envoie pour 40 millions de marchandises à Hambourg, et qu'elle n'en reçoive que pour 30 millions, il y a balance de 10 millions en faveur de la France sur Hambourg; et c'est vraiment un avantage, parce que définitivement cette balance doit être soldée en métaux et enrichir le pays.

CONSIDÉRATIONS HISTORIQUES

SUR

LE COMMERCE DES NATIONS.

Le commerce est un moyen universel de fortune, qui s'offre également à tout le monde; les états les plus florissans y trouvent leur force et leur gloire; les gouvernemens, le fonds le plus juste et le plus sûr de leurs finances; et tous les particuliers, le seul moyen de subsister avec commodité et même avec éclat.

Si les grands empires s'établissent par la valeur et la force des armes, ils ne s'affermissent et ne se soutiennent que par les secours que leur fournissent le négoce, le travail et l'industrie des peuples : et les vainqueurs languiroient et périroient bientôt avec les vaincus, si, *suivant l'expression de l'Écriture*, ils ne convertissoient le fer de leurs armes en des socs de charrues; c'est-à-dire, s'ils n'avoient recours aux richesses que produisent la culture des terres, les manufactures et le commerce, pour conserver, par les arts tranquilles de la paix, les avantages acquis dans les horreurs et le tumulte de la guerre.

Qu'on parcoure tous les âges du monde : l'histoire des nations même les plus guerrières est bien autant l'histoire de leur commerce que celle de leurs conquêtes.

L'Asie a été le berceau du commerce; les vastes conquêtes des Assyriens, le luxe de leurs rois et les

merveilles de Babylone, en sont la démonstration la plus complète.

Les Phéniciens, et Tyr leur capitale, prouvent à quel comble de gloire, de puissance et de richesses, une nation est capable de s'élever par les seules ressources de son commerce.

Carthage, colonie de Tyr, se mit en état par son commerce de disputer à Rome l'empire du monde.

Du temps des Grecs, et sous Alexandre, Alexandrie en Egypte devint l'entrepôt du commerce des trois continens, et fit oublier Tyr et Carthage.

Auguste, ayant réduit l'Egypte en province, se servit de son commerce et de ses richesses pour soutenir l'empire romain ; et Alexandrie, devenue romaine, ne le céda plus qu'à Rome même en grandeur et en nombre d'habitans.

A cette époque florissoient dans les Gaules les villes de Marseille, Arles, Narbonne, et ensuite Agde, Toulon, Antibes, Fréjus, Aigues-Mortes, Montpellier.

L'Océan Gaulois avoit aussi des ports et des villes de commerce en grande réputation, comme Bordeaux, Vannes et Nantes ; enfin, au milieu des terres étoit Lyon, devenue comme l'étape générale de toutes les marchandises des Gaules.

Passant de l'histoire ancienne à celle du moyen âge et des derniers temps, nous y trouvons des faits qui ne sont ni moins intéressans, ni moins glorieux. Quelques Capitulaires de Charlemagne et de Louis le Débonnaire pourroient faire croire que c'est par la

France que le commerce a commencé à se rétablir en Occident après la chûte de l'empire romain ; mais les guerres civiles qui se succédèrent en France le replongèrent dans la presque nullité, et ce fut aux peuples d'Italie, particulièrement à ceux de Venise et de Gènes, qu'on dut son renouvellement.

Ces deux républiques parvenues au faîte de la prospérité, la jalousie ne tarda guère à éclater entre elles, et enfin, après neuf guerres où les Génois avoient toujours eu l'avantage, les Vénitiens l'emportèrent sur la fin du quatorzième siècle, à la journée de Chioza, où André Contarini, doge et général des Vénitiens, assura à sa république (par un heureux désespoir) l'honneur d'un combat inégal.

Dans le temps que le commerce commençoit à prendre des forces dans les parties méridionales de l'Europe, il se formoit au Nord une fameuse société de marchands, connue sous le nom d'association des villes anséatiques : on croit communément qu'elle commença à Brémen sur le Véser, en 1164. Elle ne fut d'abord composée que des villes situées sur la mer Baltique ; mais ensuite elles associèrent à la confédération, *en France*, Rouen, Saint-Malo, Bordeaux, Bayonne et Marseille ; *en Espagne*, Séville, Barcelone et Cadix ; *en Angleterre*, Londres ; *en Portugal*, Lisbonne ; *dans les Pays-Bas*, Anvers, Dort, Amsterdam, Bruges, Rotterdam, Ostende et Dunkerque ; *en Italie et Sicile*, Naples, Messine et Livourne.

La fin du quatorzième siècle et le commencement

du quinzième furent les temps les plus florissans de cette alliance; elle osa alors faire la guerre à des rois; à Waldemar, roi de Danemarck, en 1340; et à Eric, en 1428. Dans cette dernière campagne la flotte anséatique étoit composée de quarante vaisseaux, montée par douze mille soldats de troupes de ligne, sans compter les matelots.

Une telle puissance effraya les princes, et chacun retira ses marchands de l'alliance, de manière qu'en peu de temps de ce grand nombre de villes, dont la hanse fut composée, il ne resta plus que celles qui avoient composé la confédération, et qui jouissent encore d'un grand crédit, telles que Hambourg, Lubeck, Bresme, Rostock, Brunswick, Cologne, Francfort, etc., etc.

C'est aussi le commerce et les immenses richesses que les Hollandais ont acquises par cette voie, qui ont jeté les premiers et les plus solides fondemens de la puissance de cette république. Ce sont eux qui les premiers, en 1602, établirent la fameuse compagnie des Indes orientales, qui a servi de modèle à tant d'autres compagnies célèbres.

Depuis 1697, époque des voyages de Pierre Alexiowitz, le commerce des Moscovites a donné une nouvelle face à son empire, en y attirant partie des richesses de la Chine, de la Perse et des Indes. Moscow, Saint-Pétersbourg, Archangel, Riga et Revel, sont les principales villes où le commerce et les manufactures de l'Europe ont été établies dans la plus grande prospérité par les soins dudit empereur et de ceux qui lui ont succédé.

Il est deux exemples de fortunes particulières dues au commerce, dont il est bon de faire mention.

En France, sous Charles VII, Jacques Cœur, natif de Bourges, fils d'un simple marchand, suivit la profession de son père avec de si prompts et de si heureux succès, qu'à lui seul il gagnoit plus que ne faisoient tous ensemble les autres marchands du royaume. Ses grandes richesses, acquises par une voie si légitime, et la probité avec laquelle il s'étoit toujours conduit dans son commerce, l'ayant rendu célèbre chez les étrangers et l'ayant fait connoître à la cour, Charles VII l'appela au ministère, lui confia l'administration des finances, et s'en trouva bien : Jacques Cœur l'aida de ses conseils, de son crédit et de sa fortune.

L'autre exemple de la fortune et de la gloire, où de simples particuliers ont su parvenir par l'unique voie du commerce, n'est pas moins remarquable et est encore plus illustre.

La famille des Médicis, en Toscane, a toujours été recommandable; dès le onzième siècle elle avoit de grands hommes. Mais ce n'est que du commencement du quinzième siècle que cette famille, par Côme de Médicis, ce célèbre citoyen de Florence, qui mérita si justement le nom de grand, parvint au gouvernement de la Toscane, aujourd'hui royaume d'Etrurie.

Enfin, pour terminer sur les avantages inappréciables du commerce, c'est à lui qu'aujourd'hui les Anglais sont redevables de l'empire des mers et de leurs étonnantes conquêtes dans les Indes.

Espérons que le grand homme auquel la nation française a confié ses destinées [1], en nous ramenant la paix et l'abondance, forcera ces fiers et superbes ennemis à déchoir de cette suprématie maritime, et à partager plus équitablement des richesses auxquelles toutes les nations ont droit de prétendre.

SUR LE COMMERCE DE LA RÉPUBLIQUE FRANÇAISE.

La France a cet avantage sur tous les autres états de l'Europe, qu'elle tire de son propre fonds tout ce qui peut servir à entretenir un grand commerce, une grande circulation.

Une population nombreuse, active, courageuse, industrieuse et hardie.

Ses terres, aussi fertiles qu'en aucun lieu du monde, ne lui refusent presque aucune sorte de fruits, de denrées et de drogues.

Ses divers départemens, suivant la diversité de leur sol, produisent en abondance des blés, des vins, des huiles, des sels, et tout ce qui sert à l'entretien de la vie.

On y trouve des soies, des lins, des chanvres, pour

---

[1] Ceci a été composé en l'an 8, et les préliminaires de paix avec l'Angleterre ont été signés en brumaire de l'an 10.

toutes les espèces d'étoffes et de toiles, ou d'autres ouvrages qui se fabriquent de ces matières.

Ses pâturages nourrissent une quantité presque incroyable de menu-bétail, qui sert à la nourriture, et qui fournit d'excellens cuirs et des laines très-fines.

Ses mines lui donnent les métaux et les minéraux les plus nécessaires pour les arts et métiers, et pour la fabrique des manufactures qui ont été poussées au dernier degré de perfection.

Joignez-y le grand nombre de ses ports sur l'Océan et la Méditerranée, et sa situation vers le centre de l'Europe, qui lui donne une prompte communication avec toutes les autres puissances. La multitude de ses rivières et de ses canaux pour la circulation intérieure.

Elle a, pour l'Espagne, les étoffes d'or, d'argent et de soie; les draps, les petites étoffes de laine, pluches, étamines du Mans; les toiles, les papiers, les chapeaux, les bas de toutes sortes, les cartes à jouer, les dentelles de soie et de fil, la mercerie, la quincaillerie, la verrerie et quantité d'autres.

Ses riches étoffes, et un nombre infini de ces nouveautés dont les modes s'inventent à Paris, sont vivement recherchées dans les cours des princes d'Allemagne.

Constantinople et le Levant alimentent ses manufactures de glaces.

Le Nord ne peut se passer de nos vins, de nos eaux-de-vie, de nos vinaigres, de nos sels, de nos prunes sèches, de nos châtaignes, de nos noix, etc.

Je ne parle point des marchandises de luxe que fournissent les colonies de la République française, comme cafés, sucres, indigo, cacao, cochenilles, bois de teintures et à meubles, etc., etc.

Qu'on décide maintenant à qui la cargaison des vaisseaux frétés pour le Nord ou pour l'Espagne doit être plus aisée; ou aux Français, qui, sans rien emprunter des autres, ont chez eux de quoi faire leur chargement entier; ou aux Anglais et aux Hollandais, qui viennent chercher en France ce qui leur manque, et qui, sans ce secours, seroient obligés d'envoyer leurs navires à demi chargés, et sans les assortimens propres à ces deux endroits.

A l'égard des profits, la preuve en est aussi claire et encore plus courte. Celui qui vend de la seconde main ne peut faire qu'un gain, tandis que celui qui vend de la première en fait deux. L'Anglais et le Hollandais sont dans le premier cas, le Français dans le second. Ainsi ceux-là ne peuvent profiter que sur le prix que la marchandise qu'ils vendent au Nord et à l'Espagne leur a coûté en France, et celui-ci ajoute encore à ce profit celui qu'il a fait en leur vendant cette même marchandise pour y envoyer.

Ce n'est point assez. L'avantage des retours est encore tout entier du côté de la France, puisque ce sont les vaisseaux français qui rapportent les marchandises du Nord et de l'Espagne; ils ôtent aux étrangers les profits immenses qu'ils ont coutume de faire sur nous, quand ce sont eux qui apportent jusque dans nos ports les mêmes marchandises.

Il seroit à souhaiter, à cette occasion, que la France adoptât la sage police des Anglais, qui, par leur acte de navigation de 1660, ont ordonné que toutes les marchandises et denrées d'Europe ne pourroient être apportées en Angleterre et dans les états qui en dépendent, par d'autres vaisseaux que par ceux qui sortiroient des ports du pays où se fabriquent les marchandises et où croissent les denrées, et qu'aucune marchandise du cru de l'Asie n'y pourroit être non plus amenée que sur des vaisseaux anglais ou appartenans aux Anglais.

Les progrès de la navigation ont agrandi le commerce des nations: voici les époques les plus remarquables qu'il est bon de retenir.

En 1489 ou 1493, Barthélemi Diaz, portugais, doubla le cap de Bonne-Espérance; Vasco de Gama, qui le suivit, parcourut la côte orientale de l'Afrique, et découvrit la route des Indes.

En 1492, Christophe Colomb, génois, découvrit l'Amérique septentrionale, par les îles du golfe du Mexique; Américic Vespuce, florentin, qui le suivit quelques années après, donna son nom au nouveau continent.

En 1504, le naufrage d'Alvarès Cabra, portugais, valut à sa patrie le Brésil, dans l'Amérique méridionale.

Et en 1504, les Français découvrirent le banc de Terre-Neuve, où se fait la pêche de la morue, dans l'Amérique septentrionale.

DES FINANCES.

On comprend sous le nom de *finances* les deniers publics de l'état.

Qui ne juge des finances que par l'argent n'en voit que le fisc et le résultat; il faut en appercevoir:

1° Le principe qui les occasionne; ce sont les hommes.

2° L'objet qui les fait entreprendre; ce sont les dépenses publiques.

3° Le moyen qui les assure; ce sont les domaines nationaux, les productions de l'agriculture et de l'industrie, et les ressources ci-après indiquées.

On doit considérer les finances dans les richesses naturelles d'un état, et ses possessions réelles et sensibles.

Il y a trois ressources pour subvenir aux besoins que les revenus ordinaires ne remplissent pas, l'*aliénation*, l'*emprunt*, les *impositions*.

Aliénation, mot générique par lequel on désigne toute espèce de dette, d'émolumens ou d'intérêts, payés par le gouvernement, à quelque titre que ce soit. Ainsi, les rentes, les gages de billets d'état, les offices, sont de véritables aliénations du revenu, ou des créances qui ont leurs hypothèques sur tous les biens fonds de l'état.

On aliène les fonds ou les revenus; les fonds, de deux manières à l'égard du souverain: 1° en engageant ceux qui ne sont point encore sortis de ses mains;

2° en mettant en revente ceux qui n'avoient été vendus qu'à faculté de rachat, les revenus provenans des établissemens de nouveaux droits ou de la perception des droits anciennement établis.

L'EMPRUNT est une prompte ressource pour se procurer des fonds, lorsqu'on a la confiance publique.

Les emprunts engagent l'état et le chargent de dettes; de l'emprunt résultent les intérêts et les usures.

Il y a deux espèces d'emprunts; les uns se font sur des effets dont le fonds est exigible, et les autres sur des rentes ou des gages dont le fonds est aliéné.

Les premiers peuvent être remboursés à volonté; les autres dont le capital se rembourse par parties, d'année en année, ou au bout d'un certain nombre d'années, comme annuités, contrats, tontines, etc.

L'IMPOSITION ou L'IMPÔT, contribution que les particuliers sont censés payer à l'état, pour la conservation de leur vie et le maintien de leurs propriétés. Telles sont les contributions personnelle, foncière, mobiliaire et communale, qu'on a substituées à la taille, à la capitation, aux dixième et vingtième; les droits de timbre, les octrois ou droits d'entrée, les droits de passe, etc. substitués aux aides, à la gabelle, à l'enregistrement, etc.

Les impôts sont directs ou indirects. On pourroit dire que les impôts directs portent sur chaque individu, en raison de ses facultés, et sont obligatoires; tandis que les impôts indirects portent sur tous les individus, sans distinction, et sont volontaires. Ce dernier mode d'imposition est préférable.

Moins on a recours à ces ressoursces, et plus l'état est florissant. Il y a même des moyens d'augmenter les finances publiques en les faisant tourner à l'avantage des citoyens.

La plus importante maxime de l'administration des finances publiques est de travailler avec beaucoup plus de soins à prévenir les besoins qu'à augmenter les revenus.

L'acception vulgaire du mot d'*économie* s'entend plutôt du sage ménagement de ce qu'on a, que des moyens d'acquérir ce que l'on n'a pas.

La distribution des denrées, de l'argent et des marchandises, par de justes proportions, selon les temps et les lieux, est le vrai secret des finances, et la source de leurs richesses; pourvu que ceux qui les administrent sachent porter leurs vues assez loin, et faire dans l'occasion une perte apparente et prochaine, pour avoir réellement des profits immenses dans un temps éloigné. (*Voyez* Économie politique de J. J. R.)

TABLEAU DES CONNOISSANCES,

ADOPTÉ

PAR LE LYCÉE DES ARTS.

ÉCONOMIE POLITIQUE.

ART SOCIAL, art de gouverner, législation, droits et intérêts respectifs des nations.

Commerce général, art du négociant, relations extérieures.

Commerce particulier, art du marchand.

ÉCONOMIE RURALE.

Préparation et amélioration des terres, engrais, cultures, et conservation des grains, défrichement et aménagement des forêts, jardinage.

MATHÉMATIQUES.

Mathématiques particulières, arithmétique, changes étrangers, banque, tenue des livres à parties simples et à parties doubles.

Mathématiques générales, algèbre, géométrie, trigonométrie.

Leur application, astronomie, génie, artillerie, art militaire et nautique.

Leur application. Mécanique générale, statique, dynamique, hydraulique, optique, perspective, dioptrique, catoptrique, etc.

Mécanique particulière, examen des élémens des machines, et application de ces élémens à des machines construites.

PHYSIQUE GÉNÉRALE.

Histoire naturelle, connoissance des différences externes des corps.

Zoologie, description, histoire et usage des animaux vivans.

Botanique, description, histoire et usage des plantes.

Minéralogie, description, histoire et usage des minéraux. [1]

Anatomie simple et comparée, dissection du corps ou de quelque partie du corps d'un animal.

Médecine, art qui enseigne les moyens de conserver la santé et de guérir les maladies. On nomme *hygienne* la partie de la médecine qui a pour objet de conserver la santé.

---

[1] L'*Oryctologie* ou *Oryctographie*, ou la description des fossiles, c'est-à-dire, de tout ce qui croît ou se forme dans la terre, sans paroître avoir de vie, renferme dix classes : 1re classe *terres*, 2e *pierres* ou *lithologie*, 3e *sels*, 4e *soufres*, 5e *minéraux* ou minéralogie, 6e *métaux* ou métallurgie, 7e *concrétions* ou réunion de diverses parties, 8e *pétrifications*, 9e *pierres peintes et figurées*, 10e *calculs* ou pierres qui se trouvent dans les végétaux et dans les animaux. (*Voyez* au Chapitre V, du Cours des matières premières et des tissus.

Art vétérinaire, la médecine des chevaux et des bestiaux.

Pharmacie, partie de la médecine qui enseigne la manière de préparer les remèdes.

Physiologie, partie de la médecine qui traite des principes de l'économie animale, de l'usage et du jeu des différens organes.

Pathologie, partie de la médecine qui apprend à connoître et à distinguer les maladies.

Chimie, examen des parties constituantes et intégrantes des corps. Application de la chimie aux arts.

Alchimie se dit de la partie mystérieuse de la chimie, qui a pour objet de découvrir la transmutation des métaux, la pierre philosophale, etc., et qu'on appelle aussi *philosophie hermétique.*

Métallurgie, partie de la chimie qui concerne les métaux. Elle se divise en *mécanique souterraine*, qui comprend les opérations pour trouver, ouvrir et exploiter les mines. *Docimasie* ou art d'essayer en petit les mines, pour savoir les métaux qu'elles contiennent. La *pyrotechnie métallurgique*, qui est l'art de séparer le métal des matières étrangères qui l'enveloppent et le cachent. On y fait en grand la plupart des choses que la docimasie enseigne à faire en petit.

PHYSIQUE EXPÉRIMENTALE.

Examen des facultés particulières des corps : mé-

téorologie [1], optique, électricité [2], magnétisme [3], application de ses facultés à des phénomènes particuliers, galvanisme. [4]

BEAUX-ARTS.

Dessin, peinture, sculpture, architecture, gravure, musique, danse, déclamation, art théâtral.

BELLES-LETTRES OU PHILOLOGIE.

Grammaire générale, étude des langues, rhétorique, géographie, histoire, antiquités, numismatique. [5]

TECHNOLOGIE.

Description des arts et métiers, connoissance des détails et des procédés des manufactures. [6]

---

[1] *Météorologie*, connoissance des météores, corps ou phénomènes qui se forment et qui apparoissent dans l'air, comme le tonnerre, les éclairs, la pluie, la neige, la grêle, l'arc-en-ciel, etc., etc.

[2] *Electricité*, propriétés des corps qui, étant frottés, en attirent d'autres.

[3] *Magnétisme*, nom générique qui se dit des propriétés de l'aimant.

[4] *Galvanisme*, propriété qu'ont deux métaux différens de produire par leur contact immédiat et leur attouchement en cet état, avec une partie nerveuse des animaux nouvellement privés de la vie, une convulsion et un mouvement dans l'organe, semblable à celui que ces animaux produisent volontairement, lorsqu'ils jouissent des bienfaits de l'existence. (*Voy.* Mémoire du citoyen Gautherot.)

[5] *Numismatique*, qui a rapport aux médailles antiques.

[6] Préparation de la laine, de la soie, du coton, du lin,

INTRODUCTION HISTORIQUE

A L'USAGE

DES MATHÉMATIQUES.

On appelle mathématiques la science qui a la quantité ou la grandeur pour objet.

Par quantité ou grandeur, l'on comprend tout ce qui est susceptible d'augmentation ou de diminution, ou bien l'accident qui rend les corps susceptibles de nombre ou de mesure.

La quantité est *discrète* ou *continue;* elle est discrète quand les parties ne sont pas liées entre elles comme le nombre; elle est continue quand les par-

---

du chanvre et de l'ortie; cardeurs, filatures de toutes sortes; tisserands pour les étoffes et les toiles; tondeurs de draps, teinturiers, foulons, rubanniers, tapisseries, couvertures, dentelles. *Emploi;* tailleur, lingère, tapissiers, fripiers, marchande de modes.

Bonneterie pour bonnets, gants, bas, etc.

Pelleterie, chapellerie, tannerie et hongroirie, corroierie et mégisserie pour la préparation des peaux et des poils. *Emploi,* chapellier, fourreur, ceinturonnier, sellier, bottier, cordonnier.

Menuiserie, ébénistererie pour meubles, charpentiers pour constructions, charronnage pour voitures, boissellerie pour mesures, sabotterie, etc.

Forges, fonderies, monnoyage, orfévrerie, bijouterie, horlogerie, serrurerie, coutellerie, imprimerie, etc. Tous ces objets seront analysés dans le plan du cours des matières premières et des tissus.

ties sont liées : celle-ci se subdivise en *successive*, comme le temps et le mouvement; et en *permanente*, comme l'étendue, qu'on appelle aussi grandeur.

Les mathématiques se divisent en pures et mixtes. Les mathématiques pures renferment trois parties :

1° L'*arithmétique*, ou la science des nombres; c'est un calcul par chiffres.

2° L'*algèbre*, ou arithmétique universelle; c'est un calcul par lettres.

3° La *géométrie*, ou mesure de l'étendue; c'est un calcul par lignes.

ARITHMÉTIQUE.

Pythagore, qui florissoit à Athènes en l'an 3400, apprit des Égyptiens la science des nombres, et il la porta fort loin parmi les Grecs. Le célèbre Diophante vint après Pythagore : il étoit d'Alexandrie, et s'attacha à trouver les problèmes d'arithmétique, mais sans les démontrer. Les Arabes perfectionnèrent cette science, et la rendirent plus facile en inventant le zéro, si commode pour multiplier par dix.

ALGÈBRE.

On doit aussi l'algèbre aux Arabes. Cette science a pour objet de ramener à des règles générales toutes les questions qu'on peut proposer sur les quantités; elle soulage de plus la mémoire, en désignant par les lettres de l'alphabet les choses dont on a besoin pour découvrir la vérité; ce qu'on ne sauroit retenir sans

un effort d'imagination extraordinaire. Ce calcul a l'avantage inappréciable de faire connoître toutes les solutions possibles d'une question indéterminée, ce que ne peut l'arithmétique des nombres.

C'est sur la fin du seizième siècle que Stifels et Viète firent revivre l'algèbre, négligée par les anciens: ils furent regardés comme les seconds inventeurs d'un art dont ils renouvelèrent l'usage, et qu'ils traitèrent avec une méthode qui leur étoit propre; mais rien n'est plus étonnant que le point d'élévation où furent portées l'arithmétique et l'algèbre pendant le cours des deux derniers siècles, par Pascal, Mercator, Newton, Leibnitz, Bernouilly, l'Hôpital, Montucla, d'Alembert, Bezout, La Caille, etc.

GÉOMÉTRIE.

La géométrie, ou calcul par lignes, a pour objet de mesurer l'étendue qu'occupent les corps, considérée sous trois dimensions, longueur, largeur et profondeur. Malgré que ces trois dimensions des corps ne soient jamais séparées (puisqu'il n'y a point de corps qui ne les réunisse toutes trois) cependant, suivant le besoin, on les divise par la pensée; c'est ainsi que, pressé de me rendre dans un lieu, je fais abstraction de la largeur et de la profondeur du chemin, pour m'occuper du nombre de pas à faire pour m'y rendre; cette première dimension des corps se nomme *ligne*.

Si dans un appartement je porte mes regards sur une glace, je juge de sa beauté ou de son prix, en

aidée de la découverte de la boussole, qu'on doit les progrès et la sûreté de la navigation.

On donne aux Égyptiens, avec beaucoup de raison, la qualité de premiers astronomes ; ils vivoient sous un ciel toujours serein : leur climat, par sa proximité de l'équateur, leur faisoit découvrir toutes les étoiles qui faisoient sur eux des révolutions presque droites. Ils s'avisèrent les premiers, au rapport d'Hérodote, de régler l'année sur le cours du soleil. Bélus, égyptien, porta cette science dans la Babylonie.

Thalès et Pythagore puisèrent en Égypte leur fameuse hypothèse du mouvement de la terre.

Chez les Hébreux, Abraham passa pour grand astronome. Du temps de David il y avoit, dans la tribu d'Issachar, des hommes sages et expérimentés, capables de discerner tous les temps ; ils se bornèrent à l'observation des astres, nécessaires pour régler les fêtes et tout l'ordre de leur année qui étoit lunaire.

Chiron fut le père de l'astronomie grecque 1500 ans avant J. C. Thalès observa les équinoxes, les solstices et le cours de la petite ourse, autour du pôle boréal. Anaximandre, son disciple, connut la grandeur du soleil et de la lune, leur distance de la terre, et découvrit aux Grecs l'obliquité du zodiaque. Méton et Callipe corrigèrent le calendrier grec, en imaginant leurs fameux cycles de 19 et de 76 ans, environ 368 ans avant J. C. Eudoxe, Hiparque, et, dans le deuxième siècle de l'ère chrétienne, Ptolomée, adoptèrent le système d'Anaximandre, et placèrent la terre au centre de l'univers.

Enfin parut Copernic, en 1473, qui renouvela le système de Philolaüs, et plaça le soleil au centre du monde. Mercure, Vénus, la Terre et la Lune, Mars, Jupiter, Saturne et Herschel, tournent non seulement sur leur axe, mais aussi autour du soleil, d'orient en occident.

La navigation et la découverte des lunettes fit appercevoir la voie lactée. En 1668, Galilée, aidé du télescope découvert en 1590, observa le premier les quatre satellites de Jupiter, et Cassini calcula leur mouvement. En 1655, Hugens et Cassini découvrirent l'anneau de Saturne et ses cinq satellites.

Gassendi, Cassini, Bernoully et plusieurs autres, ont dissipé la terreur des anciens sur l'apparition des comètes, en prouvant que ce sont des corps célestes qui tiennent dans leur cours une route certaine dont on espère pouvoir prédire les retours.

L'astronomie moderne nous donne les résultats qui suivent :

Les planètes, par leur mouvement autour du soleil, font par seconde, SAVOIR :

	kilomètres.		lieues.	
Mercure	49	=	12	$\frac{1}{2}$
Vénus	36	=	9	
La Terre	30	=	7	$\frac{1}{2}$
Mars	27	=	6	$\frac{1}{2}$
Jupiter	13	=	3	
Saturne	9	=	2	
Herschel	7	=	1	$\frac{1}{2}$

L'ombre de la lune dans une éclipse parcourt

environ 66 kilomètres = 16 ½ lieues par seconde.

Un point de l'équateur terrestre parcourt par son mouvement diurne autour de son axe 438,7 mètres, faisant 225,15 toises par seconde.

MÉCANIQUE.

La mécanique explique les lois du mouvement et enseigne la manière de faire mouvoir les corps pesans à l'aide de machines.

Les machines sont de deux espèces différentes; les simples et les composées. Les premières sont ordinairement au nombre de six; la balance, le lévier, la poulie, la roue avec son essieu, le coin et la vis.

Les machines composées renferment dans leur construction plusieurs machines simples; ainsi il seroit bien difficile d'en faire le dénombrement: du reste, elles servent ou à élever les fardeaux, comme la grue et l'engin; ou à les tirer, comme le vindas ou cabestan; ou à enfoncer des corps durs, comme la demoiselle et la sonnette, etc.

On peut dire que la mécanique a pour objet de calculer l'effet que doit produire sur un corps l'application de forces déterminées par la puissance, la résistance et le lévier.

On ne sauroit douter que les Égyptiens ne fussent très-savans dans la mécanique; les obélisques en sont un illustre exemple: c'est par le secours de cette science qu'ils tiroient des carrières, transportoient au loin, et élevoient jusqu'aux nues ces pierres qu'on ne peut regarder sans admiration: ils se servoient donc

de machines faites à peu près comme les nôtres; et, s'ils savoient faire toutes ces choses plus facilement et avec moins d'appareil, ils avoient porté la mécanique à une plus grande perfection.

Les Grecs y étoient aussi fort habiles. Ctésiphon et Métagènes son fils inventèrent des machines pour amener les grandes pierres, des colonnes et des architraves qui devoient orner le temple d'Ephèse. Vitruve nous en a conservé la description : cet architecte décrit aussi fort au long les différentes machines qui étoient en usage chez les Grecs pour élever de lourds fardeaux : apparemment les mêmes qui furent depuis en usage chez les Romains.

Galilée, florentin, bon géomètre et excellent astronome, puisa dans ces deux sciences la connoissance parfaite qu'il eut du mouvement : c'est le premier qui ait trouvé la proportion des vibrations des poids suspendus, et de l'accélération du mouvement des corps pesans dans leur chûte. (*Voyez* Nouvelles Pensées de Galilée 1639.)

Un art si utile n'a pas été renfermé dans l'Italie : l'Angleterre a son prince Robert ; la France a Descartes, le père Sébastien, Pitot, Vaucanson et plusieurs autres.

La mécanique se divise en *statique* et *dynamique*.

La statique, par la connoissance des poids et des centres de gravité des corps, considère le rapport des forces en grandeur et en direction pour parvenir à l'équilibre; et alors les forces se détruisent comme dans

Euclide, qui vivoit du temps de Ptolomée, l'an 3680, se rendit célèbre par ses Élémens de Géométrie. Un siècle après lui parut Archimède, qui a fait des traités de la sphère, de la dimension du cercle, et de la quadrature de la parabole; on lui attribue l'invention de la ligne courbe, appelée spirale ou hélicie, sur laquelle il a aussi écrit. Aristée l'ancien fit cinq livres *des lieux solides*, c'est-à-dire, des trois sections coniques, qui sont entièrement perdus. Apollonius de Pergée en Pamphilie vint ensuite, recueillit tout ce qu'avoient écrit avant lui sur cette matière Aristée, Euxode de Cnide, Ménecme, Conon, Trasidée et quelques autres: ce fut lui qui donna le premier aux trois sections coniques les noms de parabole, d'hyperbole et d'ellipse, noms qui marquent clairement leurs caractères distinctifs. Je passe les autres géomètres, Sérénus, auteur des cylindriques; Théodose, des sphériques; Théon, Papus d'Alexandrie, etc.

Les savans du seizième siècle s'attachèrent uniquement à faire des commentaires sur les anciens auteurs. On croyoit alors qu'il étoit impossible de les surpasser, même de les égaler: comme si les modernes n'avoient pas d'assez bons yeux pour voir, et un esprit assez juste pour raisonner. Cette injuste prétention venant à se dissiper, on entreprit, vers le commencement du dix-septième siècle, de restituer aux anciens ce que l'injure des temps leur avoit enlevé. Vers 1659 et 1673, parurent les ouvrages de François Viète, Marin Gétal de Raguse, Viviani. Les Coniques de la Hire ont éclipsé tout ce

qui avoit paru auparavant sur cet important sujet.

Les travaux de la rivière d'Eure et le canal de Languedoc, en 1666, et fini en 1680, sont deux sortes de prodiges en fait de nivellement. On peut y joindre le canal d'Adam Crapone, en 1554, fini en 1558, qui communique de la Durance à la mer, parcourant une étendue de quarante milles; celui d'Arles, en 1642, sur une longueur de trente milles; celui de Briare, en 1680; celui d'Orléans, en 1675, et celui de Picardie, en 1725.

Le père Cavallieri, publia ses *Indivisibles* qui préparèrent au calcul intégral. En 1696, le marquis de l'Hôpital fit son excellent livre des *Infiniment Petits.* Bernoully trouva sa cycloïdale, sa caustique, sa développée, son anti-développée et sa péricaustique, toutes spirales. Carré publia, en 1700, un traité complet sur cette matière. Newton, en 1706, découvrit soixante-dix courbes du troisième ordre, ou dont les équations montent au troisième degré. M. Sterling, en 1718, augmenta de quatre espèces ces courbes. Enfin, Nicole, en 1729, a éclairci ce qui les concerne.

Nota. On peut couper un *cône* droit représenté par un pain de sucre, de cinq manières différentes:

1° En deux parties égales, par un plan vertical ou perpendiculaire à sa hauteur exprimée par une ligne qui, partant du centre de la base, aboutit au sommet ou à la pointe du cône; et on aura *deux triangles isocèles* pour figures de la coupe.

2° Par un plan parallèle à sa base, on aura le *cercle*,

courbe dont tous les points sont également éloignés d'un point commun, appelé centre.

3° Par un plan oblique à sa hauteur, entre le sommet et la base, on aura l'*ellipse* ou *ovale*, courbe qui a deux foyers, c'est-à-dire, deux points où les rayons se réuniroient par réflexion ou par réfraction, étant dirigée d'abord d'une certaine manière.

4° Par un plan parallèle au côté du cône, on aura la *parabole*.

5° Par un plan parallèle à la hauteur du cône, ou par un plan qui, étant prolongé, rencontre le cône opposé, on aura l'*hyperbole*.

La cycloïde est une ligne courbe que décrit un point de la circonférence d'un cercle qui avance en roulant sur un plan. On s'en sert avantageusement dans l'horlogerie.

La caustique est une ligne courbe sur laquelle se rassemblent les rayons réfléchis ou rompus par une surface.

La développée est une courbe par le développement de laquelle on peut supposer qu'une autre courbe est formée.

La spirale est une courbe décrite sur un plan, et qui fait une ou plusieurs révolutions autour d'un point où elle commence, et dont elle s'écarte toujours de plus en plus.

La sphère est une espèce de machine ronde et mobile, composée de divers cercles qui représentent ceux que les astronomes imaginent dans le ciel. On appelle cette sorte de sphère, *sphère armillaire*, ou sphère évidée, composée de plusieurs cercles pour représenter le mouvement des astres.

Cylindre, corps de figure longue et ronde, et d'égale grosseur par-tout.

Un petit nombre de savans se livroient autrefois aux connoissances mathématiques, et se transmettoient mystérieusement leurs découvertes dans un langage inconnu au reste des humains, et qui ne passoit pas le cercle des académies. Mais, depuis les Élémens de Rivard, on a vu cette étude

la récitation des poèmes dramatiques, ce qu'on appelle mélopée théorique.

3° La musique organique, qui enseignoit à toucher les instrumens compris sous le nom de flûtes ou instrumens à vent, et sous ceux de lyres et de harpes, pour les instrumens à cordes.

4° La musique hypocritique ou contrefaiseuse, qui prescrivoit le geste.

5° La musique poétique, qui enseignoit la mesure des vers et leur récitation, ou mélopée pratique.

Les Romains, héritiers de la politesse des Grecs, retinrent leur musique; mais, après l'extinction du paganisme et la clôture des théâtres, saint Ambroise ne garda pour le service divin que le mode *authentique*. Saint Grégoire y ajouta depuis ce qu'on nomme *plagaux*, et Jean de Meurs, parisien, en 1350, porta la plain-chant à sa perfection.

Le goût pour la musique augmenta en France et dans les Pays-Bas, sous François Ier et Charles-Quint. Les musiciens les plus célèbres de l'Europe étoient Français ou Belges. L'Italie eut recours à la France, qui lui donna Gaudimelle; il est vrai qu'en nous donnant Lulli elle s'est acquittée de ce qu'elle nous devoit.

GNOMONIQUE.

La gnomonique est l'art de tracer des cadrans au soleil, à la lune, et aux étoiles; mais sur-tout des cadrans solaires sur un plan et même sur la surface d'un corps donné quelconque.

On peut dire que la gnomonique se sert des rayons du soleil pour diviser le temps en parties égales.

Cette science est très-ancienne. Le cadran d'Achaz montre qu'elle n'étoit pas inconnue aux Juifs : les Chaldéens la cultivoient aussi, et le philosophe Anaximandre l'emprunta de ce peuple pour la porter en Grèce.

Le premier cadran parut à Rome sous Auguste. Manlius plaça une boule dorée au-dessus d'un obélisque dans le champ de Mars, qui servoit, dit Pline, de gnomon ou de cadran solaire.

Dans le seizième siècle, Oronce Finé et Elie Vinet, français; Driander, allemand, et J. B. Bénoît, vénitien, s'appliquèrent à cette partie.

La nécessité de mesurer le temps a fait inventer plusieurs sortes d'horloges, plus commodes que les solaires. Les anciens se servoient de clepsydres ou horloges à eau; (*voyez* Vitruve, liv. 9) ensuite vinrent les sabliers; mais elles furent bientôt abolies parmi les modernes, par les horloges à roues et à ressort, infiniment plus justes; depuis, au lieu du ressort on mit un pendule. Ce fut sous le règne de Hugues Capet, vers 980, que le célèbre Gerber inventa la première horloge à balancier.

L'horloge à pendule fut découverte par Hugens, en faisant des recherches sur les forces centrifuges. Riccioli, Langrénée, Vandelin, Mersenne et Kircher, firent usage du pendule pour les observations astronomiques.

Le père Mersenne inventa la courbe, appelée cy-

cloïde ou roulette, et M. Hugens l'appliqua aux pendules et horloges : on y a joint la roue à rochet.

OPTIQUE.

L'optique a pour objet de calculer les effets du mouvement de la lumière directe, et d'expliquer les phénomènes de la vision.

En effet, les objets se peignent dans nos yeux par des rayons lumineux, qui, partant du sommet et du pied de l'objet, viennent converger dans la prunelle, et de là vont en divergeant peindre l'objet renversé sur la rétine au fond du nerf optique ; d'où il vient que les objets sont vus plus ou moins grands, suivant que l'angle sous lequel nous les appercevons est plus petit ou plus grand.

PERSPECTIVE.

La perspective est une partie de l'optique qui enseigne à représenter les objets selon la différence que l'éloignement et la position y apportent, soit pour la figure, soit pour la couleur ; elle se divise en linaire et aérienne.

La perspective linaire se rend par les lignes seules.

La perspective aérienne se rend par la dégradation des couleurs.

Vitruve, au livre 7, rapporte que les règles de la perspective furent inventées et pratiquées, dès le temps d'Eschyle, par le peintre Agatharcus, qui même en avoit fait un traité.

Appaturius peignit, d'après ces règles, au théâtre

de Tralles, ville de Lydie, une scène dans laquelle, au lieu de colonnes, il représenta des statues, des centaures, qui soutenoient des architraves, des toits arrondis, des dômes. Sur tout cela il peignit encore un second ordre, où il y avoit d'autres dômes, des faîtes qu'on ne voyoit qu'à moitié, et tous les objets qui accompagnent les couvertures des édifices. L'aspect de cette scène, dit le même auteur, étoit fort beau, parce que le peintre y avoit si bien entendu la fonte de ses différentes teintes, que l'architecture sembloit avoir tous ses reliefs.

CATOPTRIQUE.

La catoptrique traite des effets de la lumière réfléchie. La lumière, infiniment plus élastique que les corps qui ont le plus d'élasticité, c'est-à-dire, qui réfléchissent le mieux, fait toujours, en tombant sur un corps capable de la réfléchir, l'angle de réflexion égal à l'angle d'incidence. Ce phénomène conduisit Archimède à construire un miroir concave, qui, en réfléchissant beaucoup de rayons à un point appelé foyer, put mettre le feu à la flotte de Marcellus qui assiégeoit Syracuse. Cette expérience a pu avoir lieu, puisque nous avons des miroirs ardens qui mettent le feu à plus de cent pas. L'art de faire des miroirs ardens tient à cette partie.

DIOPTRIQUE.

La dioptrique traite des réfractions que la lumière éprouve en passant obliquement par plusieurs milieux

la double coupole du Panthéon français, assise sur quatre piliers, (par le célèbre Souflot, vers 1720.)

La dynamique recherche la manière dont les corps se meuvent lorsque les forces ne sont pas déterminées, comme un bateau sur une rivière, une bille mue par deux marteaux.

La statique prend le nom d'hydrostatique, lorsque les corps pesans peuvent être comparés avec les fluides, ou lorsque les forces sont appliquées à des fluides comme l'air, à des liquides comme l'eau et les liqueurs.

L'hydraulique enseigne la manière de conduire les eaux et de les élever.

La dynamique prend le nom d'hydrodynamique, lorsqu'on recherche la manière dont se meuvent les fluides et les liquides, les vents, le flux et le reflux de la mer.

Ceux qui ont quelque connoissance de l'histoire des anciens Égyptiens savent qu'ils avoient trouvé le moyen de retenir leur fleuve dans des justes bornes, et de tourner à leur usage ses eaux salutaires, soit en les répandant dans leurs plaines, ou en les élevant à de très-grandes hauteurs.

Parmi les Grecs, Aristote fut le premier qui écrivit sur l'équilibre des liqueurs, et qui réduisit aux règles de la mécanique le vol des oiseaux, le mouvement des poissons, et la direction des navires.

Archimède découvrit la supercherie de l'orfèvre du roi Hiéron, et inventa cette vis célèbre, qui, par le mouvement d'un cylindre incliné, fait monter l'eau en descendant.

Ctésibius inventa la pompe qui porte son nom ; nous nous en servons aujourd'hui utilement, de même que de la roue à caisse, de la chaîne à godets, du tympan, etc. Vitruve et Pline font mention des moulins à eau, comme moyen ordinaire de broyer les grains.

Les modernes ont peu connu l'hydrostatique avant Galilée, mort en 1642. Toricelli, son disciple, inventa le baromètre en 1643. Pascal le perfectionna, et fit des expériences qu'il publia en 1647 et 1648 : ensuite MM. Hugens et Amontons donnèrent les leurs. Ce dernier, en 1687, présenta à l'académie des sciences un nouvel hygromètre, (instrument propre à mesurer l'humidité de l'air) qui fut fort approuvé.

Mariotte et le chevalier Morland ont enrichi l'hydraulique d'une infinité de découvertes, sur la mesure et la dépense des eaux, leur conduite et la force des tuyaux, les différentes pompes aspirantes et foulantes, et autres machines qui peuvent servir à élever les eaux.

Il étoit réservé au citoyen Detrouville, en 1780, de surprendre la nature au moment de ses opérations, et de lui dérober ses secrets sur cette partie. Par une heureuse application du siphon, il élève les eaux à la plus grande hauteur sans mécanique.

ACOUSTIQUE.

L'acoustique donne la connoissance des règles de la composition en musique, la théorie des sons.

La musique explique les propriétés des sons qui

sont capables de produire quelque harmonie: c'est en quoi consiste la théorie de cet art; mais la musique pratique est l'imitation des sons dont la nature se sert pour exprimer ses passions et ses sentimens, réduite dans ce chant continu qu'on appelle le *sujet*. Pour y parvenir, elle emploie les accords qui imitent les sons naturels; la mesure et le mouvement, qui imitent la progression et le mouvement de ces sons: ainsi son principal but est de toucher; et elle ne peut manquer de plaire, parce que tout ce qui est d'après la nature n'est pas sans agrément.

La musique, sœur cadette de la poésie, a été cultivée dans tous les temps.

Les Israélites la firent servir à publier les louanges de Dieu, et à faire goûter les préceptes de morale; ils en connurent le véritable usage.

La musique instrumentale des Hébreux étoit composée d'un grand nombre d'instrumens à vent et à cordes. Sous les règnes de David et de Salomon, il y avoit deux cent quatre-vingt-huit musiciens destinés à chanter dans le temple et à instruire leurs élèves. Leur chant étoit accompagné de danses, et c'est dans cet assortiment que consistoient ces chœurs dont parle si souvent l'Écriture.

Les Égyptiens ne l'employèrent jamais aux usages profanes. Mercure, selon Diodore, inventa la lyre, le plus grave des instrumens de musique. Osiris avoit fait succéder auparavant la flûte simple à celle à plusieurs tuyaux de longueur inégale; il avoit trouvé la trompette et les timbales pour animer les soldats.

diversement transparens, comme de l'air dans l'eau.

En effet, plongez une canne dans l'eau, elle paroît brisée ; parce que l'image de la partie plongée est relevée par les rayons qui sortent de l'eau. Cette expérience nous apprend que, si l'on veut tirer un poisson dans l'eau, il faut le viser au-dessous de l'image, autrement on ne l'attraperoit pas.

La dioptrique rend aussi raison des aurores ou crépuscules. On appelle aurore ou crépuscule du matin, le temps où la terre se trouve éclairée avant que le soleil soit sur l'horizon, et crépuscule du soir, la durée du jour quoique le soleil soit au-dessous de l'horizon. Pour entendre ceci, il faut savoir que la terre est enveloppée d'un fluide indispensable à notre existance, de l'air, jusqu'à plusieurs lieues de sa surface. Les rayons lumineux qui s'émanent du soleil en ligne droite, rencontrant l'athmosphère, souffrent réfraction, sont repliés vers la terre, et l'éclairent avant que le soleil soit sur l'horizon ; le même effet se reproduit le soir jusqu'à ce que le soleil soit à 15, 18 ou 21 degrés au-dessous de l'horizon.

Newton a publié, en 1706, un traité complet d'optique.

Bernoully, professeur à Bâle, a donné la théorie des courbes qui roulent sur elles-mêmes, formées par le concours des rayons de lumière qu'une autre courbe a réfléchis ou rompus. Ces roulemens de courbes lui firent découvrir deux formules générales de caustiques par réflexion et par réfraction, et par là il donna un précis de toute la catoptrique et de toute la dioptrique.

Thchirnhaüs a réduit en pratique les miroirs ardens, et a démontré qu'il n'y avoit point de corps qui ne puisse être fondu ou vitrifié.

Le miroir ardent a fait naître le télescope ; car ce fut en faisant des verres à brûler que Jacques Métius, flamand, trouva par un pur hasard les lunettes d'approche : dans la suite l'illustre Galilée en fit, sans avoir vu celles de l'inventeur.

Marc-Antoine Celio, romain, perfectionna le télescope.

Aux lunettes de longue vue succédèrent les microscopes, dont la fonction est de grossir les plus petits objets, comme la fonction des lunettes est de les rapprocher. M. Homberg est celui qui a eu le plus de réputation.

CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL.

Le calcul intégral et différentiel est l'une des plus belles découvertes de l'analyse [1] ; il suffit d'en citer les auteurs, Newton, Leibnitz et Bernoully, géomètres contemporains.

On appelle différentiel ou quantité différentielle dans la haute géométrie, ou simplement différentielle, une quantité infiniment petite ou moindre que toute grandeur assignable. On l'appelle différentielle, ou quantité différentielle, parce qu'on la considère ordinairement comme la différence infiniment petite de deux

[1] Analyse signifie l'art de résoudre les problêmes par l'algèbre. La synthèse est l'art de résoudre les problêmes sans employer l'algèbre.

quantités finies, dont l'une surpasse l'autre infiniment peu. Newton et les Anglais l'appellent fluxion, à cause qu'ils la considèrent comme l'accroissement momentané d'une quantité.

Le calcul différentiel a pour objet de descendre des grandeurs finies à leurs infiniment petits, ou de trouver la différence infiniment petite d'une quantité finie variable. Ainsi la ligne est engendrée par la fluxion d'un point; la surface par la fluxion d'une ligne; le solide par la fluxion d'une surface.

Leibnitz indique la différentielle par (D); Newton par un point (.); ainsi, $\dot{x}$, $\dot{y}$, signifient différentielle de x, de y. C'est en 1684 que ces deux auteurs publièrent ce calcul.

Le calcul intégral est l'inverse du calcul différentiel; il a pour objet de trouver la quantité finie, dont une quantité infiniment petite proposée est la différentielle, ou de remonter des infiniment petits aux grandeurs finies. C'est en 1691 que Bernoully le publia.

GÉOGRAPHIE.

La géographie, ou la description de la terre, est une suite naturelle de l'astronomie; car c'est en appliquant au globe terrestre les points et les cercles tracés sur le globe céleste, que les géographes viennent à bout de fixer les principales parties de la terre, les continens, les îles, les caps, les montagnes, les golfes, les fleuves et les mers, les républiques, les empires, les royaumes, etc.

Les Égyptiens sont les premiers qui en ont fait

un art. Sésostris inventa les cartes géographiques pour décrire son empire après toutes ses conquêtes, et pour l'exposer aux yeux du peuple, en 2519. Les embouchures de l'Indus et du Danube en formoient les bornes.

Les Grecs s'adonnèrent à la géographie, qu'ils avoient reçue des Égyptiens. Thalès de Milet ou Anaximandre, son disciple, fut le premier qui construisit un globe, et représenta sur une table d'airain la terre et la mer. Hécatée, Démocrite, Euxode et d'autres, adoptèrent les plans ou cartes géographiques, et en rendirent l'usage commun en Grèce.

Scylax de Coriandre publia, sous le règne de Darius, fils d'Hydaspe, roi de Perse, un traité de géographie, et un périple ou voyage fait par mer le long des côtes.

Alexandre, disent les historiens, étoit accompagné, dans le cours de ses conquêtes, de deux ingénieurs, Diognète et Béton, pour lever les cartes des pays que leur prince traversoit.

Pithéas, mathématicien de Marseille, qui florissoit au temps d'Alexandre, parcourut l'Europe, depuis les colonnes d'Hercule jusqu'à l'embouchure du Tanaïs; et, dans un autre voyage, il s'avança jusque sous le cercle polaire arctique, et désigna le premier la différence des jours par climats.

Strabon, contemporain d'Aristote, publia un ouvrage, intitulé Le Tour de la Terre, qui ne nous est pas parvenu.

Aristote publia son livre *De Mundo Themos-*

tene; c'est un traité des ports de mer, dont Pline nous a conservé quelques fragmens. Erathostène lui succéda; il donna à la terre 500 mille stades de circuit : ses fautes furent relevées par Sérapion et Hypparque.

Agatarchide de Cnide, qui florissoit sous Ptolomée Philométor, composa un ouvrage sur le golfe Arabique; Phocius nous a conservé quelques extraits de cet auteur dans sa bibliothèque. Environ 50 ans après, Mnésias publia une description du monde entier; Artémidore d'Éphèse donna une description de la terre en onze livres ; elle est souvent citée par Strabon, Pline et Étienne de Bisance. Marcien d'Héraclée en avoit fait un abrégé : il ne reste de cet ouvrage que le périple de Bythinie et de Paphlagonie.

Cet amour de la géographie ne tarda pas à passer à Rome avec les arts de la Grèce. Scipion Émilien donna des vaisseaux à Polybe, pour aller reconnoître les côtes d'Espagne, d'Afrique et des Gaules; celui-ci s'avança jusqu'au promontoire des Hespérides, (le Cap Verd) et fit de plus un voyage par terre, pour mesurer les distances de tous les lieux qu'Annibal avoit fait parcourir à son armée en traversant les Pyrénées et les Alpes.

Sous le consulat de Jules-César et de Marc-Antoine, le sénat conçut le dessein de faire dresser des cartes de l'empire romain. Zénodose, Théodore et Polictète, furent les trois ingénieurs employés à cette grande entreprise.

La conquête des Gaules, par Jules-César, procura quelques notions particulières sur la Germanie et les îles Britanniques.

Pompée entretenoit correspondance avec Possidonius, savant astronome et excellent géographe, qui mesura assez imparfaitement, il est vrai, la circonférence de la terre par des observations célestes faites en divers lieux sur un même méridien.

Sous Auguste et Tibère, parurent, entre autres écrivains, Strabon et Denys le Périgite; ce fut sous le règne d'Auguste que la description générale du monde, à laquelle les Romains travailloient depuis deux siècles, fut achevée sur les mémoires d'Agrippa, et placée au milieu de Rome sous un grand portique bâti exprès.

Isidore de Charaa, au commencement du premier siècle de l'ère chrétienne, avoit fait un itinéraire des Parthes et du royaume des Perses. Pomponius Mela publia ensuite un traité, intitulé *De Situ Orbis*. Ensuite vinrent Pline le Naturaliste, Marin de Tyr, Arrian de Nicomédie; enfin, en 150 de l'ère chrétienne, parut Ptolémé, égyptien; 250 ans après, Ethicus donna la notice de l'empire; Cosme, égyptien, une cosmographie chrétienne; et Héraclès une notice de l'empire de Constantin.

La chûte de l'empire romain entraîna celle des sciences et des arts. Chassés d'Europe, ils passèrent en Asie, et trouvèrent chez les Arabes un asile plus sûr et un ami plus favorable. On compte, parmi les géographes arabes, Abou Isaac, Moamed Ben-Assen, Abou Rilsam, Hossex-Ahmed-Alhaé; Schaffeddin-Alcodsi; Abou-Abdallah, Mahomed-Edrisi, surnommé le géographe de Nubie; enfin, Ismaël Abulféda, prince

de Hama en Syrie, qui composa une géographie universelle.

La Perse eut aussi ses géographes, entre lesquels on doit distinguer Nadir-Eddin, natif de Chus en Chorasan.

Pendant que la géographie étoit cultivée parmi les Orientaux, elle commençoit à se ranimer chez les Européens. Les voyages de Pol et de Plan-Carpin en Tartarie, dans le treizième siècle, furent utiles à la géographie; elle fut enrichie, en 1492, 1498 et 1504, de la découverte de l'Amérique, par Christophe Colomb, génois; vers le même temps Américic Vespuce, florentin, prétendit à la première découverte, et lui donna son nom.

Dans le seizième siècle, Guillaume Postel publia un traité de cosmographie. Alors la géographie commença à fleurir en Europe.

En Allemagne, on vit Chévier, Jean Mayer, Mathieu Mérian, les Hommans, Hazius Wicland, Micorimi Collarius.

En Angleterre, Humfield saxon, Thimotée, Pont, Robert Gardon, Petty et Gilby Elphinston, Douvet, et sur-tout Camden.

En Hollande et Flandre, Mercator, Ortellius, Gondius, Wischer, et les célèbres Janson et Blaeu, dont on a publié les atlas en quatre langues.

En Espagne, don Lopès; à Padoue, Jean-Antoine Mangin; à Ferrare, Ricioly; à Raguse, Bocoiwich; en Suède, Olans-Magnus, archevêque d'Upsal; Adrien Vend, et André Buréus.

En France, François la Guillotière, en 1584; Nicolas Samson d'Abbeville; Pierre Duval et le père Briet, en 1600. C'est aux Picard, la Hire et Cassini, que l'on est redevable de la grande entreprise de la mesure de la terre Guillaume Delille, Danville, et les travaux de nos géographes actuels, ont étendu la géographie, qui se perfectionne tous les jours.

ARCHITECTURE.

L'architecture est l'art de construire, de disposer et orner les édifices et maisons particulières; elle se divise en architecture civile, militaire et navale.

L'architecture civile a pour objet la bâtisse des temples, palais, places publiques et habitations particulières, les embellissemens des cités.

L'architecture militaire, les fortifications.

L'architecture navale, la construction des vaisseaux, frégates, barques, chaloupes et bateaux qui servent à naviguer.

L'art des fortifications n'a en vue que la solidité; l'architecture joint à la solidité des bâtimens une beauté et une élégance dont les places fortes ne sont nullement susceptibles. La nécessité fit inventer l'architecture; la vanité des hommes l'embellit; le mauvais et le bon goût des peuples l'ont ensuite successivement corrompue et rétablie. Les premières habitations furent des cabanes dans les pays chauds, et des cavernes dans les pays froids; cela suffisoit pour se garantir des bêtes farouches: mais, lorsque l'intérêt et les passions eurent armé les hommes les uns contre les au-

tres, ou qu'attirés par les agrémens d'une douce société, ils voulurent faire des maisons et des villes, ils percèrent les carrières, et employèrent la maçonnerie. On passa ensuite à quelque chose de plus parfait : les colonnes furent substituées aux poteaux qui soutenoient les anciennes demeures ; les architraves prirent la place des poitrails qui joignoient les poteaux ensemble, et les frontons imitèrent les fermes de charpente qui étoient au-dessous du faîte.

Les Égyptiens sont les premiers qui aient perfectionné l'architecture ; elle étoit tout à fait dans leur caractère ; elle étaloit par-tout cette noble simplicité si conforme à la nature, et cette grandeur qui remplit l'esprit et le charme. On lit avec étonnement, dans Hérodote et dans Diodore, la description du labyrinthe, c'est-à-dire, de douze palais, composés de quinze cents chambres, mêlées de terrasses qui communiquoient ensemble autour de douze salles, et ne laissoient point d'issue à ceux qui étoient entrés. On voit encore en Thébaïde, disent les voyageurs, quatre portiques d'une hauteur extraordinaire, où aboutissent quatre longues avenues, et qui enferment un salon soutenu de six vingt colonnes entremelées d'obélisques.

L'Egypte visoit au grand ; elle dressoit des monumens pour la postérité : ses pyramides subsistent encore ; la plus grande a une base dont chaque côté est de 704 pieds, et sa hauteur perpendiculaire de 630 ; elle est terminée par une plate-forme de 48 pieds de circonférence ; elle paroissoit destinée aux ob-

servations astronomiques et à la sépulture des rois.

Le chevalier Chardin, dans les dessins des ruines de Persépolis, nous donne une idée de l'architecture des anciens Perses; elle étoit fort ornée, mais manquoit de goût.

Les Grecs, plus inventifs, et plus heureux dans leurs inventions, mirent dans leurs édifices plus de régularité et de véritable beauté : ils inventèrent les ordres dorique, ionique et corinthien : le premier vient de Dorus, qui consacra un temple magnifique à Junon en la ville d'Argos; le second, des Ioniens, qui changèrent quelque chose dans la proportion et les ornemens du temple de Diane : on remarque cet ordre par les volutes; le troisième est attribué à Callimachus, sculpteur d'Athènes; le chapiteau est surmonté d'une feuille d'acanthe, idée qu'il avoit prise d'une plante d'acanthe qu'il avoit vue sur un tombeau à Corinthe. Vitruve dit qu'Hermogène porta cet art au haut point de perfection où il parut du temps de Périclès. Ce dernier, avec Cimon, remplit Athènes de superbes bâtimens, de galeries, de promenoirs, de places et de lieux d'exercices.

Les Romains se conformèrent d'abord à la manière de bâtir des Toscans, leurs voisins; l'ordre d'architecture qui porte leur nom est le plus simple, mais le plus solide pour soutenir de grosses masses de bâtimens. Dans la suite, prenant différentes parties du chapiteau corinthien, de l'ionique et du dorique, ils en composèrent un chapiteau, qui constitue l'ordre romain ou composite. Sous le règne d'Auguste, on

voyoit à Rome les chefs-d'œuvres de l'art, le temple de Jules-César, celui qu'Auguste consacra à Mars le Vengeur, le portique du Panthéon que fit bâtir Agrippa, et le théâtre de Marcellus. Alors parut Vitruve, qui conduisit le temple de Jupiter Anxur à Terracine. Il s'est rendu célèbre par les dix livres qu'il écrivit sur sa profession. Cet ouvrage contribua à conserver le bon goût de l'architecture sous les règnes suivans.

Le temple de la paix que Vespasien fit bâtir, l'an de J. C. 71, est regardé par tous les auteurs comme le plus grand, le plus magnifique et le plus riche qui fût à Rome. On admira ensuite la place de Trajan, conduite par Apollodore, l'an 157 de J. C. Ce prince fit bâtir un temple dans la ville de Nismes, dédié à Plotine, qui est demeuré en entier.

Sous saint Louis, vers la fin du treizième siècle, Eudes de Montreuil bâtit à Paris les églises des Chartreux, des Mathurins, des Cordeliers, des Quinze-vingts, et quelques autres. A voir la manière dont elles étoient construites, on sent aisément l'ignorance de ce siècle.

Sous le pape Léon X, les rois François Ier et Henri II, l'architecture monta tout d'un coup à sa dernière perfection. La basilique de Saint-Pierre à Rome ne manque pas d'admirateurs ; à Paris, le Louvre et la fontaine des Innocens, conduits par Pierre Lescot ; cette dernière, ornée des précieuses sculptures de Jean Goujeon. Philibert de l'Orme lui succéda, et orna le palais de Tuileries, que Catherine de Médicis fai-

soit bâtir. Louis de Foix, parisien, fut préféré à tous les architectes de l'Europe, pour bâtir l'Escurial en Espagne. Le célèbre Desbrosses vint ensuite; le Luxembourg est de son ordonnance, ainsi que le portail de Saint-Gervais. François Mansard embellit les environs de Paris, entre autres, le château de Maison; enfin, sous Louis XIV, Blondel, à qui l'on doit la porte Saint-Denis, et Louis le Veau, qui étala dans la seule façade du Louvre toutes les richesses de l'architecture des anciens. Deux monumens postérieurs, sont le Panthéon, par Souflot, et la fontaine de Grenelle, du célèbre Bouchardon, en 1739.

FORTIFICATION ET GÉNIE.

On appelle fortifications les ouvrages de terre ou de maçonnerie qui servent à flanquer ou défendre une place, à la rendre forte et à en éloigner l'ennemi. Tels sont les mines, les fossés, les bastions, les demi-lunes, ouvrages à cornes, etc.

Fortification se définit encore, arme défensive immobile.

Le génie, outre l'art de fortifier les places, est encore celui de les attaquer et de les défendre.

La nécessité où l'on est de prendre ses sûretés contre les attaques du dehors, a donné à l'art de fortifier les places un rang considérable entre les différentes parties des mathématiques. L'origine de cet art n'est pas équivoque.

Caïn, après son crime, bâtit la première ville pour lui servir d'abri contre la haine et l'horreur du genre

humain. Nembrod, dit l'Écriture, commença à être puissant sur la terre : on voit le dénombrement des places fortes de ce conquérant. Pharaon, roi d'Égypte, le persécuteur des Israélites, fit bâtir sur le confin de ses états les forteresses de Phiton et de Ramessès.

Quant à la manière de fortifier les villes, usitées chez les Orientaux, on voit, dans les Paralipomènes, Ezéchias relever les murs de ses places, y bâtir des tours d'espace en espace, et environner ce premier mur d'un autre mur en dehors : c'étoit sur ces tours qu'on mettoit les machines pour lancer des traits et jeter de grosses pierres. Les assiégeans se servoient aussi de machines qu'ils plaçoient sur des terrasses, et ils faisoient des retranchemens pour se mettre à couvert des sorties.

Les Grecs prirent des Orientaux leurs armes offensives et défensives, l'ordre des campemens, des marches, la manière de ranger les troupes en bataille, la méthode pour l'attaque et la défense des places. En lisant l'Iliade, on y voit, ainsi que dans l'art militaire des Hébreux, des chars à deux, à trois et à quatre chevaux ; la cavalerie tantôt confondue avec les chars, tantôt nettement distinguée ; l'infanterie destinée à soutenir les gens à cheval, les troupes rangées par nations; et, pour ne pas m'écarter de mon sujet, on voit chez les Grecs la double enceinte des villes, qui tenoit ordinairement sept corps de garde de cent soldats.

Cette manière de faire la guerre fut continuée jusqu'à l'invention des armes à feu. La poudre à canon

n'est en usage que depuis 470 ans, vers 1338; et ce fut un Allemand qui inventa l'artillerie. L'invention des bombes suivit celle des canons; et les premières employées à la guerre furent jetées, en 1588, dans la ville de Wachtendooch en Gueldre, assiégée par le comte de Mansfield : ce n'est qu'au premier siége de la Mothe, en 1634, que l'usage en a commencé en France.

La fortification des anciens a été traitée par Vitruve; quant à la fortification moderne, les premiers qui en aient écrit sont les Italiens, entre lesquels Romeli et Cataneo se sont le plus distingués. Après eux sont venus Jean Erard, ingénieur de Henri IV et de Louis XIII; Simon Stévin, Marolois, le chevalier de Ville, Lorini, etc. Le comte de Pagan l'a perfectionnée; son traité fut mis au jour, en 1645 : enfin, le maréchal de Vauban, à qui on doit trentre-trois places neuves, et trois cents qu'il a réparées; les parallèles, places d'armes, cavaliers de tranchées, bateries en ricochet, sont de son invention. Le général Montalembert a donné un excellent ouvrage sur cette partie, enrichi de ses nouvelles découvertes sur les casemates.

NAVIGATION, OU NAUTIQUE, OU HYDROGRAPHIE.

Par navigation, on entend ici, non seulement l'art de naviguer que l'on appelle ordinairement pilotage, consistant dans la connoissance de toutes les particularités de la route d'un vaisseau, mais encore la connoissance de la théorie des manœuvres; comme mâ-

tures, voiles, agrès, et la construction ou architecture navale.

Le pilotage met en état de déterminer en quel endroit de la mer on se trouve dans chaque instant de la navigation, et apprend encore à connoître la direction précise qu'il faut suivre pour se rendre au port où l'on se propose d'aller : il se divise en *cabotage* et *long cours*.

Le cabotage est la navigation dans laquelle on va de terre à terre, de cap en cap, le long des côtes, sans perdre ordinairement la terre de vue.

Le long cours comprend les voyages par lesquels on avance en pleine mer, ou dans lesquels on traverse l'Océan. On l'appelle aussi *hauturière*, parce que le pilote, n'étant plus dirigé par la vue des côtes, est obligé d'observer les astres et de prendre hauteur, ce qui nécessite la connoissance de l'astronomie et de la géométrie.

L'art de la navigation n'est pas moins ancien que les autres arts : à mesure que les hommes se multiplièrent et que la terre se peupla, on franchit les fleuves, on traversa les mers. Les Égyptiens, bons astronomes, s'attachèrent à observer les étoiles dont le cours pouvoit être utile à la navigation : l'expérience commença à les instruire ; et Mercure Trismégiste réduisit en préceptes les connoissances que l'usage leur avoit données.

Les Phéniciens apprirent des Égyptiens l'art de naviguer ; ils se servirent les premiers de la cynosure ou petite ourse, dont l'extrémité de la queue donne l'é-

toile polaire. Ceux-là enseignèrent aux Grecs les premiers élémens de cette science; mais ceux-ci, peu avancés dans l'astronomie, et à défaut de cartes marines, avoient grand soin de se pourvoir d'oiseaux, qui indiquoient par leur vol les terres où ils vouloient aborder, ou contre lesquelles ils craignoient d'échouer. Aussi les Grecs, et ensuite les Romains, qui furent leurs disciples dans cet art, se contentoient de côtoyer le rivage: ce ne fut que sous l'empereur Claude que Hipalus apprit aux derniers à aller aux Indes par la pleine mer.

Si dans ce temps-là la navigation étoit bien imparfaite, si les vaisseaux des anciens n'étoient pas aussi bons voiliers que les nôtres, ils offroient, il faut l'avouer, un spectacle plus magnifique; ils avoient même dans leur structure quelque chose d'étonnant: le vaisseau d'Hyéron, construit sous la direction d'Archimède, avoit 20 rangs de rames; celui de Ptolomée Philopator, long de 280 coudées, large de 38, et haut de 50, avoit 40 rangs. M. de Pages, dans son Voyage autour du Monde, imprimé en 1782, fait la description du *Bouanga* ou *Trirème* à cadre de balancement, espèce de pirogue à trois rangs de rames qu'il a vue aux îles Philippines. La gravure qu'il en donne peut offrir une idée de la construction des vaisseaux des anciens.

Ce n'est que dans le treizième siècle que l'art de la navigation commença à se perfectionner par la découverte de la boussole. On ignore si c'est Jean Goya, marinier de Melphi, ou un autre plus ancien que lui,

qui en a trouvé l'usage : quoi qu'il en soit, ce n'est que depuis cette importante découverte que Barthélemi Diaz, portugais, en 1493, ouvrit une nouvelle route aux Indes orientales, en doublant la pointe de l'Afrique, qu'il nomma cap des Tourmentes, et qui fut depuis appelé cap de Bonne-Espérance, et que tout de suite on découvrit l'Amérique.

Il étoit réservé à notre siècle et à notre nation de porter l'art de naviguer à sa dernière perfection. C'est ce qu'ont fait M. de Chazelles, les pères Pardies et Hotte, le chevalier Renaud, Hugens, Pitot, Bernoully, Bouguer, Borda, etc.

OBSERVATIONS.

Les négocians, fabricans et agriculteurs, n'ont pas besoin de la connoissance pratique des mathématiques mixtes ; ils peuvent et doivent même se borner à l'étude des mathématiques pures :

1° A l'arithmétique y compris les puissances, progressions et les logarithmes : c'est l'objet de ce premier cours.

2° A l'algèbre jusqu'aux équations pures du 3e degré.

3° A la géométrie jusqu'à la trigonométrie rectiligne.

Un peu de mécanique élémentaire ne nuiroit point ; ce qu'on en voit dans un cours de physique suffit.

Mais ils doivent s'attacher particulièrement :

A l'étude des changes et opérations de banque, deuxième cours.

A l'étude de la comptabilité et de la tenue des écritures, troisième cours.

A l'étude de la jurisprudence commerciale, quatrième cours.

A la connoissance des matières premières et manufactures dans les trois règnes de la nature; à la connoissance géographique des lieux d'où on les tire, à leurs qualités et à leurs prix, fabriquées et non fabriquées, cinquième cours.

Voilà les cinq cours que j'espère donner au public, dans lesquels toute la science nécessaire à ceux pour qui j'écris se trouve classée de manière à ne point faire confusion, et à rendre cette étude facile et agréable.

Digitized by Google

TABLE PERPÉTUELLE

Pour la correspondance des dates de l'ancien et du nouveau Calendrier.

MOIS de l'ancien style.	DATES de la veille du premier de chaque mois énoncé dans la première colonne à gauche.	DIFFÉRENCE à observer aux années bissextiles.
22 Septembre	5e Jour complément.	6e Jour compl.
1 Octobre.....	9 Vendemiaire.....	.....
Novembre	10 Brumaire.....	.....
Décembre.....	10 Frimaire.....	.....
Janvier.....	11 Nivôse.....	.....
Février.....	12 Pluviôse.....	.....
Mars.....	10 Ventôse.....	9 Ventôse.
Avril.....	11 Germinal.....	10 Germinal.
Mai.....	11 Floréal.....	10 Floréal.
Juin.....	12 Prairial.....	11 Prairial.
Juillet.....	12 Messidor.....	11 Messidor.
Août.....	13 Thermidor.....	12 Thermidor.
1er Septembre.....	14 Fructidor.....	13 Fructidor.

EXPLICATION.

Pour trouver dans le nouveau style le jour correspondant au jour cherché dans l'ancien style, ajoutez à la date du mois énoncée dans la deuxième colonne, un nombre égal au quantième du jour de l'ancien style que vous cherchez; la somme sera la date, si elle ne passe pas trente. Si elle passe trente, le surplus sera la date du mois suivant.

EXEMPLES.

1° A quelle date répond le 14 Janvier? 11 plus 14 fait 25 Nivôse.

2° A quelle date répond le 29 Janvier? 11 plus 29 fait 40; donc 10 Pluviôse.

3° A quelle date répond le 27 Août? 13 plus 27 fait 40 moins 30; fait 10 fructidor.

La distance de la lune à la terre est de 38411 myriamètres, le myriamètre étant de deux lieues et demie à peu près de 2283 toises.

Le diamètre du soleil est de 14237 myriamètres; son volume est de 1384462 fois plus grand que celui de la terre.

La lumière parcourt la distance du soleil à la terre, c'est-à-dire, 15282846 myriamètres en 8′ 13″; ce qui fait 30960 myriamètres, égalant 77380 lieues par seconde ancienne; elle doit employer plus de trois ans à venir des étoiles, qui sont au moins 200 mille fois plus éloignées que le soleil.

Le son parcourt 337 mètres, faisant 172 toises 5 pieds 9 pouces par seconde.

Un boulet de canon parcourt 216 toises et demie = 422 mètres au sortir de la pièce.

La révolution de la lune, établie dans la table ci-contre, est celle qui ramène les phases, en ramenant la lune vers le soleil, ou son mois synodique; mais la révolution réelle de la lune se termine en 27 jours 7 heures 43 minutes 12 secondes; c'est son retour aux étoiles ou son mois périodique.

C'est en 116 jours que *mercure* nous paroît revenir à la même position par rapport au soleil, et *vénus* en 584 jours.

TABLEAU DES PLANÈTES

formant le système du monde.

LE SOLEIL.	RÉVOLUTIONS des Planètes.				DISTANCE au Soleil approchée en myriamètres et lieues.	
	années.	Jours.	Heures.	Min. Sec.	Myriamètres.	Lieues.
Mercure.	0	87	23	14 48	5 915 983	14 789 957
Vénus. .	0	224	16	41 24	11 054 575	27 636 437
La Lune.	0	29	12	44 3	.. ..	.. ..
La Terre.	1	365	5	48 48	15 282 846	38 207 115
Mars. . .	1,88	686	22	18 27	23 286 360	58 215 900
Jupiter..	11,86	4330	14	39 2	79 485 740	198 714 350
Saturne..	29,44	10746	19	16 15	145 788 270	364 470 675
Herschel.	83,80	30589	8	39 0	293 180 300	732 950 750

	DIAMÈTRES approchés en Myriamètres et en Lieues.		GROSSEURS par rapport à la Terre.
	Myriamètres.	Lieues.	
☿	518	1295	La quinzième partie.
♀	1222	3055	Plus petite de $\frac{1}{9}$.
☽	348	870	La quarante-neuvième partie.
♁	1273	3182	....
♂	663	1657	Un cinquième.
♃	13842	34605	1300 fois plus gros.
♄	12722	31805	Mille fois plus gros.
♅	5502	13755	Quatre-vingt fois plus gros.

DES ANNÉES COMMUNES ET BISSEXTILES.

L'astronomie apprend qu'au bout de 365 jours complets, le soleil n'a point encore atteint le même degré de l'écliptique d'où il étoit parti, et qu'il n'y parvient que 5 heures 48 minutes 45 secondes après; ce qui forme une erreur d'un jour tous les quatre ans, moins 45 minutes.

Pour régler les années et les saisons, et les rendre conformes autant que possible, on a fait trois années de suite de 365 jours : on les nomme *années communes*, et on ajoute un jour de plus à la quatrième, que l'on fait de 366 jours; cette année se nomme *bissextile*. Le jour de plus s'ajoute aux complémentaires dans le calendrier républicain, et au mois de février dans l'ancien : ce mois n'a que 28 jours dans les années communes, et 29 dans les bissextiles. Cet arrangement a été prescrit par Jules-César, en l'an 3926, quarante-cinq ans avant l'ère chrétienne, et on a nommé pour cela *style Julien* cette manière de régler les années.

Pour établir les années bissextiles, on a choisi celles dont le nombre est divisible par quatre. Les années 1780, 1784, 1788, 1792 et 1796, ont été bissextiles ou de 366 jours; au lieu que les années intermédiaires ont été communes, ou de 365 jours; mais la différence de 45 minutes, en se multipliant, avoit produit dix jours depuis le concile de Nicée, l'an 325 de J. C., lorsque le pape Grégoire XIII, en réformant le calendrier, en 1582, ordonna pour empêcher cette erreur de s'accumuler, que, pendant trois siècles de suite, à commencer en 1700, chaque centième année ne seroit pas bissextile, mais que la centième année du quatrième siècle seroit bissextile, et ainsi de suite; de sorte que toutes les années séculaires dont le nombre est divisible par 400 sans reste sont bissextiles. Selon cet arrangement, les années 1800, 1900, seront communes; 2000 sera bissextile; 2100, 2200, 2300,

seront communes ; 2400 sera bissextile, etc. Cette forme de calendrier, qui est connue sous le nom de *nouveau style* ou de *style Grégorien*, n'a pas été généralement adoptée par toutes les nations ; celles qui suivent le vieux style comptent 11 jours de quantième moins que nous. L'année prochaine 1801, la différence sera de 13 jours pendant les deux siècles qui suivront 1900. Le Anglais n'ont adopté le nouveau style qu'au mois de septembre 1752.

DES PÉRIODES, DES CYCLES, DE L'ÉPACTE, DE L'INDICTION, DES LETTRES DOMINICALES.

Période, terme de chronologie ou connoissance des temps, est une révolution qui se renouvelle régulièrement, ou une époque de temps par lequel on compte les années, ou une suite d'années au moyen de laquelle le temps est mesuré de différentes manières, dans différentes occasions, et par des nations différentes. Il se dit proprement du cours que fait un astre pour revenir au même point d'où il étoit parti. Ainsi la période du soleil est de 365 jours près de 6 heures.

La période de la lune est de 29 jours et demi.

La période julienne est un espace de temps qui renferme 7980 ans par la multiplication du cycle solaire, du cycle lunaire et de l'indiction. Joseph Scaliger est l'inventeur de la période julienne, qui sert à vérifier les dates ; elle commence au premier janvier. Chaque année de la période julienne a son cycle solaire, son

cycle lunaire, et son cycle d'indiction particulier ; d'où il suit que toutes les années de la période julienne sont distinguées les unes des autres, et ne peuvent se rencontrer ensemble qu'au bout de 7980 ans.

Le cycle lunaire ou *nombre d'or* est une révolution de 19 ans, au bout de laquelle les nouvelles et pleines lunes reviennent au même jour du mois, et presque à la même heure de l'année julienne. Cette période de 19 années solaires équivaut à 19 années lunaires et 7 mois intercalaires. On la nomme encore cycle de Méthon, athénien, du nom de son inventeur.

La première année de l'ère chrétienne ou vulgaire répondoit au nombre 2 du cycle lunaire, c'est-à-dire, que le cycle lunaire a dû commencer sa période l'année qui a précédé immédiatement la naissance de J. C.

Le nombre d'or augmente donc d'un chaque année, et, quand la révolution de 19 ans est finie, on recommence par un.

Le cycle solaire ou de Jules-César est une période de 28 ans, qui commence par 1 et finit par 28 ; cette période étant écoulée, les lettres dominicales et celles qui désignent les autres jours de la semaine, reviennent en leur première place, et procèdent dans le même ordre qu'auparavant.

On appelle ce cycle *cycle solaire*, non à cause du concours du soleil avec lequel il n'a aucun rapport, mais parce que le dimanche étoit autrefois appelé jour du soleil, et que les lettres dominicales, ou qui servent à marquer le dimanche, sont princi-

palement celles pour lesquelles cette période a été inventée.

L'épacte est le nombre de jours qu'on a ajouté à l'année lunaire, pour l'égaler à l'année solaire, et qui sert à connoître l'âge de la lune. On s'en sert aussi pour fixer le jour de pâques et les fêtes mobiles.

Douze mois synodiques, de chacun 29 jours et demi, forment l'année lunaire de 354 jours; elle est plus courte d'environ 11 jours que l'année solaire commune, qui est de 365 jours. C'est cette différence qu'on appelle épacte.

Indiction est, en chronologie, un cercle de 15 années juliennes accomplies. Ce terme a d'abord signifié un tribut que les Romains percevoient tous les ans dans les provinces pour la subsistance des soldats qui avoient servi pendant quinze ans la république. A la chûte de l'empire romain, on conserva le terme indiction; mais on l'employa simplement pour marquer un espace de 15 années.

On la nomme indiction papale, parce que la cour de Rome s'en sert pour marquer ses dates.

Elle a été fixée au premier janvier de l'an 313 de l'ère commune; d'où il suit que l'an 312 avoit 12 d'indiction: car, divisant 312 par 15, il reste 12; par conséquent on a supposé que le cycle de l'indiction commençoit trois ans avant la naissance de J. C., supputation fictive qui n'a aucun rapport avec les mouvemens célestes.

Lettres dominicales, sont sept lettres, a, b, c, d, e, f, g, dont on se sert dans les almanachs pour mar-

quer le jour du dimanche tout le long de l'année. On en met deux par chaque année bissextile, dont la première va jusqu'au 24 février, et l'autre jusqu'à la fin de l'année.

RÉCAPITULATION.

Nombre d'or	= 19.	Période julienne.
Cycle solaire	= 28.	$19 \times 28 = 532$
Epacte	= 11.	$\times\ 15$
Indiction	= 15.	$= 7980$ ans.
Lettres dominicales	= a, b, c, d, e, f, g.	

Calcul du nombre d'or.

Pour trouver le nombre d'or d'une année quelconque de l'ère chrétienne, ajoutez 1 à l'année proposée, et divisez par 19, le reste sera le nombre cherché. S'il ne reste rien, le nombre d'or est 19, et le quotient exprime les révolutions passées depuis la naissance de J. C.

Le nombre d'or de
- 1782 = 16.
- 1800 = 15.
- 1801 = 16.
- 1802 = 17.
- 1803 = 18.
- 1804 = 19.
- 1805. = 1.

Calcul du cycle solaire.

Pour trouver le cycle solaire d'une année proposée, ajoutez 9 au nombre donné, et divisez la somme par 28; le nombre restant exprimera le cycle cherché,

et le quotient marquera le nombre des périodes du cycle solaire depuis J. C.

S'il n'y a point de reste, c'est une marque que l'année dont il s'agit est la vingt-huitième ou la dernière de son cycle.

La raison de cette opération est qu'au temps de la première année de J. C. neuf cycles s'étoient déjà écoulés, ou étoient censés s'être écoulés.

Le cycle solaire de
1800 = 17.
1801 = 18.
1802 = 19.
1803 = 20.
1804 = 21.
1810 = 27.
1811 = 28.
1812 = 1.

Calcul de l'épacte.

De la définition de l'épacte il suit qu'elle doit augmenter de 11 chaque année, et que les nouvelles et pleines lunes arrivent onze jours plus tôt une année que la précédente; l'âge de la lune doit aussi augmenter de la même quantité. En sorte que, pour avoir l'épacte d'une année, il suffit d'ajouter 11 à celle de l'année précédente. Si la somme n'excède pas 30, ce sera l'épacte cherchée; mais si la somme surpasse 30, il faut ôter ce nombre. (Cette méthode souffre exception dans le cas où le nombre d'or est 1; car alors il faut ajouter 12 à la dernière épacte.)

Les épactes sont des nombres qui expriment cha-

que année l'âge à peu près qu'avoit la lune à la fin de l'année précédente. Lorsque 1799 a fini, par exemple, la lune étoit âgée de 4 jours, c'est-à-dire, qu'à la fin de 1799, il y avoit quatre jours d'écoulés depuis la dernière conjonction ou nouvelle lune: et c'est pourquoi 1800 a 4 d'épacte; et, comme le nombre des jours contenus dans les mois de janvier et de février font ensemble environ deux lunaisons, il s'ensuit que l'épacte d'une année est aussi l'âge à peu près qu'a la lune le dernier jour de février de l'année courante.

Pour trouver l'épacte d'une année dans les 18 et 19eme siècles, c'est-à-dire, entre 1700 et 1900 exclusivement, on ôte 1 du nombre d'or, on multiplie le reste par 11, ensuite on divise le produit par 30, ce qui reste après la division est l'épacte.

Autre méthode d'usage fort simple.

On compte le nombre d'or circulairement sur la racine, sur la jointure et sur le bout du pouce, en commençant à la racine. Si le nombre d'or finit sur la racine, on en retranche 1, pour avoir l'épacte; s'il finit sur la jointure, on y ajoute 9; enfin, s'il finit sur le bout, on ajoute 19: la somme du nombre d'or et de la quantité ajoutée donne l'épacte; supposé que cette somme soit plus grande que 30, on en prend le surplus.

Nota. Depuis 1900 jusqu'à 2100, on retranchera 2 du nombre d'or s'il finit sur la racine, ou on y ajoutera 28; sur la jointure on ajoutera 8, et au bout 18.

Épacte de
1782 = 15.
1794 = 28.
1800 = 4.
1810 = 25.
1811 = 6.
1812 = 17.
1801 = 15.

Calcul des nouvelles et pleines lunes.

Pour trouver quel quantième du mois arrive la nouvelle lune, on ajoute l'épacte avec les mois écoulés depuis mars inclusivement, jusques et compris celui pour lequel on cherche la nouvelle lune; cette somme se retire d'une lunaison, c'est-à-dire, de 29 ou de 30 jours, selon que le mois a 30 ou 31 jours; le reste donne le jour du mois qui indique la nouvelle lune.

Si la somme de l'épacte et des mois passés depuis mars surpasse les nombres de 29 ou de 30, on la retranche de 59, valeur des deux lunaisons.

Quant aux mois de janvier et de février, on ne fait qu'ajouter 1 à l'épacte de l'année proposée, et on ôte la somme de 30 pour le mois de janvier, et de 29 pour le mois de février.

Pour savoir à quel jour du mois tombe la pleine lune, il suffit d'ajouter 15 jours au quantième de la nouvelle lune, si elle arrive avant le 15; au lieu qu'il faut en retrancher ce nombre si elle arrive après le 15.

Questions.

Quel est le temps de la nouvelle et pleine lune au mois de mai 1782?

R. Nouvelle le 12, pleine le 27.

Opération.

L'épacte = 15
3 mois écoulés depuis mars 3
Total, âge de la lune = 18, le dernier avril, qu'il faut ôter de 30, puisque mai a 31 jours.
Reste 12, pour le quantième de la nouvelle lune.
Ajoutant 15
Total 27, pour la pleine lune.

On demande le temps de la nouvelle et pleine lune en décembre 1878?

R. Nouvelle lune le 23, pleine lune le 8.

Opération.

Epacte 26
mois écoulés depuis mars 10.
Total 36 à ôter de 59, reste 23 + 15=38—30=8.

On demande le temps de la nouvelle et pleine lune en juillet 1794, juin 1780, janvier 1784.

R. Nouvelle 26 juillet, 2 juin, 22 janvier.
Pleine 11 17 7.

Calcul des lettres dominicales.

Pour trouver la lettre dominicale d'une année proposée, cherchez le cycle solaire pour cette année, et vous trouverez la lettre dominicale qui y répond dans la table que nous allons construire pour les années juliennes.

On a établi qu'une année bissextile seroit la première du cycle solaire, et que les lettres dominicales qui lui répondent seroient GF; on prend les autres en revenant sur la gauche, et on forme la table suivante.

Cycle solaire des années Juliennes jusqu'à 1600.

1	GF	5	BA	9	DC	13	FE	17	AG	21	CB	25	ED
2	E	6	G	10	B	14	D	18	F	22	A	26	C
3	D	7	F	11	A	15	C	19	E	23	G	27	B
4	C	8	E	12	G	16	B	20	D	24	F	28	A

Grégoire XIII, en réformant le calendrier, a fait plusieurs changemens à cette table. Le cycle solaire de l'année 1582, dans lequel s'est fait cette réforme étoit 23, et par conséquent G étoit la lettre dominicale suivant la table précédente; mais comme en retranchant dix jours, la lettre dominicale devint C, (en comptant dix sur les lettres depuis G) substituant donc dans le cycle solaire des années juliennes au lieu de G, la lettre C, pour le cycle solaire 23, c'est-à-dire, portant la colonne CB pour première, on aura la table suivante.

Cycle solaire pour l'année Grégorienne 1600 à 1700.

1	CB	5	ED	9	GF	13	BA	17	DC	21	FE	25	AG
2	A	6	C	10	E	14	G	18	B	22	D	26	F
3	G	7	B	11	D	15	F	19	A	23	C	27	E
4	F	8	A	12	C	16	E	20	G	24	B	28	D

Les années 1700, 1800 et 1900, ne devant point être bissextiles, comme elles auroient dû l'être suivant le calendrier julien, cette table ne peut plus

servir, et on est obligé de la changer. Par exemple, l'année 1700 donnant 1 de cycle solaire, les lettres dominicales devroient être C et B, par la table précédente; mais comme 1700 n'est point bissextile, C, est la seule lettre dominicale pour toute l'année; par conséquent l'année suivante B sera la dominicale, et les deux années d'après A et G. Ainsi l'on voit que, dans le cycle solaire, depuis l'année 1700 jusqu'en 1800, la première colonne doit avoir DC, B, A, G, on aura la table suivante.

Cycle solaire depuis l'année Grégorienne 1700 *jusqu'à l'année* 1800.

1	DC	5	FE	9	AG	13	CB	17	ED	21	GF	25	BA
2	B	6	D	10	F	14	A	18	C	22	E	26	G
3	A	7	C	11	E	15	G	19	B	23	D	27	F
4	G	8	B	12	D	16	F	20	A	24	C	28	E

Ce même cycle doit encore changer en l'année 1800; car le cycle solaire étant 17, ED devroient être les lettres dominicales: mais comme cette année ne sera point bissextile, la lettre dominicale sera E pendant toute l'année, et celles des années suivantes D, C, B. Ainsi prenant la colonne où est FE, D, C, B, on aura la table suivante.

Cycle solaire depuis l'année Grégorienne 1800 *jusqu'à l'année* 1900.

1	FE	5	AG	9	CB	13	ED	17	GF	21	BA	25	DC
2	D	6	F	10	A	14	C	18	E	22	G	26	B
3	C	7	E	11	G	15	B	19	D	23	F	27	A
4	B	8	D	12	F	16	A	20	C	24	E	28	G

Lettres dominicales de

1800	E	1806	E
1801	D	1807	D
1802	C	1808	CB
1803	B	1828	G
1804	AG	1829	FE
1805	F	1830	D

Ce cycle doit encore changer en 1900; mais comme 2000 sera bissextile, prenez dans la table ci-dessus la colonne du cycle solaire de 1900 qui est 5, et vous aurez la table suivante.

Cycle solaire depuis l'année Grégorienne 1900 *jusqu'à l'année* 2000 *et* 2100.

1	AG	5	CB	9	ED	13	GF	17	BA	21	DC	25	FE
2	F	6	A	10	C	14	E	18	G	22	B	26	D
3	E	7	G	11	B	15	D	19	F	23	A	27	C
4	D	8	F	12	A	16	C	20	E	24	G	28	B

Calcul de l'indiction.

Pour trouver l'indiction qui répond à une année commune, ajoutez 3 à l'année donnée, divisez la somme par 15, ce qui reste après la division, sans avoir égard au quotient, est le nombre de l'indiction cherchée.

Indiction de

1800	=	3
1801	=	4
1802	=	5
1809	=	12
1810	=	3
1812	=	15
1813	=	1

On se sert des tables des indictions pour l'étude des

originaux de l'Histoire Ecclésiastique, des diplomes et chartres des empereurs et des papes.

Calcul de la période julienne.

La première année de l'ère chrétienne dans tous nos systêmes de chronologie, est toujours la 4714me de la période julienne. Ainsi, pour trouver à quelle année de la période julienne appartient une année donnée depuis J. C., ajoutez à cette année 4714.

Exemple.

Ere vulgaire.		Année julienne.
1796		6510
1798	+4714	6512
1800		6514

Nota. 1800 au 20 de fructidor donne 6513.

Si au contraire par l'année de la période julienne on veut avoir l'ère vulgaire, retranchez 4714.

Si l'année donnée de la période julienne étoit moindre que 4713, il faudroit la retrancher de 4714, et on connoîtroit de combien l'année donnée de la période julienne a précédé la naissance de J. C.

DOCTRINE

OU

CHRONOLOGIE HISTORIQUE DES TEMPS.

Le temps se divise en sept âges :

		An du Monde.
Le 1er depuis la création du monde jusqu'au déluge a duré.	1656 ans, ci	1656
Le 2e depuis cette époque jusqu'à la vocation d'Abraham.	426	2082
Le 3e s'est terminé à la sortie des Juifs de l'Égypte.	430	2512
Le 4e depuis cette sortie jusqu'à la fondation du temple de Salomon, a duré.	480	2992
Le 5e jusqu'à la fin de la captivité des Juifs à Babylone, sous Cyrus, a duré	476	3468
Le 6e depuis cette époque jusqu'à la naissance de J. C., a duré. . .	532	4000
Le 7e depuis cette naissance jusqu'à présent, ère vulgaire.	1800	5800

Nota. L'ère vulgaire a commencé la 4e année de la naissance de J. C.

Suivant les bons chronologistes, on a remarqué cinq époques qui servent à l'intelligence de l'Histoire Sacrée et Profane.

	An du Monde.
1re La prise de Troyes, arrivée, en.	2830
2e La fondation de Rome, en.	3250

	An du Monde.
3e Carthage vaincue par Scipion, en.	3800
4e Constantin, ou la paix de l'église, ère vulgaire, 312.	4312
5e Charlemagne, ou le rétablissement de l'Empire, ère vulgaire, 800.	4800
Fondation de la république française, ère vulgaire, 1792.	5792

Le siècle contient 100 années ou 20 lustres.

Le lustre contient 5 années.

L'année contient 12 mois.

Les mois républicains sont tous de 30 jours, et contiennent 3 décades de 10 jours, savoir: primidi, duodi, tridi, quartidi, quintidi, sextidi, septidi, octidi, nonidi, décadi.

Les mois anciens sont de 28, 29, 30 ou 31 jours; la semaine est de 7 jours, savoir: lundi, mardi, mercredi, jeudi, vendredi, samedi, dimanche.

Le calendrier républicain a pour époque l'ère française ou la fondation de la république, le 22 septembre 1792, de l'ère vulgaire; mais il ne fut décrété que le 4 frimaire de l'an deux, et il servit deux jours après à dater les actes publics et les séances de la convention nationale.

Chaque année commence à minuit avec le jour dans lequel arrive l'équinoxe vrai d'automne à Paris. D'après cette règle, les années 3, 7, 11, 15, etc. doivent être bissextiles, c'est-à-dire, avoir six jours complémentaires, et les années 3 et 7 l'ont été effectivement.

DES JOURS.

Le jour naturel, ou civil, est la durée d'une révolution de la terre autour de son axe, ce qui donne quatre sortes de jours.

Babylonique, suivi par les Grecs d'aujourd'hui, depuis un orient jusqu'à l'autre orient, c'est-à-dire, du lever du soleil au lever du soleil.

Judaïque, suivi par quelques peuples d'Italie, les Chinois, Autriche et Bohème, Juifs et Athéniens, depuis un occident jusqu'à l'autre occident, c'est-à-dire, depuis le coucher du soleil jusqu'à l'autre coucher.

L'*Arabique* ou *Astronomique*, depuis midi jusqu'à l'autre midi.

L'*Egyptiaque*, suivi par les Égyptiens, les Romains, Hypparque et Copernic, et par la plus grande partie des peuples de l'Europe, depuis minuit jusqu'à minuit.

Anciennement le jour naturel se divisoit en trois parties de huit heures, savoir :

Heure du matin, depuis 4 heures du matin jusqu'à 12 heures.

La méridienne, depuis midi jusqu'à 8 heures du soir.

Heure du soir, depuis 8 heures du soir jusqu'à 4 heures du matin.

Ensuite on divisa la moitié du jour naturel en quatre parties de trois heures, *prime*, *tierce*, *sexte*, *none*.

On appelle *nuit* la partie du jour naturel comprise dans l'intervalle du coucher au lever du soleil.

DES SEMAINES.

L'institution de la semaine est prise ou de la Genèse, où il est dit que Dieu créa le monde en six jours, et se reposa le septième ; ou du Deutéronome, où il est écrit que Dieu commanda à Moïse de travailler pendant six jours, et de se reposer le septième.

Les Grecs comptoient leurs semaines par décade, et Pythagore, par rapport aux sept planètes, fit la semaine de sept jours.

Le *dimanche* étoit consacré au soleil ; ce n'est que depuis les chrétiens qu'il est nommé le jour du Seigneur.

Le lundi, à la lune ; le mardi, à Mars ; le mercredi, à Mercure ; le jeudi, à Jupiter ; le vendredi, à Vénus ; le samedi, à Saturne.

Les Romains comptoient par *neuvaines* ou *novemdiales*, jours de foires et de marchés.

Numa Pompilius, à l'imitation de Pythagore, les réduisit à sept jours.

Les Chrétiens commencent la semaine par le *dimanche*.

Les Juifs par le *samedi*, qu'ils appellent *sabbat*.

Les Mahométans, le *vendredi*.

Les Païens, le *mardi*.

COMPARAISON

DES NOUVELLES MONNOIES, DES NOUVEAUX POIDS ET MESURES, AUX ANCIENS.

OR.

Les titres et les poids sont décrétés, mais les valeurs ne le sont point. (*Voyez* au chap. XII, Alliage.)

ARGENT.

La pièce de 5 francs, vaut 5 liv. 1 s. 3 deniers. [1]

Le franc. . . . . 1 » 3

Le franc se divise en 10 décimes.

Le décime. . . . . en 10 centimes.

La livre se divisoit en 20 sous.

Le sou. . . . . en 12 deniers.

MESURES DE LONGUEUR.

	lignes.	toises.	pieds.	pouces.	lignes.
Millimètre	=,443295936o=	.	.	.	.,443
Centimètre	=4,43295936o=	.	.	.	4,432
Décimètre	=44,3295936o=	.	.	3	8,329
Mètre	=443,295936o=	.	3	o	11,296
Décamètre	=4432,95936o=	5	o	9	4,959
Hectomètre	=44329,5936o=	51	1	10	1,593
Kilomètre	=443295,936o=	513	o	5	3,936
Myriamètre	=4432959,36o=	5130	4	5	3,36
Degré décimal	=44329593,6o=	51307	2	4	9,6
$\frac{1}{4}$ du Méridien	=443295936o.=	5130740	.	.	.

Le mètre se divise en 10 décimètres, ou 100 centimètres, ou 1,000 millimètres.

Tout ce qui se mesuroit à la toise et à l'aune, se mesure au mètre.

Le décamètre vaut 10 mètres.

---

[1] Par la loi du 25 germinal an 4.

L'hectomètre vaut 10 décamètres = 100 mètres.

Le kilomètre vaut 10 hectomètres = 1,000 mètres: sert aux petites étendues, aux bornes des routes, = petit $\frac{1}{4}$ de lieue.

Le myriamètre vaut 10 kilomètres, = 10,000 mètres : sert pour les postes = 2 grandes lieues et plus.

Le degré décimal *ou* le grade vaut 10 myriamètres, = 100,000 mètres, vaut 22,^{lieues}49.

Le quart du méridien vaut 100 grades,=10,000,000 vaut 2,249,^{lieues}338.

Nota. On voit que le mètre est la dix millionnième partie du quart du méridien.

MESURES DE CAPACITÉ.

		lignes cubes.	toises.	pieds.	pouc.	lignes cubes.
Centilitre	=	871,12654849 =	.	.	.	871,1265
Décilitre	=	8711,2654849 =	.	.	5	74,2654
Litre	=	87112,654849 =	.	.	50	742,6548
Décalitre	=	871126,54849 =	.	.	504	514,5484
Hectolitre	=	8711265,4849 =	.	2	1586	1689,4849
Kilolitre	=	87112654,849 =	.	29	317	1342,849
Myrialitre	=	871126548,49 =	1	75	1449	1332,49

Le centilitre sert à mesurer le petit verre d'eau-de-vie.

Le décilitre remplace le poisson et le demi-setier de vin; c'est l'équivalent d'un gobelet ordinaire.

Le litre est égal au décimètre cube, et remplace le litron et la pinte de Paris. Les divisions et multiples du litre sont les mêmes que ceux du mètre.

Le décalitre remplace le boisseau, pour la mesure des grains; sa $\frac{1}{2}$ remplace le picotin.

L'hectolitre remplace le muid.

Le kilolitre remplace le tonneau de mer.

Le myrialitre est inutile.

POIDS.

	grains.		marcs.	onces.	gros.	grains.
Milligramme	,01882715	=	.	.	.	.,0188
Centigramme	,1882715	=	.	.	.	.,1882
Décigramme	1,882715	=	.	.	.	1,8827
Gramme	18,82715	=	.	.	.	18,8271
Décagramme	188,2715	=	.	.	2	44,2715
Hectogramme	1882,715	=	.	3	2	10,715
Kilogramme	18827,15	=	4	0	5	35,15
Myriagramme	188271,5	=	40	6	6	63,5

Le gramme est égal à la pesanteur de l'eau distillée, contenue dans un cube, dont les faces auroient la dimension du centimètre carré; les divisions du gramme et ses multiples sont les mêmes que ceux du mètre.

L'hectogramme sert à peser les ouvrages d'or et d'argent [1], et à déterminer, d'après ce poids, la perception du droit de marque sur ces ouvrages.

Le kilogramme sert à peser les métaux et la viande.

Le myriagramme sert à peser les grains.

MESURES AGRAIRES.

	lignes carrées.		toises carrées.	pieds carrés.
Centiare	= 196511,286874	=	.	9,4768
Déciare	= 1965112,86874	=	2,6324	
Are	= 19651128,6874	=	26,3244	
Décare	= 196511286,874	=	263,2449	
Hectare	= 1965112868,74	=	2632,4492	
Kilare	= 19651128687,4	=	26324,4929	
Myriare	= 1965112868 74.	=	263244,9294	

Le centiare est égal au mètre carré.

L'are sert à la mesure des terrains précieux des villes, jardins et petites propriétés. Les divisions de l'are et ses multiples sont les mêmes que ceux du mètre.

---

[1] Par la loi du 19 brumaire an 6.

L'hectare sert à la mesure des terrains d'une certaine étendue, comme terres, prés et bois.

Le myriare sert pour les grands territoires.

MESURES POUR LES BOIS DE CHAUFFAGE ET CORPS SOLIDES.

	lignes cubes.	pieds cubes.
Stère *ou* mètre cube	= 871 12654,8494258	= 29,17385
Decistère *ou* décimètre cube.....	= 871 1265,4849258	= 2,91738

Le stère sert à la vente du bois de chauffage; son double fait environ la voie de bois de Paris. (Quand il s'agit de l'évaluation d'un corps solide, on dit mètre cube.)

Le décistère est la dixième partie du stère; il peut, ainsi que son double, servir à régler la grosseur des fagots et la mesure des coterets.

MESURE DU TEMPS OU HORAIRE.

Le jour d'un minuit à l'autre	heures	minutes	sec.
se divise en 10 =	1000 =	100000	
L'heure.... =	100 =	10000	
La minute.. =		100	

Le jour d'un minuit à l'autre	heures	minut.	sec.
se divisoit en 24 =	1440 =	86400	
L'heure..... =	60 =	3600	
La minute... =	=	60	

D'où il suit que 10 heures décimales = 24 heures anciennes.

L'année vaut 365 jours, et 366 quand elle est bissextile.

Les nouveaux mois sont:		Les mois anciens sont:	
Automne.	Vendémiaire.	Automne.	21 Septembre.
	Brumaire.		Octobre.
	Frimaire.		Novembre.
Hiver....	Nivose.	Hiver....	21 Décembre.
	Pluviose.		Janvier.
	Ventose.		Février.

PRINTEMPS {	Germinal.
	Floréal.
	Prairial.
ÉTÉ..... {	Messidor.
	Thermidor.
	Fructidor.

Tous les mois sont égaux et de 30 jours. Il y a 5 ou 6 jours complémentaires, suivant que l'année est ou n'est pas bissextile.

L'année commence au 1er vendémiaire.

PRINTEMPS {	21 Mars.
	Avril.
	Mai.
ÉTÉ..... {	21 Juin.
	Juillet.
	Août.

Janvier, mars, mai, juillet, août, octobre et décembre, étoient de 31 jours; avril, juin, septembre et novembre de 30 jours; février étoit de 28 quand l'année n'étoit pas bissextile, et de 29 quand elle l'étoit.

L'année commençoit au 1er janvier.

DIVISION DE LA CIRCONFÉRENCE, OU CERCLE.

La circonférence se divise	degrés	minutes	sec.
en	400 =	40000 =	4000000
Le quart =	100 =	10000 =	1000000
Le degré	= 100 =	10000	
La minute	=	100	

La circonférence se divisoit	degrés	minutes	sec.
en	360 =	21600 =	1296000
Le quart =	90 =	5400 =	324000
Le degré	= 60 =	3600	
La minute	=	60	

Sur les noms des nouveaux poids et mesures.

Pour l'unité de mesure, on a pris le mot grec *mètre*, francisé depuis long-temps dans les mots baromètre, aéromètre, thermomètre, graphomètre, hygromètre.[1]

---

[1] Baromètre, instrument de physique, servant à faire connoître la pesanteur de l'air.

Aéromètre, instrument de physique, servant à mesurer la condensation ou la raréfaction de l'air.

Thermomètre, instrument fait pour indiquer les degrés de la chaleur ou du froid actuel.

Graphomètre, instrument de mathématiques, dont on se sert pour lever les plans.

Hygromètre, instrument de physique, servant à mesurer les degrés de sécheresse et d'humidité de l'air.

Pour les divisions de l'unité en parties décimales, on se sert des mots latins, *deci*, *centi*, *milli*, qui signifient dixième, centième, millième.

Et pour les multiples on a puisé dans la langue des Grecs, *déca*, qui signifient dix fois; *hecto*, pour hecato, cent fois (ici l'élision ne devroit pas avoir lieu, car *hecto* signifie $\frac{1}{6}$); *kilo*, pour kilio, mille fois; *myria*, dix mille.

Pour le surplus des anciennes mesures, *voyez* mon Cours de Banque, chap. IX.

TABLEAU
DE COMPARAISON

Des Mesures de l'an 10, *avec les Mesures du Système, et les anciennes Mesures, d'après l'arrêté des Consuls, du* 13 *brumaire an* 10.

MESURES DE LONGUEUR.

	lignes		toises	pieds	pouc.	lig.
Le trait ou (*m.m*)	= ,443297	=	.	.	.	0,443
Le doigt (*c.m*)	= 4,43296	=	.	.	.	4,432
Le palme ou (*d.m*)	= 44,3296	=	.	.	3	8,329
Le mètre.....	= 443,296	=	.	3	0	11,296

MESURES ITINÉRAIRES.

	lignes		toises	p.	p.	lignes.
La perche ou *d. m*	= 4432,96	=	5	0	9	4,96
Le mille ou *k. m*	= 443296,	=	513	0	5	3,93
La lieue ou *m. m*	= 4432959,	=	5130	4.	5	3,36

MESURES AGRAIRES.

	lignes carrées		toises	pieds carrés.
Mètre carr. ou (*c.a*)	= 196511,286	=	.	9,4768
Perche carrée ou *a*	= 19651128,6	=	26,3244	
Arpent ou *h. a*	= 1965112868,	=	2632,4492	

MESURES DE CAPACITÉ POUR LES LIQUIDES.

	lignes cubes	toises.	p.	p.	lig. cubes.
Verre ou (*d. l*)	= 8711,2654 =	.	.	5	74,2654
Pinte ou *l*	= 87112,654 =	.	.	50	742,6548
Velte ou *d. l*	= 871126,54 =	.	.	504	514,5481

MESURES DE CAPACITÉ POUR LES MATIÈRES SÈCHES.

	lignes cubes	toises	p.	p.	lig. cubes.
Pinte ou *l*	= 87112,654 =	.	.	50	742,6548
Boisseau ou *d. l*	= 871126,54 =	.	.	504	514,5484
Setier ou *h. l*	= 8711265,4 =	.	2	1586	1689,4849
Muid ou *k. l*	= 87112654, =	.	29	317	1342,849

MESURES DE SOLIDITÉ.

	lignes cubes	pieds cubes.
Stère	= 87112654, =	29,17385
Solive ou (*d. s*)	= 8711265,4 =	2,91738

POIDS.

	grains	liv.	p.	onces	gros	grains,
Millier	= 18827150, =	2042		14	0	14,
Quintal	= 1882715, =	204		4	4	59,
Livre ou *k. g*	= 18827,15 =	2		0	5	35,15
Once ou *h. g*	= 1882,715 =	.		3	2	10,715
Gros ou *d. g*	= 188,2715 =	.		.	2	44,2715
Denier ou *g*	= 18,82715 =	.		.	.	18,8271
Grain ou (*d. g*)	= 1,882715 =	.		.	.	1,8827

EXPLICATION DES ABRÉVIATIONS.

Les lettres entre parenthèses indiquent des divisions de l'unité principale, et celles qui ne le sont point indiquent des multiples.

(*m. m*) — millimètre.
(*c. m*) — centimètre.
(*d. m*) — décimètre.
d. m — décamètre.
k. m — kilomètre.
m. m — myriamètre.
(*c. a*) — centiare.
a — are.

h. a — hectare.
(*d. l*) — décilitre.
l — litre,
d. l — décalitre.
l — litre.
h. l — hectolitre.
k. l — kilolitre.
d. s — décistère.

k. g — kilogramme.
h. g — hectogramme.
d. g — décagramme.
g — gramme.
(*d. g*) — décigramme.

SUBDIVISIONS.

	palmes		doigts		traits.
Le mètre	10	=	100	=	1000
Le palme		=	10	=	100
Le doigt.....				=	10

	milles		perches		mètres.
La lieue =	10	=	1000.	=	10.000.
Le mille.....			100.	=	1.000.
La perche.....				=	10.

	perchées carrées		mètres carrés.
L'arpent =	100	=	10.000
La perche carrée.....		=	100.

	pintes		verres.
La velte =	10	=	100.
La pinte =.....		=	10.

	setiers		boisseaux		pintes.
Le muid =	10	=	100	=	1000
Le setier.....		=	10	=	100.
Le boisseau.....				=	10.

	décistères.
Le stère =	10.

	quintaux	l.	onces	gros	deniers	grains.
Le millier =	10 =	1000 =	10000 =	100000 =	1.000000 =	10.000.000.
Le quintal..... =	100 =	1000 =	10000 =	100000 =	1.000000 =	1.000.000.
La livre pesant ..... =	10 =	100 =	1000 =	10000 =	100000 =	1.000.000.
L'once..... =		10 =	100 =	1000 =	10000 =	100.000.
Le gros..... =			10 =	100 =	1000 =	10.000.
Le denier..... =				10 =	100 =	1.000.

CORRESPONDANCE DES POIDS ET MESURES.

MESURES ANCIENNES.	MESURES DU SYSTÊME.	MESURES de l'an X.
Aune.. . 3. 7. 10$\frac{5}{6}$	Mètre . 3. 0. 11,296	Mètre.
Perche 3 4. . .	Décamètre 5. 0. 9. 4,96	Perche.
Lieue 2283 . . .	Myriamètre 5130. 4. 5. 3,36	Lieue.
Perche car. 13 16 carrés.	Are 26,3244 carrées.	Perche car.
Grand arp. 1344.$\frac{4}{9}$ *id.*	Hectare 2632,4492 *id.*	Arpent.
Pinte..... . 46,95 cub.	Litre . . 50,43 cub.	Pinte.
Velte..... . 375,60 *id.*	Décalitre . . 504,29 *id.*	Velte.
Boisseau.. . 655,78 *id.*	Décalitre . . 504,29 *id.*	Boisseau.
Setier..... . 7869,36 *id.*	Hectolitre . . 5042,97 *id.*	Setier.
Muid..... . 94432,32 *id.*	Kilolitre . . 50429,77 *id.*	Muid.
Voie de bois 56 cubes.	Stère. . . 29,17 cubes.	Stère.
Solive.... 3 cubes.	Déci-stère . 2,91 *id.*	Solive.
Millier 1000$^{\#}$ pesant.	1000$^{\#}$ p. = dix quintaux.	Millier.
Quintal 100 *id.*	100$^{\#}$ p. = 1.000.000 grammes.	Quintal.
Livre pes. 1. = 9216. grains.	Kilogramme liv. 2. onces 0. gros 5. grains 35,15	Livre pes.
once = 576. *id.*	Hectogramme . 3. 2. 10,715	Once.
gros = 72. *id.*	Décagramme . . 2. 44,27	Gros.
denier = 24. *id.*	Gramme . . . 18,82	Denier.
grain = 1. *id.*	Décigramme . . . 1,88	Grain.

OBSERVATIONS.

Toise . 6 . .	2 Mètres 6 10 10,592	Double m.
Poisson.	Décilitre.	Verre.

TABLEAU

DE LA PESANTEUR SPÉCIFIQUE DES GRAINS.

ANCIEN SETIER. Livres poids de marc.	livres	onces.	HECTOLITRE ou SETIER de l'an X. Kilogrammes ou livres pesant de l'an X.
Avoine.....	143	4	47 kilogrammes ou livres.
Blé.....	236	8	76.
Chanvre.....	158	11	51.
Fèves.....	247	6	79,5 ou 5 onces.
Fèves de marais..	199	3	64,»....»
Lentille.....	247	11	79,6....6
Lin.....	196	6	63,1....1
Luzerne.....	224		72,»....»
Maïs.....	186	11	60,»....»
Millet.....	210	6	67,6....6
Orge.....	199	3	64,»....»
Pois gris.....	240	8	77,3....3
Pois verts.....	270	6	86,9....9
Rabette.....	203	3	65,3....3
Riz.....	250	8	80,5....5
Sarrazin.....	202	4	65,»....»
Seigle.....	218	4	70,1....1
Senevé.....	210	6	67,6....6
Trèfle.....	238	11	76,7....7
Vesce.....	245	12	79,»....»
Sac de farine, du setier.....	240		

Nota. Il peut y avoir différence de 5 à 6 liv. p. dans le poids, par rapport aux qualités.

OBSERVATIONS.

Le setier de blé produit ordinairement:

1° en farine blanche	156 liv.		
2° *id.* bise	14		
3° *id.* son	58	236 liv.	
déchet de mouture	8	4	tare du sac.
		240	

Les 156 livres de farine blanche, étant mises en pain, doivent produire un tiers en sus du poids; ainsi les 156 livres font 208 liv. de pain cuit par économie. (*Arithmétique* de Delille.)

560 kilogrammes de blé donnent 420 kilogrammes de farine, 126 kilogr. de son; il y a 14 kilogrammes de déchet; il en provient 550 kilogrammes de pain. (*Mémoires de l'Académie*, 1781, pag. 115.)

SUR LES ARÉOMÈTRES OU PÈSE-LIQUEURS.

Le pèse-liqueur de *Cartier* et celui de *Beaumé* marquent 20 degrés pour les eaux-de-vie ordinaires potables; le premier marque 36°, le second 40° pour l'esprit-de-vin le plus pur appelé $\frac{3}{8}$, c'est-à-dire, pour lequel on réduit huit litres d'eau-de-vie à trois litres d'esprit-de-vin.

Celui qui est le plus ordinaire dans le commerce est $\frac{3}{6}$; il ne va qu'à 34°, qui répondent à 36° de l'aréomètre de Beaumé. Il donne 10° dans l'eau distillée, 40° pour l'esprit le plus rectifié à la glace.

L'esprit $\frac{3}{6}$ se vend 209 francs l'hectolitre de 105,1 pinte de Paris.

TABLEAU DE LA TAILLE DE L'HOMME.

MESURES ANCIENNES.		MESURES DU SYSTÊME.	MESURES DE L'AN X.		
pieds.	pouces.	mètres.	mètres.	palmes.	doigts.
4.	6.	1,46.	1.	4.	6.
4.	7.	1,49.	1.	4.	9.
4.	8.	1,52.	1.	5.	2.
4.	9.	1,54.	1.	5.	4.
4.	10.	1,57.	1.	5.	7.
4.	11.	1,60.	1.	6.	»
5.	»	1,62.	1.	6.	2.
5.	1.	1,65.	1.	6.	5.
5.	2.	1,68.	1.	6.	8.
5.	3.	1,70.	1.	7.	»
5.	4.	1,73.	1.	7.	3.
5.	5.	1,76.	1.	7.	6.
5.	6.	1,79.	1.	7.	9.
5.	7.	1,81.	1.	8.	1.
5.	8.	1,84.	1.	8.	4.
5.	9.	1,87.	1.	8.	7.
5.	10.	1,89.	1.	8.	9.
5.	11.	1,92.	1.	9.	2.
6.	»	1,95.	1.	9.	5.

MESURES DE LONGUEUR

POUR LES ARTS ET MÉTIERS.

1 lignes	=	2	millimètres
2	=	$4\frac{1}{2}$	*ou* traits.
3	=	$6\frac{1}{2}$	
4	=	9	
5	=	11	
6	=	$13\frac{1}{2}$	
7	=	$15\frac{1}{2}$	
8	=	18	
9	=	20	
10	=	$22\frac{1}{2}$	
11	=	$24\frac{1}{2}$	
12	=	27	
1 pouce	=	27	millimètres
2	=	54	*ou* traits.
3	=	81	
4	=	108	
5	=	135	
6	=	162	
7	=	189	
8	=	216	
9	=	$243\frac{1}{2}$	
10	=	$270\frac{1}{2}$	
11	=	$297\frac{1}{2}$	
12	=	$324\frac{1}{2}$	
1 aunes	=	1,188	mètres.
2	=	2,376	
3	=	3,564	
4	=	4,752	
5	=	5,940	

1 pieds	=	32	centimètres
2	=	$64\frac{1}{2}$	*ou* doigts.
3	=	$97\frac{1}{2}$	
		mètres.	
4	=	1,3	palmes.
5	=	1,6	
6	=	1,9	
7	=	2,3	
8	=	2,6	
9	=	2,9	
10	=	3,2	
11	=	3,6	
12	=	3,8	
3 toises	=	5,8	
4	=	7,8	
5	=	9,7	
6	=	11,7	
7	=	13,6	
8	=	15,6	
9	=	17,5	
10	=	19,5	
11	=	21,4	
12	=	23,4	
13	=	25,3	
14	=	27,3	
15	=	29,2	
16	=	31,2	
17	=	33,1	
18	=	35,1	
19	=	37,0	
20	=	39,0	

POIDS.

grain. centigramm.		
1	=	5,307
décigramm.		
2	=	1,06
3	=	1,59
4	=	2,12
5	=	2,65
6	=	3,18
7	=	3,71
8	=	4,25
9	=	4,77
10	=	5,30
11	=	5,83
12	=	6,37
13	=	6,89
14	=	7,42
15	=	7,96
16	=	8,49
17	=	9,02
18	=	9,55

grains.		grammes *ou* deniers de l'an X.
19	=	1,01
20	=	1,06
21	=	1,11
22	=	1,17
23	=	1,21
24	=	1,26
25	=	1,33
26	=	1,38
27	=	1,43
28	=	1,49
29	=	1,54
30	=	1,59
31	=	1,65
32	=	1,70
33	=	1,75
34	=	1,80
35	=	1,85
36	=	1,91

gros.		grammes *ou* deniers de l'an X.
1	=	3,8216
2	=	7,64
3	=	11,46
4	=	15,28
5	=	19,11
6	=	22,93
7	=	26,75
8	=	30,57

onces.		grammes *ou* deniers de l'an X.
1	=	30,5679
2	=	61,13
3	=	91,70
4	=	122,27
5	=	152,84
6	=	183,40
7	=	213,97
8	=	244,54

marc.		hectogrammes *ou* onces de l'an X.
1	=	2,4454
2	=	4,89

liv.		hectogrammes *ou* onces de l'an X.
1	=	4,8908
2	=	9,78
3	=	14,67

		kilogrammes *ou* liv. de l'an X.
3	=	1,467
4	=	1,96
5	=	2,44
6	=	2,93
7	=	3,42
8	=	3,91
9	=	4,40
10	=	4,89
11	=	5,38
12	=	5,87
100	=	49,

TABLEAU

DE LA PESANTEUR D'UN MÈTRE CUBE DE DIVERSES MATIÈRES,

Exprimée en kilogrammes et en livres, poids de marc.

	livres de l'an X *ou* kilogrammes.		livres anciennes.
Platine.	21000	=	42932,49
Or.	19230	=	39313,89
Mercure.	13560	=	27722,12
Plomb.	11350	=	23203,99
Argent.	10510	=	21486,69
Cuivre rouge	8878	=	18150,22
Cuivre jaune	8544	=	17467,39
Acier.	7840	=	16028,13
Fer forgé	7788	=	15921,81
Étain.	7291	=	14905,75
Fer fondu	7208	=	14736,06
Porphyre	2779	=	5681,40
Granit.	2738	=	5597,57
Marbre	2727	=	5575,09
Eau de mer.	1026	=	2097,56
Eau distillée.	1000	=	2044,60
Vin de Bordeaux . . .	994	=	2032,13
Vin de la Côte d'Or . .	992	=	2028,05
Huile d'olive	915	=	1870,63
Éther muriat	730	=	1492,41

Formule.

kilogrammes.			livres.
21000	D.	0,48914	= 42932,49

TABLEAU

A l'aide duquel on peut apprendre aux enfans à écrire les plus forts nombres.

Nota. Les nombres sont écrits jusqu'à cent de suite. On voit la manière de les lier, et comment s'y prendre pour aller plus loin.

Nombres naturels. / Nombres composés.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Dix.....	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Vingt.....	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
Trente.....	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
Quarante...	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
Cinquante..	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
Soixante....	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
Soixante-dix.	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
Quatre-vingt.	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
Quatre-vingt-dix.	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
Cent.....	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109
Deux cents..	200	201	202	...	...	...	...	...	...	209
Trois cents..	300	301	302							
Neuf cents..	900	901	902							
Mille.....	1000	1001	1002							

On peut facilement remplir le reste.

On distingue trois sortes de caractères ou chiffres pour exprimer les nombres : les arabes, les romains, et les français.

COMPARAISON DE LEUR VALEUR.

	Chiffres Arabes.	Romains.	Français.
Un	1	I	*j*
Deux	2	II	*ij*
Trois	3	III	*iij*
Quatre	4	IIII ou IV	*iiij*
Cinq	5	V	*b*
Six	6	VI	*bj*
Sept	7	VII	*bij*
Huit	8	VIII	*biij*
Neuf	9	IX	*biiij*
Dix	10	X	*x*
Onze	11	XI	*xj*
Douze	12	XII	*xij*
Treize	13	XIII	*xiij*
Quatorze	14	XIIII ou XIV	*xiiij*
Quinze	15	XV	*xb*
Seize	16	XVI	*xbj*
Dix-sept	17	XVII	*xbij*
Dix-huit	18	XVIII	*xbiij*
Dix-neuf	19	XIX	*xbiiij*
Vingt	20	XX	*xx*
Trente	30	XXX	*xxx*
Quarante	40	XL	*xl*
Cinquante	50	L	*l*
Soixante	60	LX	*lx*
Soixante-dix	70	LXX	*lxx*
Quatre-vingt	80	LXXX	*lxxx*
Quatre-vingt-dix	90	XC	*lxxxx*
Cent	100	C	*jc*

Deux cents.....	200	CC	*ijc*
Trois cents.....	300	CCC	*iijc*
Quatre cents.....	400	CCCC	*iiijc*
Cinq cents.....	500	D ou IↃ...	*bc*
Six cents.....	600	DC	*bjc*
Sept cents.....	700	DCC	*bijc*
Huit cents.....	800	DCCC	*biijc*
Neuf cents.....	900	CM	*biiijc*
Mille.....	1000	M ou CIↃ...	*g*
Deux mille.....	2000	IIM ou IICIↃ.	*ijg*
Cinq mille.....	5000	IↃↃ	*bg*
Dix mille.....	10000	CCIↃↃ	*xg*
Cent mille.....	100000	CCCIↃↃↃ	*jcg*

D'après ce tableau, on voit que les Romains se servoient pour leurs chiffres de sept lettres numérales, savoir :

C, D, I, L, M, V, X.

Lettres numérales des Français, au nombre de sept :

b, c, g, i, j, l, x.

Chiffres arabes au nombre de dix :

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Nota. On croit communément que ce sont les astronomes arabes qui en ont inventé les figures, quoique les Arabes eux-mêmes les appellent chiffres indiens, comme s'ils les tenoient des peuples de l'Inde.

Ce qui paroît de plus certain, c'est que les Orientaux en sont les auteurs, ce qui semble confirmer, entre autres preuves, la manière de les écrire de la gauche à la droite, qui de tout temps a été en usage en Orient.

Explication de certains mots usités dans les auteurs de mathématiques.

Axiomes, vérités si claires qu'elles tombent sous les sens. *Exemple*, si d'un tout on retranche toutes les parties, il ne reste rien.

Théorêmes, propositions dont il faut démontrer la vérité, ou propositions spéculatives qui expriment les propriétés d'une chose. *Exemple*, les trois angles d'un triangle sont égaux à deux angles droits.

Corollaire, conséquence qui suit d'une proposition démontrée. *Exemple*, il ne peut y avoir dans un triangle qu'un angle droit ou un angle obtus.

Scolie, récapitulation de vérités précédemment démontrées.

Problêmes, propositions à résoudre, ou propositions qui tendent à la pratique ou recherche du moyen de faire une chose, portant avec soi la conviction que le moyen employé est infaillible.

Définition; ce qu'on appelle définition, en mathématiques, est l'explication de certains termes dont on fixe le sens, pour éviter l'ambiguité ou la confusion. On ne doit pas confondre ce terme, avec ce qu'on appelle *définition*, en terme de logique, qui consiste à démontrer une chose par ses élémens.

On appelle partie *alicote* ou *sous-multiple* d'un nombre, celui qui y est contenu exactement; ainsi 1, 2, 3, 4, 6, sont alicotes de 12, étant contenus exactement dans ce nombre.

SUR LES MESURES DES ANCIENS,

VALEURS APPROXIMÉES.

LONGUEUR.

Digitus { doigt = 4 grains d'orge rangés à côté l'un de l'autre = 4 lignes.
ou pouce = près de 12 grains d'orge.

Palme ou paume de la main = 3 pouces actuels = 81 millièmes du mètre ou millimètres.

Le pied = 4 palmes = près de 12 pouces actuels = 32 centimètres.

La coudée = 1 pied $\frac{1}{2}$ de roi = 0,486 mètres.

Le pas... = 5 pieds *id.* = 1,625.

La stade des Grecs = 125 pas = 625 pieds = 203,125 mètres.

Le parasange = 30 stades = 3750 pas = 18750 pieds = 6093,750 mètres.

Le mille = 8 stades = 5000 pieds = 1,625 kilomètres.

La lieue = 2 milles = 3,250 kilomètres.

Les degrés de latitude se divisent en 60 minutes, et chaque minute en 1000 parties, qu'on nomme pas géométriques, égalant 5 pieds de roi ; à ce compte 1000 × 5 = 5000 × 60° = 300000 pieds, lesquels divisés par 12000 pieds, valeur de la lieue moderne, donnent 25 lieues pour chaque degré.

	Pas géométriques.	Toises.	Kilomètres.
La Stade des Grecs.....	= 125	104 $\frac{1}{6}$	0,203
Le mille Romain.....	= 1000	833 $\frac{1}{3}$	1,623
La lieue Gauloise.....	= 1500	1250	2,435
Le mille d'Allemagne	= 4000	3333 $\frac{1}{3}$	6,493
id. de Pologne.....	= 3000	2500	4,870
id. de Hongrie.....	= 6000	5000	9,740
id. d'Italie.....	= 1000	833 $\frac{1}{3}$	1,623
id. d'Angleterre.....	= 1200	1000	1,948
id. d'Ecosse et d'Irlande	= 1500	1250	2,435
id. de Hollande	= 1500	1250	2,435

	Pas géométriques.	Toises.	Kilomètres.
Petite lieue de France.....	= 2400	2000	3,896
La lieue d'Espagne.....	= 3428	$2856\frac{2}{3}$	5,565
id. de Suède, Danemarck et Suisse.....	= 5000	$4166\frac{2}{3}$	8,117
Grande lieue de France....	= 3000	2500	4,870

MESURES DE CONTINENCE.

100 Amphores = 10 muids de Paris = 27,394 hectolitres.
1 amphore = 24 pintes *id.* = 22,824 litres.
L'artabe de blé d'Égypte = 4 boisseaux de Paris = 0,508 hectolitres.
id. de Médie = 5 boisseaux *id.* = 0,635 hectolitres.
id. de Perse = 6 boisseaux *id.* = 0,762

POIDS.

L'obole = le poids de 16 grains d'orge = 12 grains = 0,642 grammes.
Le drachme = 6 oboles = 1 gros = 72 grains = 3,852 grammes.
L'once = 8 drachmes = 8 gros = 576 grains = 30,816 grammes.
La livre pesant romaine = 12 onces = 96 gros = 6912 grains = 0,367 kilogrammes.

Les monnoies d'or et d'argent sont : le talent, les mines, les sicles, les drachmes; rien de positif sur leurs valeurs.
Le talent = 60 mines = 75 mines = 24 mines = 17 mines.
La mine = 25 sicles = 100 drachmes = 600 oboles.
Le sicle = $\frac{1}{2}$ once = 4 drachmes.
La drachme = 6 oboles.

CHAPITRE PREMIER.

1. L'ARITHMÉTIQUE est une partie des mathématiques, la science des nombres.

2. Le nombre est l'assemblage de plusieurs unités.

3. L'unité est ce que l'on prend pour servir de comparaison aux choses dont on parle : ainsi, quand je parle de dix mètres d'étoffe, l'unité est un mètre, petit bâton ou mesure fixée par l'état, qui porte 3 pi. 0 po. 11 lig., 296 de long.

Quand je parle de 12 lieues ou kilomètres de chemin, l'unité est une lieue, longueur fixée par l'état de 5130 toises un peu plus de long; ainsi l'unité varie suivant l'espèce de mesure dont on parle.

On distingue plusieurs sortes d'unités ou de nombres.

4. Le nombre concret, qui désigne l'espèce d'unité dont on parle, comme 100 livres pesant ou kilogrammes, 60 arpens ou hectares, 9 stères, 5 mètres, 3 pintes ou litres, on peut dire que c'est le nom de nombre avec le substantif.

5. Le nombre abstrait, qui ne désigne aucune espèce d'unités comme 100 fois, 60 fois, 9 fois, etc. je ne sais si on parle de livres, de stères, de mètres, d'arpens, c'est le nom de nombre seul sans substantif.

6. Le nombre complexe qui renferme les entiers avec leurs sub-divisions, comme livres pesant avec onces et gros, mètre avec décimètres, centimètres, etc.

7. Le nombre incomplexe qui renferme les entiers sans sub-divisions, comme des livres pesant seulement, des mètres, des arpens, etc.

8. Le nombre entier qui n'est point divisé comme 3, 17, 30, 100, etc.

9. Le nombre fractionnaire qui n'est composé que de partie de l'unité, comme $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{57}{100}$, etc.

10. Le nombre pair est celui dont on peut prendre la moitié sans reste, comme 4, 6, 8, 10, 12, 60, 100, etc.

11. Le nombre impair est celui dont la moitié donne toujours un reste, comme 3, 5, 7, 9, 11, 31, 101, etc.

NUMÉRATION.

12. La numération est l'art d'exprimer et d'écrire tous les nombres possibles par une quantité limitée de mots et de caractères.

13. Les caractères sont les dix chiffres 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, que les géomètres appellent nombres naturels.

Système de Numération.

14. Pour écrire avec ces dix chiffres tous les nombres, on est convenu que de dix unités du premier rang à droite on en formeroit une du second rang à gauche, appelée dixaine, que l'on marqueroit avec les mêmes chiffres que les unités du premier rang à droite, ainsi :

4 à la gauche de 4, se prononce quarante-quatre.
9 à la gauche de 0, se prononce quatre-vingt-dix.
9 à la gau. de 9, se prononce quatre-vingt-dix-neuf.

Ensuite de dix dixaines on est convenu de former une unité du troisième rang à gauche, appelée centaine; ainsi l'unité placée à la gauche de deux chiffres ou de deux zéros, se prononce cent. 100.

Deux unités se prononceroient deux cents, ci, 200.

Donc, s'il y avoit plusieurs unités au troisième rang à gauche, et des chiffres aux deux premiers rangs, de cette manière 876, on prononceroit huit cent soixante-seize.

Cette manière d'augmenter des nombres, en allant de droite à gauche, se rend, en disant que les chiffres vont en augmentant en raison décuple ou de dix en dix fois davantage. On peut s'exercer à écrire les nombres jusqu'à 900 et plus, à l'aide du tableau de la page (102).

Continuant cette marche, de dix unités du troisième rang à gauche, on en a formé une quatrième appelée mille, et on peut aller jusqu'à neuf mille neuf cent quatre-vingt-dix-neuf, ci. . . . . 9999.

De dix unités de mille on en a formé une du cinquième rang appelée dixaine de mille, une sixième appelée centaine de mille, etc. On voit que, par ce procédé, on parviendra à écrire tous les nombres.

Pour énoncer un nombre quelconque, il suffira de le partager par des virgules en tranches de trois chiffres chaque, en allant de la droite à la gauche; alors on n'aura plus à considérer que trois chiffres dans chaque tranche, (c'est-à-dire, des centaines, des dixaines ou des unités), et au nom de la tranche.

EXEMPLE.

Échelle de Numération.

quintillions ou quatrilliards.	quatrillions ou trilliards.	trillions ou billiards.	billions ou milliards.	millions.	mille.	unités.
907,	600,	100,	007,	090,	706,	008 liv.

Prononcez, neuf cent sept quatrilliards six cents trilliards cent billiards sept milliards quatre-vingt-dix millions sept cent six mille huit livres.

On remarquera facilement que le zéro ne sert qu'à occuper les places où il manque des unités, ou des dixaines ou des centaines.

Il est essentiel de s'exercer à énoncer beaucoup de sommes très-fortes; voici d'autres exemples:

609,070,109,000,907 liv.

Je partage mon nombre en tranches, et il me suffit de le comparer à l'échelle: je vois que, n'ayant que cinq tranches, la première à gauche exprime des billiards; ainsi je prononce six cent neuf billiards soixante-dix milliards cent-neuf millions neuf cent sept livres.

S'exercer sur les suivans:

807090000900o liv.
76000090oo liv.
10009009 liv.
380000
18006.

15. D'après ce qu'on vient de voir, rien de plus facile que d'exprimer tous les nombres; la difficulté est d'écrire en chiffres *ceux donnés en lettres*, ou

de vive voix : on y parviendra *en formant sur le papier autant de cases vides que le nombre proposé en indiquera sur l'échelle de numération ; alors on remplira ces cases des nombres indiqués, en mettant des zéros pour tenir la place des unités, dixaines, ou centaines qui manquent.*

EXEMPLE.

Cent dix billions soixante millions huit mille trois cents francs.

J'établis 4 cases :

milliards.	millions.	mille.	unités.
,110	,060	,008	,300.

Dans celle des billions j'en pose 110.

Dans celle des millions 60, et je mets zéro pour tenir lieu des centaines de millions.

Dans celle des mille je pose 8, et je mets deux zéros pour les dixaines et centaines de mille.

Dans celle des unités je pose 300.

Autres exemples pour s'exercer.

Quatre-vingt milliards dix mille soixante francs ;
Cent billiards huit millions cent mille dix francs ;
Vingt billiards dix-huit millions vingt francs ;
Deux cents billiards neuf milliards cent francs ;
Quinze cents-neuf millions dix mille quatre francs.

SECTION PREMIÈRE.

Addition.

16. L'addition a pour objet de réunir plusieurs parties en un tout, appelé somme ou total.

17. Le grand usage de cette règle pour le commerce est de calculer la somme des recettes ou dépenses de ce qui est dû ou payé du jour, de la semaine, du mois ou de l'année, pour pouvoir se rendre compte de l'emploi des fonds. Soit proposé de réunir les nombres 7096, avec 4978, avec 2198, avec 9799. Je les dispose de manière que les unités répondent sous les unités, les dixaines sous les dixaines, les centaines sous les centaines, les mille sous les mille.

	7096 francs.
	4978
	2198
	9799
Total	24071
	2.3.3.0.

Je commence par ajouter les unités pour en trouver les dixaines, en disant: 6 et huit font 14, plus 8 font 22, plus 9 font 31; je pose l'unité sous la colonne, et je retiens les 3 dixaines pour ajouter à la colonne des dixaines (14); de cette manière, 3 de retenus et 9 font 12, plus 7 font 19, plus 9 font 28, plus 9 font 37; je pose 7 sous la colonne des dixaines, et je retiens 3 que je porte à la colonne des

centaines; je continue : 3 de retenus et 9 font 12, plus 1 font 13, plus 7 font vingt; je pose zéro, et je retiens deux pour la colonne suivante; deux de retenus et 7 font 9, plus 4 font 13, plus 2 font 15, plus 9 font 24; je pose 4 et avance 2, parce qu'il n'y a plus d'autre colonne à ajouter. Le total fait vingt-quatre mille soixante-onze livres.

18. Il est très-important, lorsqu'on a fait une opération, de pouvoir la prouver. On appelle preuve d'une opération arithmétique, une autre opération que l'on fait pour s'assurer qu'on ne s'est point trompé dans le résultat de la première. Entre beaucoup de preuves qu'on pourroit citer, voici celle que je préfère; elle se fait par la soustraction, et est appuyée de cet axiome : *Si d'un tout on retranche toutes les parties, il ne reste rien.* Comme cette preuve tient à la règle suivante, il eût été plus méthodique de ne la traiter qu'après la soustraction; mais, comme elle a beaucoup de rapport dans ses détails avec l'addition, j'ai cru la pouvoir donner tout de suite, et j'ai observé qu'elle conduisoit les élèves à mieux entendre la soustraction.

Pour procéder, on commence l'addition à gauche : 7 et 4 font 11, plus 2 font 13, plus 9 font 22; de 24 que j'avois trouvé la différence est 2 que je pose sous le 4; ces deux sont la quantité de dixaines que j'avois retenue de la colonne précédente, et valent 20 pour cette colonne; j'ajoute cette deuxième colonne, et trouvant 9 plus 1 égale 10, plus 7 égale 17; je prends la différence de 17 à 20, qui est 3, que je pose sous cette colonne; ces 3 sont les dixaines retenues de la

colonne précédente valant 30, plus 7 font 37 ; j'ajoute la troisième colonne 9 et 7 font 16, plus 9 font 25, plus 9 font 34 ; je prends la différence de 34 à 37 qui est 3, que je pose sous cette colonne ; ces 3 sont les dixaines retenues de la colonne précédente valant 30, plus 1 font 31 ; j'ajoute la quatrième colonne, 6 et 8 font 14, plus 8 font 22, plus 9 font 31 ; je prends la différence de 31 à 31 reste zéro, qui justifie ma preuve. En effet, de la totalité j'ai retranché successivement chacune des colonnes qui la composent ; donc il ne doit rien rester.

Tableau d'additions à faire pour s'exercer.

livres pesant ou kilogrammes.	arpens ou hectares.	mètres.
9878	17896	7898
3169	30979	3167
798	19378	8079
6107	10864	1739
1986	3719	308
374	1306	1139
86	13789	147
100	10874	1078
9876	28060	1389
396	3896	1267
1789	1737	1079
367	898	109
48	10763	387
208	1018	1300
1097	13787	1078
Total 36279	Tot. 168964	Tot. 30164
Preuve 6.9.9.0.	Pr. 4.9.9.9.0.	Pr. 4.8.11.0.

pintes ou litres.	stères.	francs.
9879	9678	4789
6387	3170	1317
1078	1969	6078
6907	3010	1707
1000	287	3679
879	109	1728
4397	4076	6074
1680	1406	1798
796	809	3084
3878	136	1076
916	89	849
87	176	1087
Total.	Total.	T.
Preuve.	P.	P.

SECTION II.

Soustraction.

19. La soustraction sert à connoître de combien une quantité en surpasse une autre. Ce qui vient de cette opération se nomme ***reste***, ***excès*** ou ***différence.***

20. Le grand usage de cette règle pour le commerce est de faire connoître la différence de la recette à la dépense, le temps que les lettres et billets de change ont à courir jusqu'à leur échéance pour les escompter, etc.

21. Pour opérer une soustraction, il faut disposer les nombres de manière que le plus fort soit au-dessus et le plus foible au-dessous, en observant de placer

unités sous unités, dixaines sous dixaines, centaines sous centaines, etc.

EXEMPLE.

Je dois	378 francs.
je paie	254
reste	124
Preuve	378

Pour opérer cette règle, je dis en commençant par la droite:

De 8 paie 4 reste 4, que je pose sous les unités;

De 7 dixaines paie 5, reste 2, que je pose sous les dixaines;

De 3 centaines paie 2, reste 1, que je pose sous les centaines;

Le reste ou la différence que je dois encore est donc de 124 francs.

22. Je fais la preuve de cette règle par l'addition de la partie soustraite avec la différence, et je trouve, si l'opération est bien faite, la somme supérieure, fondé sur cet axiome, *qu'un tout est égal à ses parties réunies.* Car il est évident que si 124 est ce qui manque à 254 pour former la dette totale, en réunissant ces deux sommes on trouvera 378. En effet, je procède en disant 4 plus 4 font 8 unités, que je pose sous les unités; 5 plus 2 font 7 dixaines, que je pose sous les dixaines; 2 plus 1 font 3 centaines, que je pose sous les centaines. Le total est 378, somme égale à celle que je devois.

AUTRE EXEMPLE.

On propose de retrancher 4798 francs de 6696 :

Je dois	6696 francs
je paie	4798
reste	1898
Preuve	6696

Commençant toujours par la droite, je dis : de 6 paie 8, cela ne se peut ; j'emprunte sur le 9 suivant à gauche (et mets un point dessus pour me le rappeler) une unité qui en vaut dix du premier rang à droite, et je dis : de 16 paie 8 reste 8 ; passant aux dixaines, je ne dis plus : de 9 paie 9, mais de 8 (parce que j'ai emprunté une unité) paie 9, cela ne se peut ; j'emprunte sur le suivant à gauche une unité qui en vaut dix du précédent, et je dis : de 18 paie 9, reste 9 ; passant aux centaines, je ne dis plus : de 6 paie 7, mais de 5 paie 7, cela ne se peut ; j'emprunte sur le suivant une unité, et je dis : de 15 paie 7, reste 8 ; passant ensuite aux mille, je ne dis plus : de 6 paie 4, mais de 5 paie 4, reste 1 ; et on aura pour le reste 1898 francs.

Autre méthode.

On pourroit encore faire cette soustraction d'une manière plus simple, en ajoutant au chiffre à gauche qui suit le premier à droite, la dixaine empruntée, et conservant au chiffre du haut qui lui correspond sa valeur, de cette manière :

8 de 16 reste 8, et retiens une dixaine.
9 et 1 de retenu font 10, de 19, reste 9.
7 et 1 de retenu font 8, de 16, reste 8.
4 et 1 de retenu font 5, de 6, reste 1.
Reste total 1898.

Par cette méthode on n'a point à retenir ce que deviennent par l'emprunt les chiffres supérieurs.

La preuve se fait par l'addition comme dans la précédente.

De 10500 francs retrancher 7807 fr.

Je dois	10500 francs.
je paie	7807
reste	2693
Preuve	10500

23. Lorsqu'il se rencontre des zéros à la somme supérieure, on peut donner cette règle générale : *Tous les zéros sur lesquels on passe pour emprunter se changent en 9 par la pensée, et celui pour lequel on emprunte vaut* 10. En effet, qui de zéro paie 7, cela ne se peut; je ne puis emprunter qu'aux centaines, je mets un point sur le 5, et je raisonne ainsi : Je n'ai besoin que de 10. Si donc de cent on ôte 10, il reste 90 ou 9 dixaines à placer par la pensée aux dixaines, et mon opération se continue ainsi : Qui de 10 paie 7, reste 3; qui de 9 paie 0, reste 9; qui de 4 paie 8, cela ne se peut; j'ai recours encore à deux chiffres plus loin, j'emprunte 100, je laisse par la pensée 9 dixaines sur le zéro, et retiens 10, plus 4 font 14; ôter 8, reste 6; de 9 ôter

7, reste 2; de 0 ôter 0, reste rien. Reste total, deux mille six cents quatre-vingt-treize.

Je fais la preuve à l'ordinaire: 7 et 3 font 10, pose 0 et retiens 1, plus 9 font 10, pose 0 et retiens 1, plus 8 font 9, plus 6 font 15, pose 5 et retiens 1, plus 7 font 8, plus 2 font 10, que je pose.

En général, si l'opération me nécessitoit à emprunter aux dix mille, voici mon raisonnement: Je n'ai besoin que de dix unités; or si de 10000 on ôte 10, il restera 9990, c'est-à-dire, 9 aux mille, 9 aux centaines, 9 aux dixaines, et 10 pour les unités; ce qui démontre la règle donnée plus haut. On s'exercera sur le tableau suivant:

Tableau pour s'exercer à la soustraction.

De	49674397	francs
ôter	36312186	
reste	13362211	
Preuve	49674397	

Je dois	170900300	arpens ou hectares.
je paie	163890306	
reste	..7009994	
Preuve	170900300	

Je dois	4000700010000	mètres.
je paie	3100607080790	
reste	900092929210	
Preuve	4000700010000	

Je dois 2001009001000 pintes ou litres.
je paie 1700708003706
reste 300300997294
Preuve 2001009001000

Je dois 4007000100 mètres.
je paie 3706900078
reste .300100022
Preuve 4007000100

Je dois 1000700300 arpens.
je paie 370607896
R.
P.

De 200070070000 stères.
ôter 170360487070
R.
P.

De 300609000070 pintes.
ôter 290509070087
R.
P.

SECTION III.

Multiplication.

24. La multiplication a pour objet de répéter un nombre appelé multiplicande autant de fois qu'il y a d'unités dans un autre appelé multiplicateur; ce qui revient de cette opération se nomme le produit.

25. On appelle encore d'un nom *facteur*, les deux nombres qui concourent à former le produit.

26. Il suit de la définition de cette règle que le produit contient le multiplicande autant de fois que le multiplicateur contient d'unités, et *vice versâ*. Le grand usage de cette règle est de trouver le prix de plusieurs choses par le prix d'une seule; c'est à quoi se réduisent toutes les questions qu'on peut proposer sur cet objet, ainsi que de réduire les unités principales en leurs sous-espèces, etc.

Il n'y a point d'opérations à faire lorsque les facteurs ne passent pas douze, car alors les produits se trouvent dans la table qui suit, qu'il est indispensable de savoir par cœur. La marche à suivre, lorsque les deux facteurs passent 12, est de les mettre l'un sous l'autre; de répéter 1° tout le nombre de dessus autant de fois qu'il y a d'unités dans le nombre inférieur; 2° de répéter tout le nombre de dessus autant de fois qu'il y a de dixaines, en observant de placer le produit au rang des dixaines; 3° de répéter tout le nombre de dessus autant de fois qu'il y a de centaines, en obser-

vant de placer le produit au rang des centaines, ainsi de suite des mille, etc.; ce qui fait voir qu'il faut, chaque fois qu'on fait parler un chiffre de dessus, reculer son produit d'un rang sur la gauche; on ajoute ensuite ces différens produits, et on a le produit total.

EXEMPLE.

Soit	7987
à multiplier par	3759.
	71883
	39935.
	55909 ..
	23961 ...
Produit	30023133

Je répète 1° 7987 neuf fois, en disant : 9 fois 7 font 63; je pose 3 unités et retiens 6 dixaines; 9 fois 8 font 72, et 6 de retenus font 78; je pose 8 et retiens 7; 9 fois 9 font 81, et 7 de retenus font 88; je pose 8 et retiens 8; 9 fois 7 font 63, et 8 de retenus font 71, que je pose, puisqu'il n'y a plus de chiffres à multiplier.

2° Je répète 7987 cinq fois, en disant: 5 fois 7 font 35; je pose 5, en reculant d'un rang sur la ganche, puisque ce sont des dixaines, et retiens 3; 5 fois 8 font 40, et 3 de retenus font 43; je pose 3 et retiens 4; 5 fois 9 font 45, et 4 de retenus font 49; je pose 9 et retiens 4; 5 fois 7 font 35, et 4 de retenu font 39, que je pose.

3° Je répète 7987 sept fois, ou sept cents fois, puisque je mets le produit aux centaines: je dis donc 7

fois 7 font 49; je pose 9 et retiens 4; 7 fois 8 font 56, et 4 de retenus font 60; je pose 0 et retiens 6; 7 fois 9 font 63, et 6 de retenus font 69; je pose 9 et retiens 6; 7 fois 7 font 49, et 6 de retenus font 55, que je pose.

4° Je répète 7987 trois fois, ou trois mille fois, puisque je place le produit au rang des mille: je dis donc 3 fois 7 font 21; je pose 1 et retiens 2; 3 fois 8 font 24, et 2 de retenus font 26; je pose 6 et retiens 2; 3 fois 9 font 27, et 2 de retenus font 29; je pose 9 et retiens 2; 3 fois 7 font 21, et 2 de retenus font 23, que je pose.

Avant de faire l'addition, je place des zéros ou des points pour l'ordre; savoir, un au produit des dixaines, deux au produit des centaines, trois au produit des mille; ensuite j'additionne, et j'ai pour produit total trente millions vingt-trois mille cent trente-trois livres ou francs.

27. La preuve de la multiplication est la division; mais, comme il seroit difficile d'apprendre ces deux règles à la fois, on peut, pour preuve, laisser un des facteurs tel qu'il est, et doubler l'autre; alors, prenant la moitié du produit, on trouvera celui de la règle.

Preuve 7987 — même facteur.
7518 — double facteur.

63896
79870
3993500
55909000

60046266

La moitié fait 30023133.

On prend la moitié en commençant par la gauche, et la dixaine restante, si le nombre est impair, se porte sur le chiffre suivant.

28. Zéro multiplié par un nombre quelconque donne toujours zéro, et réciproquement un nombre quelconque multiplié par zéro donne toujours zéro.

S'il se rencontroit des zéros dans le facteur multipliant, on les passeroit, et on multiplieroit par le chiffre suivant, en plaçant le produit sous la colonne; c'est un moyen simple et sûr de ne point se tromper.

EXEMPLE.

Règle.	60709	Preuve.	60709	même facteur.
	30050		60100	double.
	3035450		6070900	
	1821270000		3642540000	
	1824305450		3648610900	
		moitié	1824305450	

Dans cette règle zéro ne multipliant pas, je passe aux dixaines et dis : 5 fois 9 font 45; je pose 5 et retiens 4; 5 fois 0 font 0, 4 de retenus, je pose 4 et ne retiens rien; 5 fois 7 font 35; je pose 5 et retiens 3; 5 fois 0 font 0, 3 de retenus, je pose 3 et ne retiens rien; 5 fois 6 font 30, que je pose. Je passe aux 3 dixaines de mille, et mets son produit sous sa colonne. 3 fois 9 font 27; je pose 7 et retiens 2; 3 fois 0 font 0, 2 de retenus font 2, que je pose et ne retiens rien; 3 fois 7 font 21; je pose 1 et retiens 2; 3 fois 0 font 0 et 2 de retenus font 2, que je pose et ne retiens rien; 3 fois 6 font 18, que je pose. Je

place ensuite un zéro aux unités et 4 devant les dixaines de mille; et, faisant l'addition, je trouve un milliard huit cent vingt-quatre millions trois cent cinq mille quatre cent cinquante unités.

29. La multiplication est une addition abrégée. En effet, qu'il s'agisse d'ajouter 579 cinq fois à lui même, c'est le multiplier par cinq.

Par multiplication		Par addition	
	579		579
	5		579
			579
			579
			579
	2895		2895

Nota. On s'exercera aux exemples de multiplications du tableau.

TABLE DE MUTIPLICATION,

ATTRIBUÉE A PYTHAGORE.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132
12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144

Tableau d'exemples à faire sur la multiplication.

		Preuve.	
	7939		7939
	4729		9458
Produit.	37543531		75087062
		la $\frac{1}{2}$	37543531
	7957	P.	7957
	3072		6144
Prod.	24443904		
	67378	P.	67378
	20405		40810
Prod.	1374848090		
	77391	P.	77391
	30500		61000
Prod.	2250625500		
	7060	P.	7060
	3050		6100
Prod.	21533000		
	40090	P.	40090
	30080		60160
Prod.	1205907200		
	409000	P.	409000
	300500		601000
Prod.	122904500000		

970000	P.	970000
305000		610000
Prod. 295850000000		

SECTION QUATRIÈME.

Division.

30. La division a pour objet de chercher combien de fois un nombre, appelé dividende, contient un autre nombre, appelé diviseur; ce qui revient à cette opération se nomme le quotient.

31. Il suit de cette définition que le dividende contient le diviseur autant de fois que le quotient contient l'unité. Donc si l'on répète le diviseur le quotient de fois, c'est-à-dire, si l'on multiplie le diviseur par le quotient, on trouvera le dividende. Ainsi, pour prouver la division, il suffira de multiplier le quotient par le diviseur, ajouter le reste s'il y en a un, et on trouvera le dividende pour produit.

39. Le grand usage de cette règle est 1° de trouver le prix d'une chose par le prix de plusieurs. (*On y parvient en divisant le prix par le nombre des choses.*) 2° De partager un nombre à parts égales entre plusieurs personnes, *en divisant la somme à partager par le nombre des personnes.* 3° De calculer sa dépense journalière; en connoissant sa recette annuelle, ce qui se fait en divisant la somme de ses revenus par 365 jours, valeur de l'année.

La méthode que nous allons exposer est inutile

lorsque le diviseur ne passe pas douze ; car alors la table de multiplication fait connoître le quotient.

Mais lorsque le diviseur passe douze, alors, ayant disposé le dividende à gauche, et le diviseur à droite sur la même ligne, on les sépare par un crochet. On prend ensuite sur la gauche du dividende un nombre de chiffres égal à ceux du diviseur, et on voit si ce nombre de chiffres peut contenir le diviseur ; s'il le contient, on le marque par un point, et s'il ne le contient pas, alors on prend un chiffre de plus, et on le marque par un point.

Quand, à nombre égal, les chiffres du dividende contiennent ceux du diviseur, alors on cherche, pour essayer, combien le dernier chiffre à gauche du dividende contient le dernier à gauche du diviseur (car c'est toujours ce dernier chiffre à gauche du diviseur qui sert à essayer). Ayant trouvé le nombre de fois que ces deux chiffres se contiennent, on généralise à tout le diviseur ce qui convenoit à ces deux chiffres, en multipliant tout le diviseur par le chiffre trouvé ; et si ce produit est plus fort que les chiffres correspondans du dividende, alors on essaie un chiffre avec une unité de moins, et on descend toujours d'une unité jusqu'à ce que le chiffre trouvé multipliant le diviseur donne un produit plus foible ou égal aux chiffres marqués dans le dividende ; alors on pose ce chiffre au quotient ; et, effectuant la multiplication, on pose le produit sous les chiffres désignés par le point, on soustrait, on abaisse le chiffre suivant à côté du reste. On cherche de nouveau combien ce reste contient le diviseur ;

l'ayant trouvé, on le pose au quotient; on multiplie le diviseur par ce chiffre, on pose sous les chiffres indiqués du dividende, et on soustrait: on descend le chiffre suivant à côté du reste; et suivant le même procédé jusqu'à ce que tous les chiffres du dividende soient descendus, alors l'opération est finie.

Lorsqu'à nombre égal les chiffres du dividende ne contiennent pas ceux du diviseur, alors on prend un chiffre de plus, et on essaie en prenant les deux derniers chiffres sur la gauche du dividende contre le dernier sur la gauche du diviseur, et on opère de la même manière:

EXEMPLE.

Soit 221278 à diviser par (31 / 7138 quotient.

217	
042	
31	
117	
93	
248	
248	
000	

Preuve.

248
930
3100
217000
221278

Pour opérer cette règle, je raisonne ainsi: Diviser, c'est chercher combien un nombre en contient un autre; c'est donc chercher dans cet exemple combien 221278 contient de fois 31. Or il seroit impossible au plus exercé de le dire sur-le-champ; alors on a imaginé de prendre un nombre égal de chiffres sur la gauche

du dividende à ceux du diviseur. Je dis donc en 22 combien de fois 31, cela est impossible. Je prends un chiffre de plus, et, le marquant par un point, je dis en 221 combien de fois 31. Cela étant encore trop difficile, prenons deux chiffres sur la gauche contre le dernier sur la gauche du diviseur, et disons en 22 combien de fois 3, il y est 7 fois. Maintenant généralisons. Si 221 contiennent 31 sept fois, il faut qu'en multipliant 31 par 7 il vienne un nombre égal à 221, ou plus petit; car, s'il étoit plus grand, on en concluroit que 221 ne peuvent contenir 31 sept fois. Ayant trouvé que 7 fois 31 font 217 plus petit que 221, je pose 7 au quotient, et 217 sous 221. Je soustrais, reste 4, à côté duquel je descends 2, chiffre suivant, et le marque par un point afin d'éviter de le descendre deux fois. Je dis alors en 42 combien de fois 31; ou plutôt, comme j'ai nombre égal de chiffres, en 4 combien de fois 3, il y est une fois, que je pose au quotient. Multipliant le diviseur par un, je pose le produit 31 sous 42 et fais la soustraction; reste 11: à côté, j'abaisse le chiffre suivant 7, et je dis en 117 combien de fois 31; ou plutôt, comme j'ai un chiffre de plus que dans le diviseur, en 11 combien de fois 3, il y est 3 fois, que je pose au quotient. Je multiplie le diviseur par 3, et mets le produit 93 sous 117. Je soustrais, reste 24. J'abaisse le chiffre suivant 8, ce qui fait 248. Je cherche en 24 combien de fois 3; il y est 8 fois, que je pose au quotient. Je multiplie tout le diviseur par 8, en disant 8 fois 1 font 8, que je pose sous le 8 que je viens de descendre; ensuite 8 fois 3 font

24, que je pose sous les chiffres suivans. Faisant la soustraction, il ne reste rien; ce qui fait voir que 221278 contiennent 31 sept mille cent trente-huit fois juste, ou bien que 221278, partagés entre 31 personnes, à parts égales, chacune auroit sept mille cent trente-huit livres.

Je fais la preuve en multipliant le diviseur par le quotient, et je trouve le dividende.

On appliquera ce raisonnement aux exemples du tableau qui suit, pour bien se raffermir sur la marche, et on aura lieu d'observer que, quel que soit le nombre des chiffres du diviseur, c'est toujours le dernier à gauche qui sert dans cette opération. Les exemples sont disposés de manière qu'il n'y a point d'essai à faire. Voyons maintenant les difficultés que présentent l'essai :

Soit 2115578 à diviser par 2791 — 758 quot.

19537	
16187	
13955	
22328	
22328	
00000	

Preuve.

22328
139550
1953700
2115578

Essai.

2791 × 9 =	25119
2791 × 8 =	22328
2791 × 7 =	15537
2791 × 6 =	16746

Je procède à cette règle en disant : quatre chiffres du dividende 2115 ne pouvant contenir les 4 du diviseur 2791, je prends un chiffre de plus 21155, et pose un point à côté du chiffre de plus 5. Alors prenant deux chiffres 21 contre 2 (32), je dis en 21

combien de fois 2, il y est 10 fois; mais on essaie 9. Je multiplie tout le diviseur par 9, ce qui me donne 25119, plus fort que 21155: donc 21155 ne contiennent pas 2791 neuf fois. J'essaie 8; multipliant, je trouve 22328 encore trop fort. J'essaie 7, et, voyant qu'il donne un nombre plus petit, je le pose au quotient. Je multiplie par 7 et j'ai soin de mettre le premier chiffre du produit sous celui à côté duquel est le point. (Voilà le grand usage du point.) Je fais la soustraction, reste 1618. (Il est important de remarquer que le reste doit toujours être moins fort que le diviseur; si le contraire arrivoit, alors on ne passeroit pas outre, et on augmenteroit d'une unité ou de plusieurs le chiffre trouvé au quotient.)

J'abaisse le chiffre suivant 7 à côté du reste, ayant soin de le marquer par un point; et, puisque j'ai 5 chiffres contre 4, je dis en 16 combien de fois 2. J'essaie 8, il est trop fort; j'essaie 7 et 6; enfin je pose 5. Je multiplie par 5. Je soustrais, reste 2232. J'abaisse le dernier chiffre 8, et je dis en 22 combien de fois 2, il y est 11 fois; mais j'essaie 9; enfin je pose 8. Je multiplie, je soustrais; et, comme il ne reste rien, je conclus que 2115578 livres partagées entre 2791 personnes, chacune auroit 758 livres.

Pour preuve, je multiplie le diviseur par le quotient, ce qui me donne le dividende (31).

Cette méthode de multiplier tout le diviseur pour essayer est fort longue; on peut se borner à multiplier deux chiffres, et au plus trois, y compris celui qui sert pour essayer, en observant qu'il n'y a que son

voisin et rarement celui d'après qui peuvent refluer des unités sur son produit; et alors on peut se passer d'écrire tous ces différens produits.

EXEMPLE.

Soit 66344922 à diviser par 7918

63344			8379 quotient.
30009			
23754		Preuve.	71262
62552			554260
55426			2375400
71262			63344000
71262			66344922
00000			

J'ai pris cinq chiffres contre quatre, et j'ai dit en 66 combien de fois 7, il y est 9. Je multiplie seulement 79 par 9; je vois que 9 fois 9 font 81; je retiens 8 et 9 fois 7 font 63, plus 8, font 71, que je ne puis soustraire de 66. J'essaie 8; je vois que 8 fois 9 font 72, qui me refluent 7 à retenir, et 8 fois 7 font 56, plus 7 de retenus, font 63, que je puis soustraire de 66. Alors je pose 7, et multipliant tout le diviseur par 7, je trouve 63344. Je fais la soustraction, reste 3000.

J'abaisse à côté 9, et je dis en 30 combien de fois 7, il y est 4 pour 28; mais 4 fois 9 faisant 36, je retiens 3, et 4 fois 7 faisant 28, plus 3, feront 31, que je ne puis soustraire de 30. Alors je pose 3 au quotient. Je multiplie, soustrais, et reste 6255.

J'abaisse à côté 2, et je dis en 62 combien de fois

7, il y est 8 pour 56; mais le 9 à côté me reflueroit 7, qui, ajoutés à 56, feroient 63, que je ne pourrois soustraire de 62. Alors je pose 7 au quotient, je multiplie par 7, et, soustraction faite, reste 7126.

J'abaisse à côté le dernier 2, et je dis en 71 combien de fois 7, 10 fois; mais j'essaie 9, et trouve qu'il y va juste; ce qui termine l'opération.

Lorsqu'après avoir descendu un chiffre à côté du reste dans la division, la somme ne peut contenir le diviseur, on pose un zéro au quotient, et on descend à côté un autre chiffre; si la somme peut contenir le diviseur, on continue la division. Mais si la somme n'étoit pas assez forte encore, alors on poseroit un autre zéro au quotient, et on descendroit encore un chiffre, jusqu'à ce qu'enfin la somme puisse contenir le diviseur. La raison est évidente, car, lorsque je descends un chiffre à côté du reste, je rends ce reste dix fois plus grand: il faut donc rendre le quotient aussi dix fois plus fort, cent fois plus grand, si je descends deux chiffres, etc.

On peut savoir le nombre de chiffres qu'on aura au quotient par ce raisonnement: Chaque chiffre que je descends en donne un au quotient; donc il y aura au quotient autant de chiffres, plus un, qu'il y aura de chiffres à descendre dans le dividende. Cette remarque est utile pour l'ordre à observer au quotient, afin que, s'il y a des sous-espèces, elles soient placées de manière à dépasser les chiffres du diviseur.

Exemple de division dans laquelle il se trouve des zéros au quotient.

Soit 26467.42788 à diviser par 8796 (300903 quotient.

26388

··79427
79164

26388
26388

000000

Preuve. 26388
7916400
2638800000
2646742788

Je dis dans cet exemple 2646 ne contiennent pas 8796; je prends un chiffre de plus, et ayant posé le point à la droite du 7, je cherche en 26 combien de fois 8, il y est trois; ayant vu que 3 peuvent aller, je les pose au quotient, deux places en avant du diviseur, car ayant cinq chiffres à descendre, j'en aurai six au au quotient (67). Je multiplie par trois, et ayant soustrait, reste 79.

J'abaisse à côté du reste le 4, et comme 794 ne peuvent contenir le diviseur, je pose zéro au quotient, et descends le 2 suivant.

Mais comme 7942 ne peuvent encore contenir le diviseur, je pose zéro au quotient, et descends le chiffre suivant 7; alors je dois dire en 79 combien de fois 8 il y va neuf, multiplié par neuf et retranchant reste 263.

J'abaisse le 8, et comme 2638 ne contiennent pas le diviseur, je pose zéro au quotient, et descends le dernier chiffre 8.

Je dis alors en 26 combien de fois 8, il y va 3 fois; multipliant par 3, et retranchant, il ne reste rien. Donc

2646742788 contiennent 8796 trois cent mille neuf cent trois fois exactement. Si la division finie il se trouvoit un reste, on aurait soin de l'ajouter à l'addition de la preuve, en ayant la précaution de le placer en face du quotient, mettant le reste au-dessus d'une ligne et le diviseur au-dessous; ce qui donneroit une fraction, comme nous le verrons par la suite.

Remarques sur la division, qui conduisent à des abréviations fort utiles.

33. Si le dividende et le diviseur étoient suivis de zéros, on pourroit en ôter à l'un et à l'autre autant qu'il y en a à la suite de celui qui en a le moins; par exemple, pour diviser 12000 par 600, je diviserois seulement 120 par 6; car il est évident que 120 centaines ne contiennent pas plus 6 centaines que 120 unités ne contiennent 6 unités. Or, en retranchant deux zéros sur le dividende et sur le diviseur, c'est comme si j'avois pris le centième de l'un et de l'autre; et ce que je dis du centième a lieu pour toute autre partie $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{8}$, $\frac{1}{12}$, etc.: donc on ne change rien en prenant des parties égales sur le dividende et sur le diviseur; et, par une raison inverse, on ne change rien en multipliant le dividende et le diviseur par le même nombre.

Si le diviseur étoit l'unité suivie de plusieurs zéros, malgré que le dividende n'en eût pas, je séparerois sur la droite autant de chiffres qu'il y a de zéros, ce qui resteroit à gauche seroit le quotient; et j'indiquerois le reste en le mettant au-dessus d'une ligne et le diviseur au-dessous, ce qui donneroit une fraction.

EXEMPLE.

730 | 17# D. 100

730# $\frac{17}{100}$ quot.

123600 D. 120
ou en prenant le $\frac{1}{12}$e.
10300 D. 10
ou en prenant le $\frac{1}{10}$e.
1030 D. 1

1030 quot.

36000 D. 48
en prenant le $\frac{1}{10}$e.
3600 D. 48
en prenant le $\frac{1}{12}$e.
300 D. 4
en prenant la $\frac{1}{2}$.
150 D. 2

75 quotient.

Tableau pour s'exercer sur la division.

Dividende. 592839 (81 diviseur.
567 7319 quotient.
258
243
153
81
729
729
000

729
Preuve. 810
24300
567000
592839

7568 47. dividende (91 diviseur.
8317 quotient.

6513398. dividende (71. diviseur.
quotient.

58018093 4. dividende (713 diviseur.
quotient.

51240606. dividende (817 diviseur. / 62718 quotient.

583548197. dividende (8123 diviseur. / quotient.

5651494524. dividende (9126 diviseur. / 619274 quotient.

746149686. dividende (9129 diviseur. / quotient.

Divisions où il faut essayer.

37543531. dividende (7939 diviseur. / 4729 quotient.

48887808. dividende (6144 diviseur. / quotient.

66344922. dividende (7918 diviseur. / quotient.

558123573. dividende (7987 diviseur. / 69879 quotient.

375514944. dividende (3794 diviseur. / 98976 quotient.

1963134143. dividende (1987 diviseur. / quotient.

1756879632. dividende (1784 diviseur. / quotient.

Sur les zéros du quotient.

24443904. dividende (7957 diviseur. / 3072 quotient.

1374848090. dividende (67378 diviseur. / quotient.

2250625500. dividende (73791 diviseur. / quotient.

21533000. dividende (7060 diviseur. / quotient.

1205907200. dividende (40090 diviseur. / quotient.

1229045ooooo. dividende (409000 diviseur.
quotient.

29585oooooo. dividende (970000 diviseur.
quotient.

1539690563 2. dividende (19079 diviseur.
quotient.

132795796002. dividende (49178 diviseur.
quotient.

Manière d'abréger la division.

34. Elle consiste à soustraire en multipliant le diviseur par le chiffre trouvé au quotient. On emprunte sur les chiffres suivans du dividende assez de dixaines pour pouvoir soustraire le produit du chiffre du quotient, et on a soin d'ajouter au produit des suivans ce qu'on avoit emprunté, afin de conserver la même valeur aux chiffres du dividende.

EXEMPLE.

16937.9876
11439
35428
38407
68196
5020
7897

D. 7897

21448. # $\frac{5020}{7897}$

Preuve. 63176
31588.
31588..
7897...
15794....
Reste.... 5020

169379876

Pour opérer cette règle j'ai pris cinq chiffres dans le dividende, et ayant placé le point, j'ai dit en 16 combien de fois 7; je pose 2. Multipliant par 2, deux fois 7 font 14; de 7 ne se peut, j'emprunte assez de dixaines pour pouvoir soustraire; je dis donc 14 de 17, reste 3, que je pose, et retiens la dixaine empruntée. Je continue 2 fois 9 font 18, plus 1 de retenu, font 19; de 3 cela ne se peut, de 23 reste 4, et retiens deux. Deux fois 8 font 16, plus 2 de retenus, font 18; de dix-neuf reste 1, et retiens un; deux fois 7 font 14 et 1 de retenu font 15, de 16, reste 1. Total du reste 1143.

J'abaisse à côté du reste le chiffre suivant 9, et je dis en 11 combien de fois 7; il y est une fois, que je pose au quotient. Multipliant une fois 7 est 7, de 9 reste 2; une fois 9 est 9, de 13 reste 4 et retiens 1; une fois 8, plus un de retenu, 9 de 14, reste 5 et retiens 1; une fois 7 et 1 de retenu font 8, de 11 reste 3. Total du reste 3542.

Je descends le chiffre suivant 8, et je dis en 35 combien de fois 7, il y va 4, que je pose. Multipliant 4 fois 7 font 28 de 28, reste 0, et retiens 2; 4 fois 9 font 36, plus 2 de retenus, font 38, de 42 reste 4, et retiens 4; 4 fois 8 font 32, plus 4 de retenus, font 36 de 44 reste 8, et retiens 4; 4 fois 7 font 28, plus 4, font 32, de 35 reste 3. Reste total 3840.

Je descends le 7, et je dis en 38 combien de fois 7, il y va 4. Multipliant 4 fois 7 font 28 de 37, reste 9, et retiens 3; quatre fois 9 font 36, plus 3 de retenus, font 39, de 40 reste un, et retiens 4; 4 fois 8 font 32 et 4 de retenus font 36, de 44 reste 8, et retiens 4; qua-

tre fois 7 font 28, plus 4 de retenus, font 32, de 38 reste 6. Reste total 6819.

Je descends le 6, et je dis en 68 combien de fois 7, il y va 8. Multipliant 8 fois 7 font 56 de 56, reste 0, et retiens 5; 8 fois 9 font 72, plus 5, font 77, de 79 reste 2, et retiens 7; 8 fois 8 font 64, plus 7, font 71, de 71 reste 0, et retiens 7; 8 fois 7 font 56, plus 7, font 63, de 68 reste 5. Reste total 5020, que je porte en face du quotient, en le plaçant au-dessus d'une ligne et le diviseur au-dessous, ce qui donne $\frac{5020}{7897}$.

S'exercer sur le tableau suivant:

Récapitulation.

35. Les quatre opérations de l'arithmétique que nous venons d'apprendre se désignent par des mots techniques ou propres, savoir:

L'Addition par somme ou total.
La Soustraction par reste, excès ou différence.
La Multiplication par produit.
La Division par quotient.

Règles générales pour distinguer les questions sur la multiplication, des questions sur la division.

36. Toutes les fois que par le prix d'une chose on cherche le prix de plusieurs, c'est une multiplication à faire.

Toutes les fois que par le prix de plusieurs choses on cherche le prix d'une seule, c'est une division à faire.

Preuve de la multiplication et de la division.

37. C'est de la définition de ces deux règles qu'on tire le moyen d'en faire la preuve.

En effet, puisque le produit contient le multiplicande autant de fois que le multiplicateur contient d'unités (26), si l'on cherche combien le produit contient le multiplicande, c'est-à-dire, si l'on divise le produit par le multiplicande, on trouvera le multiplicateur, et réciproquement.

Donc la multiplication se prouve par la division.

Et puisque le quotient d'une division exprime combien de fois le diviseur est contenu dans le dividende, si on répète le diviseur le quotient de fois, c'est-à-dire, si on multiplie le diviseur par le quotient, on doit retrouver le dividende.

Donc la division se prouve par la multiplication.

La division est une soustraction abrégée. En effet, un nombre en contient un autre autant de fois que le plus petit peut être soustrait ou retranché du plus grand. Ainsi, dire que 18 contient 6 trois fois, c'est exprimer que de 18 on peut retrancher 6 trois fois.

EXEMPLE.

Dividende 18, diviseur 6.
0 quotient 3.

De 18
ôter 6 une fois.
reste 12.
ôter 6 deux fois.
reste 6
ôter 6 trois fois.
reste 0.

Tableau pour s'exercer aux divisions abrégées.

1232148 francs. Dividende (39178 diviseur.
31 liv. $\frac{17630}{39178}$ quot.

314424 fr. dividende (7930 diviseur.
quotient.

1368389 fr. dividende (17137 diviseur.
quotient.

1144588 francs à diviser par (31879 diviseur.
35 liv. $\frac{28823}{31879}$

162790 fr. à partager entre (8719 personnes.
Part de chacun

677061 fr. à partager entre (17318 personnes.
Part de chacun

1634399 fr. à partager entre (81737 personnes.

Part de chacun

873109 francs à partager entre 397 personnes.

917389 francs à partager entre 1976 personnes.

1398090 francs à partager entre 1579 personnes.

87196907 francs à partager entre 1798 personnes.

8109876 francs à partager entre 973 personnes.

3790871 francs à partager entre 6798 personnes.

DES FRACTIONS EN GÉNÉRAL.

38. Nous avons remarqué dans la division que toutes les fois que le dividende ne contenoit pas exactement le diviseur, on plaçoit le reste au-dessus d'une ligne, et le diviseur au-dessous, ce qui formoit une fraction, ou l'indication d'une division à faire, qui ne pouvoit donner d'entier ou d'unité.

On en peut conclure que les fractions sont des divisions indiquées; telle est leur origine, d'où va suivre la définition suivante:

39. On appelle fraction toute partie plus petite que l'unité, en observant que les fractions mathématiques

expriment toujours des divisions de l'unité en parties égales; celles-là seules sont l'objet du calcul.

40. Les fractions s'écrivent à l'aide de deux nombres entre lesquels on met une ligne; celui de dessus se nomme numérateur; celui de dessous se nomme dénominateur.

41. Le dénominateur marque en combien de parties égales l'unité est divisée; le numérateur indique combien l'on a pris de ces parties. Ainsi, $\frac{7}{8}$ expriment que le mètre, par exemple, étant divisé en huit parties égales, on a pris sept de ces parties, etc.

D'où il suit que, si le numérateur d'une fraction est égal à son dénominateur, la fraction vaut un entier.

42. Pour énoncer une fraction, on prononce le numérateur et le dénominateur sans interruption, et on ajoute la finale *ième*.

Exemples avec les exceptions.

$\frac{1}{2}$ se prononce *un demi*, au lieu *d'un deuxième*.
$\frac{2}{3}$ idem *deux tiers*, idem *de deux troisièmes*.
$\frac{3}{4}$ idem *trois quarts*, idem *trois quatrièmes*.

Ensuite la règle est générale : $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{9}{12}$, $\frac{32}{37}$, $\frac{117}{207}$, $\frac{154}{307}$, $\frac{1078}{3075}$, $\frac{207179}{307179}$, etc. $\frac{9}{10}$, $\frac{39}{100}$, $\frac{1079}{10000}$, $\frac{10098}{100000}$, $\frac{170981}{1000000}$, etc.

43. Une autre manière de représenter les fractions consiste à les placer à la suite des nombres entiers; mais alors on écrit au-dessus le nom particulier que l'on donne à ces parties de l'unité; ainsi, pour marquer 7 parties dont on en conçoit dix dans le franc, on emploieroit le chiffre 7, et on écriroit au-dessus

décimes, ou on le sépareroit des francs par une virgule 0, 7, ou, comme nous venons de le voir, on écriroit $\frac{7}{10}$. Ainsi, pour marquer 12 parties dont on en conçoit 20 dans la livre, on écriroit 12 sous. Cette manière de marquer les parties de l'unité a lieu dans les nombres complexes dont nous parlerons par la suite.

CHAPITRE II.

Des décimales.

44. On appelle décimales, des divisions de l'unité en parties de dix en dix fois plus petites, ou bien des fractions qui ont pour dénominateur l'unité, suivie d'autant de zéros qu'il y a de chiffres dans le numérateur.

45. De cette définition, il suit qu'on peut se passer d'écrire le dénominateur; on sépare seulement le numérateur des entiers par une virgule: ainsi, au lieu d'écrire 7 francs $\frac{4}{10}$, on pose 7 francs, 4. Au lieu de 3 mètres $\frac{47}{100}$ on pose 3 mètres, 47. Il en est de même des suivantes:

$$\frac{5}{10} = 0,5$$
$$\frac{69}{100} = 0,69$$
$$\frac{179}{1000} = 0,179. \text{ etc.}$$

Dans ces exemples, lorsqu'il n'y a pas d'unités, on met un zéro pour en tenir la place.

46. Dans ce calcul, on conçoit l'unité principale divisée en dix parties égales; ce qui donne des *dixièmes*.

Ces dixièmes, divisés en dix parties égales, donnent des centièmes; ces centièmes, divisés en millièmes, dix-millièmes, cent-millièmes, etc.

TABLE DE NUMÉRATION,

POUR ENTIERS ET DÉCIMALES.

Dix^{e} de mil.	mil.	c^{es}.	dix^{es}.	unit.	$\frac{1}{10}^{e}$	$\frac{1}{100}^{e}$	$\frac{1}{1000}^{e}$	$\frac{1}{10000}^{e}$	$\frac{1}{100000}^{e}$	$\frac{1}{1000000}^{e}$.
6	7	8	9	3^{m},	8	7	1	9	6	8

Apperçu.

47. Le 1er chiffre après la virgule exprime des dixièmes, le second des centièmes, le 3e des millièmes, le 4e des dix-millièmes, le 5e des cent-millièmes, le 6e des millionièmes, etc.

Conclusion.

Or les centièmes sont des parties dix fois plus petites que les dixièmes, les millièmes sont des parties dix fois plus petites que les centièmes, ainsi de suite. Donc les décimales vont en diminuant de gauche à droite, tandis que les entiers vont en augmentant de droite à gauche. Pour nombrer les décimales on s'y prend de gauche à droite; pour nombrer les entiers on s'y prend de droite à gauche. On rend ces propriétés en disant que les décimales vont en augmentant ou en diminuant dans un ordre renversé des nombres entiers.

Manière de prononcer les décimales.

48. Les décimales se prononcent comme les nombres entiers, en ajoutant la terminaison de la dernière décimale.

EXEMPLE.

0,6 se prononcent six dixièmes.
0,07 se prononcent sept centièmes.
0,318 se prononcent trois cent dix-huit millièmes.
0,0067 se prononcent soixante-sept dix-millièmes.

49. On remarquera :

1° Que les zéros placés à la droite des décimales ne changent rien à leur valeur, c'est-à-dire, que $\frac{7}{10}$ sont égaux à $\frac{70}{100}$, égaux à $\frac{700}{1000}$, etc. Car il suit de la définition, que si on augmente d'un ou de deux zéros le numérateur, on augmente semblablement le dénominateur; il y a donc compensation. C'est comme si on disoit 7 pistoles au lieu de 70 livres, 5 francs au lieu de 100 sous, 5 décimes au lieu de 50 centimes.

On pourroit encore le démontrer en disant: Puisqu'on ne change rien en prenant des parties égales sur le dividende et le diviseur, ou dans les fractions sur le numérateur et le dénominateur, il est évident que $\frac{70}{100}$ se réduiront à $\frac{7}{10}$ en prenant le dixième des deux membres de la fraction.

2° Le zéro placé à la gauche des décimales les rend dix ou cent fois plus petites. C'est une suite de la numération; car il est évident que 4 est dix fois plus grand que, 04, cent fois plus grand que, 004, etc.

50. D'après ces remarques, on pourra écrire toutes sortes de quantités décimales, en ayant soin de remplacer par des zéros les dixièmes ou centièmes, etc. qui manquent.

EXEMPLES.

Exprimer en chiffres les décimales suivantes.

1° Quatre *centièmes.*
2° Cent huit *dix-millièmes.*
3° Cinq mille huit *cent-millièmes.*
4° Vingt-sept *millièmes.*
5° Mille soixante-sept *cent-millièmes.*
6° Six cent-huit mille cinq *millionièmes.*
7° Cent mille neuf *dix-millionièmes.*
8° Quatre-vingt-quatre *dix-millièmes.*
9° Neuf cent deux *millionièmes.*
10° Trois cent mille quatre *millionièmes.*
11° Cent vingt mille vingt-cinq *cent-millionièmes.*
12° Cent trois *cent-millièmes.*

51. De la manière d'écrire les décimales, il suit qu'on peut les rendre 10 fois, 100 fois, 1000 fois, etc. plus grandes ou plus petites par le déplacement de la virgule.

1° Pour rendre une quantité décimale 10, 100, ou 1000 fois plus grande, *avancez la virgule de 1, 2 ou 3 places sur la droite ;* car alors les dixièmes deviennent des unités ou des dixaines ou des centaines, etc.

2° Pour rendre une quantité décimale 10, 100, ou 1000 fois plus petite, *avancez la virgule de 1, 2, ou 3 places sur la gauche.* Car alors les dixièmes deviennent des centièmes ou des millièmes, etc.

EXEMPLE.

Soit 0,6781. pour les deux épreuves;

1re on trouve	2e on trouve
678,1. nombre mille fois plus fort.	0,0006781. nombre mille fois plus petit.

SECTION PREMIÈRE.

Addition.

52. Cette règle se définit et s'opère comme celle des nombres entiers; (en ayant soin de placer les décimales semblables les unes sous les autres, c'est-à-dire, dixièmes sous dixièmes, centièmes sous centièmes, etc.) en effet, chaque décimale qui précède valant dix de celle qui la suit, autant de fois dix dans la colonne précédente fera autant d'unités de la colonne qui précède.

EXEMPLES.

Décimales.

	#, 37
	, 1098
	, 0076
	, 9087
	, 1789
	, 6096
	, 0978
Total	2, 2824
Preuve	2540

Entiers et décimales.

	francs.		
	79	,	76
	18	,	94
	20	,	05
	17	,	67
	8	,	13
	9	,	09
Total	153	,	64

Total 153 fr. 64 centimes.

mètres.	déc.	centim.
49 ,	6	9
87 ,	0	6
10 ,	3	8
8 ,	8	1
28 ,	9	3
7 ,	4	0

liv.	onces.	gros.
39 ,	7	9
68 ,	0	3
17 ,	4	0
38 ,	1	8
17 ,	7	4
8 ,	9	9
14 ,	3	8

stères.	décistères.
897 ,	7
196 ,	9
148 ,	6
769 ,	4
178 ,	3
69 ,	4

mètres.	palmes.	doigts.	traits.
98 —	6 —	9 —	8
57 —	4 —	7 —	6
28 —	7 —	4 —	9
19 —	9 —	5 —	8
38 —	6 —	7 —	4
14 —	3 —	1 —	8

SECTION II.

Soustraction.

53. Cette règle se définit et s'opère comme celle des nombres entiers ; (en ayant soin de placer les décimales semblables les unes sous les autres, c'est-à-dire, les dixièmes sous les dixièmes, les centièmes sous les centièmes, etc. ; on se rappellera aussi que les zéros à la suite des décimales ne changent rien à leur valeur ; ainsi on sera libre de placer des zéros à la suite des décimales, tant supérieures qu'inférieures, s'il en manque) en effet, chaque décimale qui précède valant dix de celle qui la suit, l'unité qu'on emprunte vaut dix comme dans les nombres entiers.

	fr.		francs.
Je dois	0, 179403	Je dois	347 , 109
je paie	0, 098707	je paie	298 , 7870987
reste	0, 080696	reste	.48 , 3219013
Preuve	0, 179003	Preuve	347 , 1090000

	ares.	déciares.	centiares.
De	307 ,	6	7
ôter	209 ,	9	8

	liv.	onc.	gros.	den.	grains.
De	6000 ,	0	0	0	0
ôter	5090 ,	0	7	0	6

	stères.	décistères.
De	10000 ,	0
ôter	6090 ,	6

Je dois	1000 francs.	Je dois	2000 fr., 01
je paie	690 , 74	je paie	1980 , 67

SECTION III.

Multiplication.

54. Cette règle se définit comme celle des nombres entiers.

Pour multiplier les décimales, on suivra la marche des nombres entiers, sans faire attention à la virgule; mais ayant trouvé le produit, on en séparera sur la droite par une virgule autant de chiffres qu'il y a de décimales, tant dans le multiplicande que dans le multiplicateur.

Démonstration.

Si le multiplicande contient des centièmes, le produit contiendra des centièmes; car multiplier c'est ré-

Digitized by Google

péter un nombre un certain nombre de fois. Mais si le multiplicateur contient aussi des centièmes, comme j'ai multiplié par ces centièmes ainsi que par des entiers, le produit se trouve cent fois plus fort; on le rendra cent fois plus petit en avançant la virgule de deux places sur la gauche. Ce qui donnera au total quatre décimales, c'est-à-dire, autant qu'il y en a tant au multiplicande qu'au multiplicateur.

mètres. déc. centim.	liv. onc. g. d. grains.
304 , 7 4	407 , 8 9 7 8
à 37 f, 3 4. le mètre.	à 78 f, 19 la livre.
121896	36710802
91422 .	4078978 .
213318 . .	32631824 . .
91422 . . .	28552846 . . .
11378,9916	31893,528982

Le prix est de 11378, 99 (fr. c.)

Nota. Lorsque les décimales négligées font un demi ou plus, on ajoute une unité à celle qu'on retire. Dans cet exemple je n'ai rien ajouté, parce que les $\frac{16}{100}$ négligés ne font pas $\frac{1}{2}$.

Le prix est de 31893, 53 (fr. c.)

Nota. Je pose 53 c. au lieu de 52, parce que les décimales que je néglige sont au-dessus d'un demi. En effet, $\frac{5282}{10000}$ font plus de $\frac{5000}{10000}$ ou de $\frac{1}{2}$.

Autres exemples de multiplications.

17,198 × 33,71. = 579,74458.

30,102 × ,808 = 24,322416.

,030007 × ,00109 = ,0000327763.

,013. × ,0076 =

,00807 × ,01037 =

,0091 × ,00307 =

veltes de vin,

Combien coûteront 78,8717 si une velte coûte 174f,35.

R. =

arpens,

Combien coûteront 28,1793 si un arpent coûte 104f,17.

R. =

livres de viande salée,

Combien coûteront 374,71317 si une livre coûte ,37 de franc.

R. =

stères

Combien coûteront 240,7 de bois neuf, si le stère vaut 27f,13.

R. =

SECTION IV.

Division.

55. Cette règle se définit et s'opère comme celle des nombres entiers, en ayant soin de préparer de la manière suivante pour rendre les nombres homogènes.

Mettez à la suite de celui des deux nombres qui a le moins de décimales un nombre de zéros suffisant, pour que le nombre des décimales soit le même dans chacun. (Cela ne change rien à la valeur de ce nombre.) Supprimez la virgule dans l'un et dans l'autre, et faites l'opération comme pour les nombres entiers; il n'y aura rien à changer au quotient que vous trouverez, et qui exprimera des nombres entiers. Ajoutez au reste, s'il y en a, autant de zéros que vous voudrez avoir de décimales au quotient.

EXEMPLE.

,2886 d.,74

Préparation.

$$\begin{array}{l} 28860 \\ 66600 \\ 0000 \end{array} \left(\begin{array}{l} 7400 \\ \hline 0,39 \end{array} \right.$$

Ayant préparé la division, je ne trouve point d'entier, je place zéro au quotient, j'ajoute un zéro au dividende, je fais la division, je trouve 3, que je place aux dixièmes, par la raison qu'ayant rendu le dividende dix fois plus fort, je dois rendre le quotient dix fois plus petit pour ne rien changer, et établir la compensation.

J'ajoute encore un zéro au reste; je continue la division, et je trouve 9, que je place aux centièmes par la même raison que dessus. Et, par le même procédé, je descendrois à des valeurs de dix en dix fois plus foibles, si l'opération l'exigeoit.

56. D'autres auroient prescrit, dans ce cas, de faire la division sans préparation, et de prendre au quotient un nombre de décimales équivalant à la différence de celles du dividende au diviseur. Ainsi, ayant trouvé 39 au quotient, j'aurois placé la virgule au-devant, attendu qu'il y a 4 décimales au dividende et 2 au diviseur, ce qui donne 2 décimales pour le quotient; car le quotient multiplié par le diviseur devant donner le dividende, il faut de nécessité 2 décimales au quotient qui, avec deux au diviseur, donnent dans la multiplication les quatre décimales du dividende.

Mais cette seconde règle pouvant recevoir des exceptions, je préfère la première qui n'en donne jamais.

Autres exemples.

579,74458. d. 33,71 = 17,198

24,322416. d. ,808 = 30,102.

,0000327763. d. ,03007 =

,0000988. d. ,013 =

,0000836859. D. ,00807 =

,000027937. d. ,0091 =

mètres de drap francs
Si 304,74 coûtent 11378,9916, combien vaut le mètre?

R. =

arpens fr.
Si 407,8978 coûtent 31893,528982, combien vaut l'arpent?

R. =

veltes de vin fr.
Si 78,8717 coûtent 13751,280895, combien vaut une velte?

R. =

arpens fr.
Si 28,1793 coûtent 2935,437681, combien vaut un arpent?

R. =

livres de viande salée fr.
Si 374,71317 coûtent 138,6438729, combien vaut une livre pesant?

R. =

stères fr.
Si 240,7 de bois neuf coûtent 6530,191, combien vaut un stère?

R. =

OBSERVATIONS

Sur les multiplications décimales.

57. Un des usages de la multiplication est de convertir des unités d'une certaine espèce en unités d'une espèce plus petite : par exemple, soit proposé de convertir 7,759 kilomètres en mètres. Comme chaque kilomètre vaut mille mètres, il faudroit multiplier 7 kilomètres par 1000 mètres, et ajouter 759. Mais, comme en avançant la virgule de trois places sur la droite le nombre devient mille fois plus grand,

il s'ensuit que
kilomètres
7,759 = 7759 mètres.
9,8716 = 9871,6
myriamètres
9,719196 = 97191,96.
kilolitres
6,671987 = 6671,987 litres.
myriagrammes
17,987617 = 179876,17 grammes.
myriares
28,717987 = 287179,87 ares.

C'est la même chose pour les prix.

Sur la division des décimales.

58. La division sert encore à convertir les unités d'une certaine espèce en unités d'une espèce plus grande : par exemple, soit proposé de convertir 7759,8 mètres en kilomètres. Comme il faut 1000 mètres pour faire un kilomètre, il faudroit diviser par mille.

Mais comme en avançant la virgule de trois places sur la gauche, on a le millième de ce nombre, il s'ensuit que,

7759,8 mètres = 7,7598 kilomètres.

97191,96 = 9,719196 myriamètres.

6671,98 litres = 6,67198 kilolitres.

179876,17 grammes = 17,987617 myriagrammes.

287179,87 ares = 28,717987 myriares.

Ces deux opérations se prouvent l'une par l'autre.

CHAPITRE III.

Des fractions ordinaires.

59. On fait sur les fractions les mêmes opérations que sur les nombres entiers, c'est-à-dire, qu'on les ajoute, soustrait, multiplie et divise; mais on les fait précéder de quatre opérations, savoir : deux transformations et deux réductions. [1]

SECTION PREMIÈRE.

Première transformation.

60. Mettre des entiers sous forme fractionnaire.

[1] Avant d'aller plus loin, il faut se bien prénétrer de ce que j'ai dit page 146, sur les fractions en général, et sur l'usage des deux termes numérateur et dénominateur.

Il se présente trois cas :

1° Quand le dénominateur n'est pas indiqué.

2° Quand le dénominateur est indiqué.

3° Quand les entiers sont joints à des fractions.

RÈGLES.

Dans le premier cas, on met l'unité pour dénominateur des nombres entiers ; ce qui ne change rien. En effet, 4 francs ou $\frac{4}{1}$ francs ou 4 divisé par 1, donne toujours 4 francs.

EXEMPLES.

Mettre 4 sous forme fractionnaire $= \frac{4}{1}$

id. 8 *id.* $= \frac{8}{1}$

id. 27 *id.* $= \frac{27}{1}$

id. 179 *id.* $= \frac{179}{1}$

Dans les deuxième et troisième cas, on multiplie les entiers donnés par le dénominateur indiqué, on ajoute au produit le numérateur de la fraction y jointe s'il y en a ; et on met sous le produit ce même dénominateur.

EXEMPLES.

Transformer 8 mètres sous forme de quarts $= 8 \times 4 = \frac{32}{4}$

id. 9 en huitièmes $= \frac{72}{8}$

id. 3 en septièmes. $=$

id. 12 en cinquièmes. $=$

Démonstration.

Pour transformer 8 mètres en quarts, je raisonne ainsi : Chaque entier ou mètre vaut $\frac{4}{4}$, donc 8 entiers vaudront huit fois quatre quarts, qui font $\frac{32}{4}$. Ce raisonnement s'applique aux autres exemples :

Transformer 4 mètres $\frac{2}{3}$ en tiers $= 4 \times 3 + 2 = \frac{14}{3}$

id. 8 $\frac{5}{6}$ en sixièmes $= \frac{53}{6}$

id. 11 $\frac{7}{8}$ en huitièmes $=$

id. 9 $\frac{11}{12}$ en douzièmes $=$

id. 7 $\frac{109}{216}$ en 200 seizièmes. $=$

DÉMONSTRATION.

Pour transformer $4\frac{2}{3}$ en tiers, je raisonne ainsi : Chaque entier ou mètre vaut $\frac{3}{3}$; donc quatre entiers vaudront quatre fois $\frac{3}{3}$, qui font $\frac{12}{3}$, plus deux tiers font $\frac{14}{3}$. Ce raisonnement s'applique aux autres exemples.

Deuxième transformation.

61. Evaluer les fractions ou extraire les entiers qu'elles renferment.

Remarquez que cette opération ne peut avoir lieu que dans le cas où les expressions fractionnaires ont le numérateur plus grand que le dénominateur.

RÈGLE GÉNÉRALE.

Divisez le numérateur par le dénominateur, ce qui vient au quotient ce sont les entiers, et, s'il y a un reste, on le place au-dessus d'une ligne et dessous le dénominateur; ce qui forme une fraction à ajouter aux entiers.

DÉMONSTRATION.

De la définition des deux termes, numérateur et dénominateur, qui composent les fractions, il suit que, si le numérateur est égal à son dénominateur, la frac-

tion vaut un entier (54). Donc si le numérateur est double de son dénominateur, la fraction contient deux entiers. (Car $\frac{6}{3}$ expriment six parties d'une chose divisée en 3.) Si le numérateur est triple, la fraction contient trois entiers, etc. : donc autant de fois le numérateur contiendra le dénominateur, autant la fraction contiendra d'entiers. Or l'opération par laquelle on cherche combien un nombre en contient un autre est la division. Donc pour extraire les entiers il faut diviser le numérateur par le dénominateur.

EXEMPLES.

1° Évaluer $\frac{4}{1}$ = 4 d. 1 = 4. Ici point de reste.
id. $\frac{8}{1}$ = = 8 *id.*
$\frac{27}{1}$ = =
$\frac{147}{1}$ = =
2° Évaluer $\frac{32}{4}$ = 32 d. 4 = 8 *id.*
$\frac{72}{9}$ = = 8
$\frac{21}{7}$ = =
$\frac{60}{5}$ = =
3° Évaluer $\frac{14}{3}$ = 14 d. 3 = 4 $\frac{2}{3}$. Ici les restes sont des
$\frac{56}{6}$ = = 9 $\frac{2}{6}$ fractions à ajouter
$\frac{95}{8}$ = = aux entiers.
$\frac{109}{12}$ = =

On remarquera que ces deux transformations se prouvent l'une par l'autre.

EXEMPLES.

mètres.
1re Transformer 12 $\frac{7}{8}$ en huitièmes = $\frac{103}{8}$.

Preuve.

mètres. mètres.
2e Évaluer $\frac{103}{8}$ = 12 $\frac{7}{8}$

2e Evaluer $\frac{719}{12}$ arpens. = 59 $\frac{11}{12}$ arp.

Preuve.

1re Transformer 59 $\frac{41}{12}$ arp. en douzièmes = $\frac{719}{12}$.

1re Transformer 107 $\frac{17}{18}$ francs. en dix-huitièmes = $\frac{1943}{18}$.

Preuve.

2e Évaluer $\frac{1943}{18}$ f. = 107 f. $\frac{17}{18}$.

2e Évaluer $\frac{13781}{59}$ f. = 23 f. $\frac{21}{59}$.

Preuve.

1re Transformer 23 f. $\frac{21}{59}$ en cinquante-neuvièmes = $\frac{13781}{59}$.

Transformer 471 $\frac{171}{209}$ mètres. en 200 neuvièmes, et prouver.

Évaluer $\frac{30979}{179}$. = et prouver.

PREMIÈRE RÉDUCTION.

Réduire les fractions à leur plus simple expression.

62. Pour y parvenir, il faut prendre des parties égales sur les deux termes de la fraction, en essayant depuis le douzième jusqu'à la moitié, en observant qu'il ne doit rien rester, c'est-à-dire, que les mêmes parties doivent être contenues exactement dans le numérateur et le dénominateur.

Cette opération est fondéee sur ces principes :

1° Que les fractions n'étant que des divisions indiquées, on ne change rien à leur valeur en divisant

les deux termes de chaque fraction par le même nombre.

2° Que moins l'entier est divisé en un grand nombre de parties, et moins il faut de ces parties pour faire une partie connue du tout.

En effet, lorsque l'entier est divisé en 128 parties égales, il en faut 64 pour faire sa moitié, ou $\frac{64}{128}$: mais lorsque l'entier n'est divisé qu'en 64 parties, il n'en faut que 32 pour faire sa moitié, ou $\frac{32}{64}$; en suivant ce raisonnement, on verra que lorsque l'entier n'est divisé qu'en deux parties égales, il n'en faut qu'une pour faire sa moitié, ou $\frac{1}{2}$; donc on peut représenter une demie par les fractions suivantes:

$\frac{64}{128} = \frac{32}{64} = \frac{16}{32} = \frac{8}{16} = \frac{4}{8} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$, où l'on remarquera que toutes ces fractions étant égales, la plus simple est la $\frac{1}{2}$ qu'on a obtenue en prenant successivement des parties égales sur les deux termes de la fraction $\frac{64}{128}$. Ce qui prouve la méthode prescrite. On pourroit encore démontrer qu'on ne change rien en prenant des parties égales sur les deux termes d'une fraction, en disant: Puisque le numérateur d'une fraction exprime combien l'on a pris de parties de l'unité, et le dénominateur en combien de parties égales l'unité est divisée, il est évident que, si on prend le quart du numérateur, on rendra la fraction quatre fois plus petite, puisqu'on aura quatre fois moins de parties de l'unité; mais, en prenant aussi le quart du dénominateur, on indique que l'unité étant divisée en quatre fois moins de parties, ces parties sont quatre fois plus grandes. Donc si dans le résultat il y a quatre fois moins de

parties de l'unité, elles sont quatre fois plus grandes ; donc il y a compensation.

Exemples sur lesquels il faut s'exercer.

$\frac{360}{720} = \frac{1}{2}$ || $\frac{1440}{2160} = \frac{2}{3}$ || $\frac{6480}{8640} = \frac{3}{4}$ || $\frac{34560}{43200} = \frac{4}{5}$
$\frac{172800}{207360} = \frac{5}{6}$ || $\frac{1451520}{1658880} = \frac{7}{8}$ || $\frac{18247680}{19906560} = \frac{11}{12}$ ||
$\frac{829440}{1036800} = \frac{4}{5}$ || $\frac{3317760}{4976640} = \frac{2}{3}$ ||

On peut prouver ces opérations en multipliant le numérateur de la fraction proposée par le dénominateur de la réduite; et le dénominateur de la proposée par le numérateur de la réduite; on trouvera deux produits égaux. Soit la proposée $\frac{172800}{207360}$ que j'ai réduite à $\frac{5}{6}$, en suivant la règle prescrite fondée sur les proportions, on aura :

$$\frac{172800 \times 6}{1036800} = \frac{207360 \times 5}{1036800}$$

Méthode du plus grand commun diviseur.

63. Il se présente dans le calcul des fractions qui, au premier aspect, ne paroissent pas réductibles à une plus simple expression; alors on essaie de les réduire par la méthode ci-dessous.

Divisez le plus grand terme par le plus petit, (on néglige le quotient) divisez ensuite le diviseur par le reste; (on néglige toujours le quotient) on continue de diviser par le reste, jusqu'à ce qu'on trouve un quotient sans reste. C'est le dernier diviseur qui est *le plus grand commun diviseur cherché* ; c'est-à-dire, qu'il divise exactement le numérateur et le dénominateur de la fraction proposée, et la réduit à sa plus simple expression.

Quand après avoir longtemps divisé, on trouve l'unité pour plus grand commun diviseur, c'est qu'alors la fraction est irréductible.

EXEMPLE.

Soit la fraction $\frac{1925770}{5199579}$ à réduire à la plus simple expression:
On trouvera pour réponse $= \frac{10}{27}$.

Opération.

5199579 | 2 | 1 | 2 | 3 P. G. C. D.
1348039 | 1925770 | 1348039 | 577731 | 192577
0000000 | 577731 | 192577 | 000000 |

1925770 D. 192577 = 10 ‖ 5199579 D. 192577 = 27
0000000 1348039
0000000

Preuve.

Numérateur 1925770 × 27 = 51995790 ; dénominateur 5199579 × 10 = 51995790.

DÉMONSTRATION.

Il est de principe qu'un nombre qui est facteur d'un autre, c'est-à-dire, qui a concouru par la multiplication à le former, en est toujours le diviseur exact. Reste donc à prouver que le dernier diviseur 192577 a cette propriété, par rapport aux deux termes de la fraction proposée. Pour cet effet, remontons de la fin de l'opération au commencement.

1° Il est évident que le dernier diviseur 192577 × le quotient 3 = le dividende 577731 : donc 192577 est facteur ou diviseur exact de 577731.

2° Le diviseur 577731 × le quotient 2 + le reste 192577 = le dividende 1348039: donc encore 192577 est facteur ou diviseur exact de 1348039, (étant diviseur exact d'un de ses facteurs et du reste).

3° Le diviseur 1348039 × le quotient 1 + le reste 577731 = 1925770. Donc encore 192577 est facteur ou diviseur exact de 1925770, étant diviseur exact d'un de ses facteurs.

4° Le diviseur 1925770 × le quotient 2 + le reste 1348039 = 5199579. Donc encore 192577 est facteur ou diviseur exact de 5199579, étant diviseur exact d'un de ses facteurs.

Donc enfin 192577 est diviseur exact du numérateur et du dénominateur de la fraction proposée. Donc la règle est générale. Donc si le plus grand commun diviseur se trouvoit être l'unité, ce seroit une preuve infaillible que la fraction seroit irréductible.

Application à d'autres exemples.

$\frac{33553}{38715} = \frac{13}{15}$ || $\frac{79530}{1062501} = \frac{110}{147}$ || $\frac{1925770}{5199579} = \frac{10}{27}$

$\frac{505953}{647715} = \frac{23}{25}$ || $\frac{24453}{26676} = \frac{11}{12}$ || $\frac{415701}{453492} = \frac{11}{12}$.

$\frac{1247103}{2267460} = \frac{11}{20}$ || $\frac{2078505}{3174444} = \frac{55}{84}$ || $\frac{2078505}{9523332} = \frac{55}{252}$.

$\frac{90057}{98244} = \frac{11}{12}$ || $\frac{316653}{592159} = \frac{177}{331}$ || $\frac{751}{911}$ fraction irréductible.

DEUXIÈME RÉDUCTION.

Réduire les fractions au même dénominateur.

64. Pour y parvenir, il faut en général multiplier tous les dénominateurs particuliers les uns par les autres, pour en faire le dénominateur commun. Il faut ensuite diviser ce dénominateur commun par chaque dénominateur particulier, et multiplier ces divers quotients par chaque numérateur qui lui correspond. On met

ensuite au net les différens produits, en plaçant sous chacun le dénominateur commun.

Ceci revient à la méthode des géomètres, qui dit: « Pour réduire les fractions au même dénominateur, « il faut multiplier les deux termes de chaque fraction « par le produit de tous les dénominateurs particu- « liers, excepté par le sien, fondé sur ces principes:

1° Qu'on ne change rien en multipliant les deux termes d'une fraction par le même nombre, puisque les fractions ne sont que des divisions indiquées.

2° Que plus l'entier est divisé en un grand nombre de parties, et plus il faut de ces parties pour faire une partie connue du tout.

En effet, lorsque l'entier est divisé en deux parties égales, il n'en faut qu'une pour faire sa moitié ou $\frac{1}{2}$; mais lorsque l'entier est divisé en quatre parties égales, il en faut deux, ou $\frac{2}{4}$. En suivant ce raisonnement, on verra que lorsque l'entier sera divisé en 64 parties égales, il en faudra trente-deux pour faire sa moitié, ou $\frac{32}{64}$. Donc on peut représenter une demie par les fractions suivantes:

$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{16}{32} = \frac{32}{64} = \frac{64}{128}$, où l'on remarquera que toutes ces fractions étant égales, la plus forte, $\frac{64}{128}$, a été obtenue en multipliant successivement par le même nombre les deux termes de la fraction $\frac{1}{2}$. Ce qui prouve le principe établi ci-dessus.

On pourroit encore démontrer qu'on ne change rien en multipliant les deux termes d'une fraction par le même nombre, en disant: Puisque le numérateur d'une fraction exprime combien l'on a pris de

parties de l'unité, et le dénominateur en combien de parties égales l'unité est divisée, il est évident que si on multiplie le numérateur par six, on rendra la fraction six fois plus grande, puisqu'on aura six fois plus de parties de l'unité; mais aussi, en multipliant le dénominateur par six, on indique que l'unité est divisée en six fois plus de parties; ces parties sont six fois plus petites : donc, si dans le résultat il y a six fois plus de parties de l'unité, elles sont six fois plus petites : donc il y a compensation.

EXEMPLE.

24 diviseur commun.		Explication et preuve.
$\frac{3}{4}$....18	6	$\frac{18}{24} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$
$\frac{1}{2}$....12	12	$\frac{12}{24} = \frac{6}{12} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
$\frac{2}{3}$....16	8	$\frac{16}{24} = \frac{8}{12} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

Pour réduire au même dénominateur les fractions $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, je les ai établies verticalement; ensuite, j'ai multiplié le dénominateur 4 par le dénominateur $2 = 8$, $\times$ le dénominateur $3 = 24$. Ce qui forme le dénominateur commun.

Je l'ai établi au-dessus des fractions, et ayant tiré au-dessous une ligne horizontale, et une verticale à distance convenable des fractions proposées, j'ai divisé :

1° Le dénominateur commun par chaque dénominateur particulier : d'abord par 4, en prenant le quart $= 6$, que j'ai placé à la droite de la verticale, en face de la première fraction; ensuite, j'ai divisé par 2, en prenant la moitié $= 12$, que j'ai placé à la droite de la verticale, en face de la 2e fraction :

enfin, j'ai divisé par 3, ou pris le tiers $= 8$, que j'ai placé à la droite de la verticale, en face de la 3e fraction.

2° J'ai multiplié ces divers quotients par les numérateurs qui leur correspondent; d'abord $6 \times 3 = 18$, que je place à la gauche de la verticale, en face de la première fraction; ensuite $12 \times 1 = 12$, que je place à la gauche de la verticale, en face de la seconde fraction; enfin, $8 \times 2 = 16$, que je place à la gauche de la verticale, en face de la troisième fraction.

Ces trois derniers produits sont les nouveaux numérateurs que j'ai établis à côté, en mettant dessous le dénominateur commun.

En analysant ces trois nouvelles fractions, on voit que, dans la première $\frac{18}{24}$, ce sont les deux termes de $\frac{3}{4} \times 6 = \frac{18}{24}$; dans la seconde $\frac{12}{24}$, ce sont les deux termes $\frac{1}{2} \times 12 = \frac{12}{24}$; dans la troisième $\frac{16}{24}$, ce sont les deux termes de $\frac{2}{3} \times 8 = \frac{16}{24}$. On n'a donc point changé la valeur des fractions primitives dans cette opération. De plus, on peut encore s'en convaincre en réduisant ces nouvelles fractions à leur plus simple expression, et on trouvera les fractions primitives.

On s'exercera sur les fractions suivantes:

$\frac{1}{4}$ $\frac{3}{7}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{2}{3}$ 672 D. C.

$\frac{5}{6}$ $\frac{7}{8}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{2}$ 384 D. C.

$\frac{11}{12}$ $\frac{17}{18}$ $\frac{5}{9}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{2}$ 15552 D. C.

$\frac{17}{36}$ $\frac{5}{18}$ $\frac{4}{9}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{17}{24}$ $\frac{5}{8}$ 8957952 D. C.

Cette méthode devient fort longue, ainsi que celle des géomètres, à mesure que les fractions se multiplient; mais elle offre une abréviation inappréciable par ce raisonnement: Quel que soit le dénominateur commun, il n'importe, pourvu qu'il contienne exactement chaque dénominateur particulier; plus il sera petit, et plus l'opération sera simple.

Pour trouver le plus petit dénominateur commun, on se sert de la méthode des sous-multiples.

On appelle sous-multiple d'un nombre celui qui est contenu exactement dans ce nombre: ainsi 3, 4, 6, 2, sont des sous-multiples de 12.

La méthode des sous-multiples consiste à négliger, dans la formation du dénominateur commun, les dénominateurs particuliers qui sont contenus exactement dans les autres, et encore à examiner si les dénominateurs restans ne peuvent pas être contenus dans un nombre plus simple que leur produit. Par exemple, s'il restoit 24 et 36, qui ne sont pas sous-multiples l'un de l'autre, en doublant le plus fort, qui est 36, on trouve 72, qui contient exactement 24; et ce nombre est plus simple que le produit de $24 \times 36 = 864$.

Exemples à opérer par cette méthode.

72 diviseur commun.		Preuve.
$\frac{17}{36}$.....34	2	$\frac{34}{72} = \frac{17}{36}$
$\frac{5}{18}$.....20	4	$\frac{20}{72} = \frac{5}{18}$
$\frac{4}{9}$.....32	8	$\frac{32}{72} = \frac{16}{36} = \frac{4}{9}$
$\frac{3}{8}$.....27	9	$\frac{27}{72} = \frac{9}{24} = \frac{3}{8}$
$\frac{17}{24}$.....51	3	$\frac{51}{72} = \frac{17}{24}$
$\frac{5}{6}$.....60	12	$\frac{60}{72} = \frac{15}{18} = \frac{5}{6}$.

Ayant marqué par un point les dénominateurs qui sont sous-multiples, et qui ne serviront point dans la formation du dénominateur commun, il me reste 36 et 24, qui ne sont point sous-multiples l'un de l'autre. J'essaie, en multipliant le plus fort par 2, si le produit ne pourrait contenir 24; et ayant trouvé que 72 a cette condition, je le place pour dénominateur commun, et l'opération se traite à l'ordinaire.

Si en doublant le plus fort, je n'avais pas trouvé mon affaire, j'aurois essayé de tripler, de quadrupler, etc.; et si tous ces essais n'eussent servi de rien, j'aurois été obligé de prendre le produit de 24 par 36 = 864.

On pourra s'exercer sur les fractions suivantes :

$\frac{1}{4}$ $\frac{5}{18}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{4}{6}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{17}{24}$ $\frac{17}{36}$ $\frac{5}{8}$ 72 D. C.

$\frac{11}{12}$ $\frac{11}{18}$ $\frac{11}{36}$ $\frac{9}{24}$ $\frac{5}{9}$ $\frac{7}{8}$ $\frac{5}{12}$ $\frac{1}{3}$ 72 D. C.

$\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{7}{16}$ $\frac{9}{24}$ $\frac{27}{48}$ $\frac{29}{96}$ $\frac{7}{8}$ 96 D. C.

$\frac{3}{4}$ $\frac{7}{8}$ $\frac{11}{24}$ $\frac{27}{72}$ $\frac{115}{144}$ $\frac{211}{432}$ $\frac{119}{864}$ $\frac{11}{12}$ 864 D. C.

$\frac{7}{9}$ $\frac{11}{18}$ $\frac{13}{54}$ $\frac{67}{108}$ $\frac{179}{324}$ $\frac{311}{648}$ $\frac{519}{1296}$ $\frac{7}{8}$ 1296 D. C.

$\frac{4}{5}$ $\frac{6}{7}$ $\frac{3}{9}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{11}{22}$ $\frac{2}{8}$ $\frac{7}{8}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{3}$ $72 \times 7 = 504 \times 5 = 2520$ D. C.

SECTION II.

Addition des fractions.

65. Pour additionner les fractions, il faut les réduire au même dénominateur; on ajoute ensuite les nouveaux numérateurs, et on met sous le total le dénominateur

commun; ensuite on évalue si la fraction totale est dans ce cas. En effet, lorsque les fractions sont homogènes, c'est-à-dire, expriment les mêmes parties de l'unité, on les ajoute comme les entiers; c'est ainsi que $\frac{2}{3}$ avec $\frac{5}{3}$ font $\frac{8}{3}$; avec $\frac{9}{3}$, font $\frac{17}{3}$; avec $\frac{10}{3}$, font $\frac{27}{3} = 9$ entiers: ou bien, $\frac{2}{2}$ avec $\frac{3}{2}$, font $\frac{5}{2}$; avec $\frac{7}{2}$, font $\frac{12}{2} = 6$ entiers.

EXEMPLE.

72 divis. commun.

$\frac{5}{12}$....30	6
$\frac{3}{4}$.....54	18
$\frac{7}{8}$.....63	9
$\frac{1}{9}$..... 8	8
$\frac{5}{24}$....15	3
170	

$72 = 2\ \frac{13}{36}$.

Preuve, en complétant chaque fraction à l'entier.

72 divis. c.

$\frac{7}{12}$....42	6
$\frac{1}{4}$.....18	18
$\frac{1}{8}$..... 9	9
$\frac{8}{9}$.....64	8
$\frac{19}{24}$....57	3
190	

$72 = 2\ \frac{23}{36}$.

Addition des deux totaux 170
190
360 | 72 = 5 entiers, autant que de fractions.

Addition des deux évaluations,

$2\ \frac{13}{36}$
$2\ \frac{23}{36}$ } = 5 entiers comme ci-dessus.

Pour faire cette addition, j'ai réduit les fractions au même dénominateur; ensuite, j'ai ajouté tous les nouveaux numérateurs; ce qui m'a donné $\frac{170}{72}$: ayant évalué, je trouve $2\ \frac{13}{16}$. On observera que ces entiers seront des francs, si les fractions sont fractions de francs; ce seront des mètres ou des grammes, etc., si les fractions proviennent de mètres ou de grammes.

66. Pour prouver l'addition des fractions, on ajoute

à chaque fraction ce qui lui manque pour faire un entier, dont on fait une nouvelle fraction. Par exemple, à la première, il manque $\frac{7}{12}$; à la 2e $\frac{1}{4}$, à la 3e $\frac{1}{8}$ à la 4e $\frac{8}{9}$, à la 5e $\frac{19}{24}$: on ajoute ces nouvelles fractions par le même procédé que les premières, et ayant fait le total $\frac{190}{72}$, on l'ajoute aux $\frac{170}{72}$, total des premières ; on fait l'évaluation, et on doit trouver autant d'entiers que de fractions. La raison en est palpable ; en effet, chaque fraction primitive ajoutée à sa correspondante fait un entier : donc chaque nouvelle fraction, réduite au même dénominateur, ajoutée à sa correspondante, doit aussi faire un entier : donc, dans les deux totaux, on doit trouver autant d'entiers que de fractions. Il en est de même des évaluations ajoutées ensemble.

Si on proposoit l'addition de nombres entiers joints à des fractions, on feroit d'abord l'addition des fractions, on évalueroit le total ; et on ajouteroit les entiers trouvés à ceux de la règle dont on feroit le total.

EXEMPLE.

74 fr.	$\frac{1}{2}$			800 fr.	$\frac{5}{6}$		
60	$\frac{2}{3}$			190	$\frac{7}{12}$		
18	$\frac{5}{8}$	= 175 fr.	$\frac{5}{24}$.	60	$\frac{17}{24}$	1212 f.	$\frac{5}{6}$.
9	$\frac{7}{12}$			70	$\frac{5}{9}$		
11	$\frac{5}{6}$			89	$\frac{17}{18}$		

$\frac{3}{8}$		$\frac{1}{12}$		$\frac{3}{4}$		64 fr.	$\frac{3}{4}$
$\frac{2}{5}$		$\frac{2}{9}$		$\frac{11}{12}$		82	$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{4}$		$\frac{2}{3}$		$\frac{2}{3}$		8	$\frac{3}{4}$
$\frac{11}{18}$		$\frac{4}{6}$		$\frac{1}{4}$		17	$\frac{7}{8}$
$\frac{5}{12}$		$\frac{7}{8}$		$\frac{19}{24}$		4	$\frac{2}{3}$
2	$\frac{19}{360}$	3	$\frac{5}{72}$	3.	$\frac{3}{8}$	178	$\frac{5}{12}$.

SECTION III.

Soustraction des fractions.

67. Pour soustraire les fractions, il faut les réduire au même dénominateur, soustraire les numérateurs, et mettre sous le reste le dénominateur commun.

En effet, lorsque les fractions sont homogènes, on les soustrait comme les entiers; c'est ainsi que de $\frac{3}{4}$ ôter $\frac{1}{4}$, reste $\frac{2}{4}$; de $\frac{7}{8}$ ôter $\frac{5}{8}$, reste $\frac{2}{8}$; de $\frac{5}{2}$ ôter $\frac{4}{2}$, reste $\frac{1}{2}$.

EXEMPLES.

56 diviseur commun.

De	$\frac{7}{8}$.....49	7
ôter	$\frac{3}{7}$.....24	8
Différence ou reste	$\frac{25}{56}$	
Preuve	$\frac{49}{56}=\frac{7}{8}$.	

J'ai réduit les deux fractions en cinquante sixièmes, ensuite, de 49 ayant ôté 24, il est resté $\frac{25}{56}$.

Pour faire la preuve, j'ajoute la quantité soustraite avec le reste ou la différence; et ayant trouvé la fraction supérieure $\frac{49}{56}$, je la réduis à sa plus simple expression; ce qui donne $\frac{7}{8}$.

De	$\frac{2}{3}$	De	$\frac{3}{4}$	De	$\frac{7}{8}$
ôter	$\frac{11}{20}$	ôter	$\frac{2}{3}$	ôter	$\frac{2}{3}$
Reste	$\frac{7}{60}$.	Reste	$\frac{1}{12}$.	Reste	$\frac{5}{24}$.

Si l'on proposoit de soustraire d'une quantité entière et fractionnaire une autre quantité entière et frac-

tionnaire, on feroit d'abord la soustraction des fractions, ensuite on opéreroit celle des entiers.

24 diviseur commun.

De	100 fr. $\frac{5}{8}$	15	3
ôter	64 $\frac{11}{12}$	22	2
Différence ou reste	35	$\frac{17}{24}$	
Preuve	100ᶠʳ	$\frac{15}{24} = \frac{5}{8}$.	

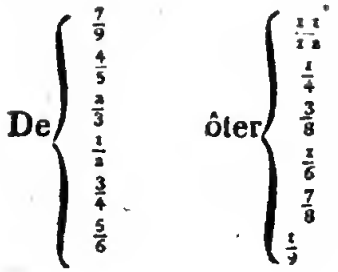
Ayant réduit les fractions au même dénominateur, je n'ai pu soustraire $\frac{22}{24}$ de $\frac{15}{24}$; alors j'ai emprunté un franc, qui vaut $\frac{24}{24}$, qui, ajouté à $\frac{15}{24}$, $= \frac{39}{24}$, dont j'ai ôté $\frac{22}{24}$; reste $\frac{17}{24}$.

J'ai ensuite retranché 64 francs de 99; reste 35 fr. dans la preuve, ayant ajouté $\frac{22}{24}$ avec $\frac{17}{24} = \frac{39}{24}$; ce qui donne un entier à retenir, et un reste de $\frac{15}{24} = \frac{5}{8}$ à poser.

De	170 fr. $\frac{11}{15}$		De	700 fr. $\frac{1}{7}$		De	2 fr. $\frac{11}{45}$	
ôter	98 $\frac{3}{4}$		ôter	678 $\frac{4}{5}$		ôter	1 $\frac{19}{24}$	
Reste	71 $\frac{59}{60}$		Reste	21 $\frac{12}{35}$		Reste	» $\frac{163}{360}$.	

De	7000 fr. $\frac{7}{9}$		De	79000 fr.		De	8 fr.	
ôter	6919		ôter	78190 $\frac{9}{14}$		ôter	5 $\frac{2}{3}$	
Reste	81ᶠʳ $\frac{7}{9}$		Reste	809ᶠʳ $\frac{5}{14}$		Reste	2ᶠʳ $\frac{1}{3}$.	

Si de plusieurs fractions on propose de soustraire plusieurs fractions, on fera l'addition des fractions de part et d'autres; alors, de la somme des premières ôtant la somme des dernières, on trouvera, pour reste évalué, 1 $\frac{19}{30}$.



SECTION IV.

Multiplication des fractions.

68. Pour multiplier deux fractions l'une par l'autre, on multiplie le numérateur de l'une par le numérateur de l'autre, pour en faire le numérateur du produit; et le dénominateur de l'une par le dénominateur de l'autre, pour en faire le dénominateur du produit.

EXEMPLE.

$\frac{3}{4} \times \frac{5}{6} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$.

DÉMONSTRATION.

Multiplier $\frac{3}{4}$ par $\frac{5}{6}$, c'est répéter $\frac{3}{4}$ cinq sixièmes de fois, ou bien c'est prendre cinq fois le sixième de $\frac{3}{4}$. Or, on prend le sixième d'une fraction en rendant son dénominateur six fois plus grand; car alors l'unité se trouvant divisée en six fois plus de parties, ces parties seront six fois plus petites; ainsi le sixième de $\frac{3}{4} = \frac{3}{24}$, qu'il faut répéter cinq fois, ou rendre cinq fois plus grande; ce qui arrive en multipliant le numérateur par $5 = \frac{15}{24}$; car en rendant le numérateur d'une fraction cinq fois plus grand, on prend cinq fois plus de parties de l'unité : ainsi les $\frac{5}{6}$ de $\frac{3}{4} = \frac{15}{24}$. Cette opération revient à la règle prescrite.

SECTION V.

Division des fractions.

69. Pour diviser une fraction par une fraction, on renverse par la pensée la fraction diviseur, et on opère comme dans la multiplication.

EXEMPLE.

Soit $\frac{5}{8}$ diviseur $\frac{2}{3} = \frac{15}{16}$.

Préparation.

$\frac{5}{8} \times \frac{3}{2} = \frac{15}{16}$.

DÉMONSTRATION.

Diviser $\frac{5}{8}$ par $\frac{2}{3}$, c'est chercher combien de fois $\frac{5}{8}$ contiendront $\frac{2}{3}$; or il est évident que $\frac{5}{8}$ contiendront $\frac{2}{3}$ trois fois davantage que si je divisois par 2 unités (puisque les tiers sont des parties trois fois plus petites que des unités). Divisant donc par deux, ou prenant la moitié de $\frac{5}{8}$, on aura $\frac{5}{16}$ (en rendant le dénominateur deux fois plus fort); mais cette fraction est trois fois trop petite, puisque j'ai divisé par deux unités, tandis que je ne devois diviser que par des tiers d'unités; je la rends trois fois plus grande, $= \frac{15}{16}$, en triplant son numérateur, ou en prenant trois fois plus de parties de l'unité : et ce résultat de $\frac{15}{16}$ prouve la règle prescrite.

Comme ces deux règles se prouvent l'une par l'autre, je vais en donner des exemples.

$\frac{3}{4} \times \frac{5}{6} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$.
Preuve.
$\frac{5}{8}$ D. $\frac{5}{6} = \frac{30}{40} = \frac{3}{4}$.

$\frac{5}{8}$ D. $\frac{3}{4} =$
Preuve.
$\frac{5}{6} \times \frac{3}{4} =$

$\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{4} =$
Preuve.
$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} =$

$\frac{117}{154}$ D. $\frac{13}{14} =$
Preuve.
$\frac{9}{11} \times \frac{13}{14} =$

$\frac{19}{21}$ D. $\frac{11}{12} =$
Preuve.
$\frac{228}{231} \times \frac{11}{12} =$

$\frac{5}{8}$ D. $\frac{2}{3} = \frac{15}{16}$
Preuve.
$\frac{15}{16} \times \frac{2}{3} = \frac{30}{48} = \frac{5}{8}$.

$\frac{11}{12} \times \frac{8}{9} =$
Preuve.
$\frac{22}{27}$ D. $\frac{8}{9} =$

$\frac{7}{8} \times \frac{11}{12} =$
Preuve.
$\frac{77}{96}$ D. $\frac{11}{12} =$

$\frac{238}{247} \times \frac{13}{14} =$
Preuve.
$\frac{17}{19}$ D. $\frac{13}{14} =$

$\frac{19}{21} \times \frac{11}{12} =$
Preuve.
$\frac{209}{252}$ D. $\frac{11}{12} =$

Si on proposoit de multiplier par des nombres entiers joints aux fractions, on transformeroit le tout en fractions, et l'opération seroit la même.

EXEMPLE.

aunes liv.
3 $\frac{1}{2}$ à 5 $\frac{3}{4}$
se change en
$\frac{7}{2} \times \frac{23}{4} =$
Preuve.
$\frac{161}{8}$ D. $\frac{23}{4} =$

aunes liv.
9 $\frac{11}{12}$ à 17 $\frac{2}{3}$
se change en
$\frac{119}{12} \times \frac{53}{3} =$
Preuve.
$\frac{6307}{36}$ D. $\frac{53}{3} =$

CHAPITRE IV.

Des nombres complexes qui ne seront plus usités en France.

70. Les nombres complexes des nouveaux poids et mesures étant compris dans les décimales, on eût pu se passer de traiter des anciens; mais comme l'ouvrage est destiné au commerce, et que les relations des négocians avec les étrangers nécessitent d'en étudier les opérations, soit par l'identité qu'ils ont avec les uns (comme la livre sterling, qui vaut 20 s., et le sou 12 d. ster., etc.), soit par l'analogie qu'ils ont avec les autres, nous allons rappeler ici les anciens poids et mesures, et les opérations qu'ils nécessitent. Pour plus de détail, on pourra consulter le Cours des Opérations de Banque, au chapitre IX.

TABLE DES ABRÉVIATIONS ET DIVISIONS DE CERTAINES UNITÉS ET PARTIES D'UNITÉS.

Pour les monnoies.

℔ signifie..... livre.	1 livre vaut 20 sous.
s ..... sous.	1 sou..... 12 deniers.
d ..... denier.	

Pour les poids.

℔ signifie..... livre.	1 liv. (poids) vaut 2 marcs.
M ..... marc.	1 marc..... 8 onces.
O *ou* ℥ ..... once.	1 once.. 8 gros ou dragm.
G *ou* ʒ ..... gros.	1 gros... 3 den. ou scrup.
D *ou* ℈ denier ou scrupule.	1 denier..... 24 grains.
g ..... grain.	

Pour l'étendue en lignes.

T signifie..... toises.	1 toise vaut... 6 pieds.
P ..... pieds.	1 pied..... 12 pouces.
p ..... pouces.	1 pouces..... 12 lignes.
L .... lignes.	1 ligne..... 12 points.
P ..... point.	

Pour le temps.

A signifie..... ans.	1 an vaut 360 jours.[1]
M ..... mois.	1 mois..... 30 jours.
J ..... jours.	1 jour..... 24 heures.
H ..... heures.	1 heures.... 60 minutes.
' ..... minutes.	1 minutes... 60 secondes.
" ..... secondes.	

Pour les aunages.

Aul. signifie aune.
L'aune se divise en $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{4}{4}$, $\frac{6}{6}$, $\frac{8}{8}$, $\frac{12}{12}$, $\frac{16}{16}$, $\frac{32}{32}$.

Mesures de superficie.

T T signifie toises carrées.	1 toise carrée v. 36 pieds carr.
P P ..... pieds *id.*	1 pied *id*.... 144 pouces *id.*
p p ..... pouces *id.*	1 pouce..... 144 lignes *id.*
L L ..... lignes *id.*	1 ligne..... 144 points *id.*

Mesures de solidités.

T T T signifie toise cube.	1 toise cube v. 216 pieds cub.
P P P ..... pieds *id.*	1 pied *id*... 1728 pouces *id.*
p p p ..... pouces *id.*	1 pouce *id*... 1728 lignes *id.*
L L L ..... lignes *id.*	1 ligne *id*... 1728 points *id.*

[1] Les 5 jours de surplus ne se comptent pas dans le commerce.

SECTION PREMIÈRE.

Addition des nombres complexes

	liv.	s.	d.
	374	19	11
	237	17	9
	168	6	10
	10	9	7
	6	14	10
	109	13	8
	64	13	4
Total	972	15	11
Preuve	244	44	0
		9	59

Ils s'ajoutent comme les incomplexes, en commençant par les plus petites espèces.

La somme des deniers est 59, qui renferment quatre douzaines de deniers, ou quatre sous et 11 deniers: je pose les 11 deniers, et je retiens 4 sous, que j'ajoute avec les unités de sous; ce qui donne 45 sous, dont je pose seulement le chiffre 5, et je retiens les quatre dixaines pour les ajouter aux dixaines; ce qui me donne 9 : et comme il faut deux dixaines de sous pour faire une livre, je prends la moitié de 9, qui est 4, avec 1 pour reste; je pose ce reste et je porte les 4 livres à la colonne des livres, que j'ajoute comme à l'ordinaire.

Pour la preuve, parvenu, à l'ordinaire, à la colonne des unités de livres, il me reste 4 livres; je les convertis

en dixaines, en les doublant; ce qui donne 8 : j'ajoute 1, dixaine du total; ce qui fait 9. J'ajoute la colonne des dixaines, et je trouve 5 ôtez de 9, reste 4, que je pose sous les dixaines; ce qui forme avec les 5 sous = 45. J'additionne les unités de sous, je trouve 41 ôtez de 45, reste 4, que je pose sous les unités de sous. Je les convertis en deniers en les multipliant par douze = 48, plus 11 du total, fait 59. J'ajoute la colonne des deniers, et je trouve 59, ôtez de 59, reste zéro.

C'est ce zéro qui prouve que la règle est bien faite, et confirme l'axiome, que *si d'un tout on retranche toutes les parties, il ne doit rien rester.*

Le raisonnement est le même pour l'addition et la preuve des parties du marc, de la toise, de l'année; la seule différence consiste dans les valeurs de ces subdivisions : on fera bien de s'exercer sur les suivantes.

liv.	s.	d.
796	17	9
689	8	11
176	13	6
109	19	7
87	6	8
196	11	9
169	15	10
79	7	7
169	16	6
86	12	9
301	9	4
Total 2864	0	2
Preuve 7.8.7.	7.7.	0

marcs.	onc.	gros.	gr.
147	7	7	71
68	6	1	28
107	4	7	19
198	7	4	67
69	5	5	40
108	4	4	56
176	2	6	17
98	1	5	19
139	7	7	64
407	6	4	18
68	4	2	47
Total 1592.	4.	2.	14.
Preuve 597.	7.	6.	0.

	toises.	pieds.	pouc.	lig.	points.		ans.	mois.	jours.
	148	5	11	11	11		470	11	29
	709	4	7	9	7		398	7	10
	168	3	8	10	4		169	10	18
	57	2	10	4	6		107	6	28
	286	1	11	7	7		69	4	14
	169	4	4	8	10		217	11	19
	87	5	3	11	7		107	6	27
	268	4	7	9	8		86	9	11
Total	1897	3	7	2	0	Tot.	1628	9	6
Pr.	465.	5.	6.	5.	.	Pr.	455.	6.	0

Soustraction des nombres complexes.

	liv.	s.	d.
Je dois	1070	14	7
je paie	696	18	11
reste	373	15	8
Preuve	1070	14	7

Ils se retranchent, comme les nombres incomplexes, en commençant par les plus petites espèces.

Si les chiffres supérieurs étoient tous plus forts que les inférieurs qui leur correspondent, on poseroit leur différence au-dessous ; ce qui ne donneroit aucune difficulté ; mais dans cet exemple il n'en est pas ainsi. Je dis donc, de 7 deniers ôter 11, ne se peut ; j'emprunte un sou, qui vant 12 deniers, ajoutés à 7 deniers, donne 19 ; ôter 11, reste 8, que je pose sous les deniers.

Ensuite je passe aux sous : j'ôte 18, non pas de 14, mais de 13 qui restent après l'emprunt ; cela ne se peut :

j'emprunte une livre aux dixaines de livres, et ayant, par la pensée, laissé 9 aux unités, j'ajoute la livre empruntée, qui vaut 20 sous, à 13 sous, = 33, desquels ôtant 18, reste 15. Enfin, je retranche 696 livres de 1069 livres, reste 373 livres.

La preuve se faisant par l'addition, je commence par les deniers : 11 et 8 font 19 deniers, = 1 sou et 7 deniers, je pose 7, et retiens 1 sou; 18 + 1 = 19, + 15 = 34 sous, font 1 livre 14 sous; je pose 14 sous, et retiens 1 livre; le reste à l'ordinaire.

	liv.	s.	d.
Je dois	1090		
je paie	696	17	4
reste	393	2	8
Preuve	1090	»	»

Ne pouvant emprunter sur les sous, j'ai recours aux livres; j'emprunte 10 livres, j'en laisse 9 aux unités, et retiens 1 livre, qui vaut 20 sous; je laisse 19 sous aux sous, et retiens 1 sou, qui vaut 12 deniers : alors je procède à l'ordinaire.

Le raisonnement est le même pour la soustraction et la preuve des parties du marc, de la toise, de l'année; la seule différence consiste dans les valeurs de ces subdivisions. On fera bien de s'exercer sur les suivantes :

	liv.	s.	d.
Je dois	1000900100	17	4
je paie	609809070	19	10
Reste dû	391091029	17	6

	liv.	s.	d.
Je dois	60001007000	0	7
je paie	40700006070	14	8
reste dû	19301000929	5	11

	liv.	s.	d.
Je dois	10001000900		
je paie	6900700960	0	6
reste dû	3100299939	19	6

	marcs.	onc.	gros.	grains.
De	60700	4	0	28
ôter	59607	4	6	64
reste	1092	7	1	36

	marcs.	onces.	gros.	grains.
De	308000	0		
ôter	170609	4	0	29
reste	137390	3	7	43
Preuve	308000	0	0	0

	toises.	pieds.	pouc.	lig.	points.
De	1000	0	7	0	9
ôter	609	3	10	7	11
reste	390	2	8	4	10

	toises.	pieds.	pouc.	lig.	points.
De	1207				
ôter	609	0	7	0	6
reste	597	5	4	11	6

	ans.	mois.	jours.
De	4070	4	28
ôter	3987	6	29
reste	82	9	29

	ans.	mois.	jours.
De	2000		
ôter	1906	0	18
reste	93	11	12

	liv.	onces.	gros.	grains.
De	72	4	0	24
ôter	64	15	6	70
reste	7	4	1	26

	liv.	marcs.	onces.	gros.	den.	grains.
De	100	0	4	0	1	20
ôter	67	1	7	6	2	23
reste	32	0	4	1	1	69

	liv.	marcs.	onces.	gros.	grains.
De	60				
ôter	28	0	4	4	16
reste	31	1	7	3	56
Preuve	60	0	0	0	0

Questions sur la soustraction des nombres complexes.

Combien s'est-il écoulé de temps depuis le 14 fructidor an 1er jusqu'au 8 germinal an 7 ?

R. = 5 ans 6 mois 24 jours.

		mois.	jours.
De l'an	7	6	8
ôter	1	11	14

Pour opérer cette question, je pose l'époque la plus forte en dessus, et la plus foible en dessous, en disant :

L'an 7 au 8 germinal donne 7 ans 6 mois 8 jours, attendu que germinal n'est pas écoulé.

L'an 1 au 14 fructidor donne 1 11 14, par la même raison.

Nota. On pourroit contester sur ce que l'an 7 n'est pas écoulé ; mais il en est de même de l'an 1. Ainsi il y a compensation.

Combien s'est-il écoulé de temps depuis le 27 novembre 1109 jusqu'au 10 mai 1790 ?

R. = 680 ans 5 mois 13 jours.

De	1790 ans	4 mois	10 jours,
ôter	1109	10	27.

Nota. On part toujours du commencement de l'année dans les deux époques.

Depuis le 27 octobre 1170 jusqu'au 14 août 1780 ?

R. = 609 ans 9 mois 17 jours.

Depuis le 24 décembre 1060 jusqu'au 16 janvier 1791 ?

R. = 730 ans 0 mois 22 jours.

Lucas est né le 18 août 1750; quel est son âge aujourd'hui 4 mars 1793 ?

R. = 42 ans 6 mois 16 jours.

Thalès naquit à Milet le 14 décembre 3332; combien y a-t-il de temps écoulé jusqu'à ce jour 9 mars 5799 ?

R. = 2466 ans 2 mois 25 jours.

Pithagore naquit en Toscane le 27 février 3400; combien s'est-il écoulé de temps jusqu'à ce jour 9 mars 5799 ?

R. = 2399 ans 0 mois 12 jours.

Né le 14 mai 1730, mort le 10 février 1793, quel étoit son âge ?

R. = 62 ans 8 mois 26 jours.

Né le 24 fructidor an 2, quel est son âge, aujourd'hui 21 ventôse an 7 ?

R. = 4 ans 5 mois 27 jours.

Blaise doit	Avoir		
liv.	liv.	s.	d.
9078	1209	19	11
3679	2736	8	8
1392	1934	17	10
179	1098	11	7
	674	13	9
	1987	7	6
	3807	19	11

On demande si Blaise doit, ou s'il lui est dû ?

R. = Blaise doit encore 878 liv. 0 s. 10 d.

Avant de passer à la multiplication des nombres complexes, il convient de parler de quelques usages de la multiplication des nombres incomplexes.

71. La multiplication sert à trouver, en général, la valeur totale de plusieurs unités, lorsqu'on connoît la valeur de chacune, ainsi que nous l'avons vu à la section III du premier chapitre.

72. On emploie encore la multiplication pour convertir des unités d'une certaine espèce en unités d'une espèce plus petite : par exemple, pour réduire les livres en sous, ceux-ci en deniers ; les toises en pieds, ceux-ci en pouces, ces derniers en lignes ; les années en mois, les mois en jours, les jours en heures, les heures en minutes, les minutes en secondes, etc.

Les livres pesant en marcs, les marcs en onces, les onces en gros, les gros en grains.

EXEMPLE.

On demande de convertir 4 livres 17 sous 9 deniers en deniers: comme la livre vaut 20 sous, on multipliera les 4 livres par 20 sous; ce qui donnera 80 sous, auxquels joignant 17 sous, on aura 97 sous, qu'on multipliera par 12, parce que chaque sou vaut 12 deniers, et on aura 1164 deniers; lesquels joints aux 9 deniers, donnent 1173 deniers pour la valeur de 4 livres 17 sous 9 deniers convertis en deniers.

AUTRES EXEMPLES.

	liv.	s.	d.			
Convertir	30871	2	7	en deniers.	*R.* = 7409071	den.
id.	1799	19	11	*id.*	*R.* = 431999	den.
id.	3083	14	11	*id.*	*R.* = 740099	den.
	marcs.	onc.	gr.			
id.	10954	1	6	en gros.	*R.* = 701070	gros.
	toises.	pieds.	pouc.	l.	points.	
id.	68488	3	9	3	7 en pts.	*R.* = 710090107 pts.
	ans.	mois.	jours.			
id.	252077	9	19	en jours.	*R.* = 90748009 jrs.	
	jours.	h.	minutes.			
id.	365	5	48	en minutes.	*R.* = 525948	minut.

Multiplication des nombres complexes.

73. La multiplication des nombres complexes peut se réduire généralement à la multiplication d'une fraction par une fraction, dont nous avons donné la règle à la section IV du troisième chapitre. Par exemple, si l'on demande ce que doivent coûter 24 aunes $\frac{3}{4}$ d'étoffe, à 18 livres 15 sous 9 deniers l'aune, on peut réduire le multiplicande 18 livres 15 sous 9 deniers tout en deniers; ce qui donnera 4509 deniers; et comme

le denier est la 240e partie de la livre, le multiplicande peut être représenté par $\frac{4509}{240}$ de la livre ; pareillement 24 aunes $\frac{3}{4}$ converties en quarts, font $\frac{99}{4}$; en sorte que la question est réduite à multiplier $\frac{545509}{240}$ par $\frac{99}{4}$, ce qui donnera $\frac{446391}{960} = 464$ livres 19 sous 9 deniers $\frac{3}{4}$.

74. Cette méthode, à la vérité, s'étend à toutes sortes de nombres complexes ; mais elle exige plus de calcul que celle qui va suivre, qu'on appelle méthode des parties aliquotes.

75. Un nombre est aliquote d'un autre quand il est contenu exactement dans cet autre ; ainsi 2, 3, 4 et 6, sont aliquotes de 12.

Combien coûteront 7987 aunes de drap,

à raison de	liv.	s.	den.	l'aune.
	107	19	11	
	55909			
	7987..			
P. 10 s.	3993	10	s.	
5	1996	15		
4	1597	8		
1 s. faux produit	399	7		
6 d.	199	13	6 d.	
3	99	16	9	
2	66	11	2	
Réponse	862562	14	5	

Arrivé aux sous par la règle ordinaire, je raisonne ainsi :

7987 aunes, à raison de 1 liv. l'aune, coûteroient 7987 liv. ; à raison de 10 s. ce sera la moitié = 3993 l. 10 sous ; à raison de 5 sous, ce sera le quart = 1996 l.

15 s.; à raison de 4 s., ce sera le cinquième = 1597 l. 8 sous; à raison de 1 sou, ce sera le vingtième ou le quart de 4 sous = 399 liv. 7 sous. Mais je supprime ce produit, qui est de trop dans l'opération, et qui ne sert que pour opérer les deniers. Ensuite sur le produit d'un sou, je prends la moitié pour 6 deniers; pour 3 deniers je prends le quart du sou ou la moitié de six deniers; pour 2 deniers je prends le sixième du sou ou le tiers de 6 deniers, et faisant l'addition du tout, le produit est la réponse cherchée.

76. La difficulté que présente la méthode des parties aliquotes est de prendre pour un sou le vingtième. Voici le moyen d'abréger cette opération :

Soit proposé de prendre le $\frac{1}{20}$ de 7497 livres.

Je retranche par un point la première figure à droite, et le reste 749 exprime le dixième (puisque ce qui marquoit des dixaines exprime des unités, etc.); mais comme le dixième d'une somme est le double du vingtième, je prends la moitié, et j'ai 374 livres pour le vingtième de 7497 : mais il reste 17 livres, savoir 7 de retranché, et la dixaine en prenant la moitié; or le vingtième de 17 livres est 17 sous : car le vingtième d'une livre est un sou : donc le vingtième de 7497 livres = 374 livres 17 sous.

Donc pour prendre le vingtième d'un nombre de livres quelconque, on séparera la première figure à droite par un point ; on prendra la moitié du reste à gauche, et on posera aux sous la figure retranchée avec la dixaine, s'il en reste une.

EXEMPLES.

Le $\frac{1}{20}$ de 75179 l. = 3758 l. 19 s. ‖ Le $\frac{1}{20}$ de 17011 l. = 850 l. 11 s.

77. Pour prendre le dixième pour deux sous, il suffira de retrancher la première figure à droite ; ce qui reste à gauche exprime le dixième en livres, et on porte aux sous la figure retranchée en la doublant.

Soit proposé de prendre le dixième de 7497 livres, je retranche par un point la première figure à droite, et le reste 749 exprime le dixième (par la raison dite ci-dessus) ; mais il reste 7 livres que j'ai retranchées, qui donnent 14 sous : car chaque livre donne deux sous pour son dixième.

EXEMPLES.

	liv.	liv.	s.
Le $\frac{1}{10}^{e}$ de 7179	=	717	18
id. de 5101	=	510	2
id. de 3175	=	317	10

78. On pourroit aussi abréger les opérations des parties aliquotes des sous par la méthode de la pièce de deux sous ; elle consiste à multiplier le produit de deux sous par le nombre de pièces de deux sous de la question.

EXEMPLE.

Quel sera le prix de 2957 aunes,

à raison de 0 l. 19 s. l'aune ?

Pour 18 s.	2661 l. 6 s.
Pour 1 s.	147 17
	2809 3

Pour faire cette opération, je prends la moitié des 19 sous, que je place au-dessus d'une ligne ; ce qui me donne neuf pièces de deux sous : je multiplie tout le multiplicande 2957 par 9, = 26613, dont je porte la figure à droite aux sous, en la doublant, et le reste aux livres. En effet, le dixième = 295 livres 14 sous, qui, multipliés par 9, = 2661 livres 6 sous ; ensuite on prend pour un sou, à l'ordinaire.

L'avantage de cette méthode est que si le nombre des sous est pair, on ne fait qu'une opération ; et lorsqu'il est impair, l'opération du sou restant sert pour prendre les parties aliquotes des deniers.

AUTRE EXEMPLE.

Quel sera le prix de 7191 aunes,
à raison de 2 l. 17 s. 6 d. l'aune?

	14382			
Pour 16 s.	5752	16		
1	359	11		
6 d.	179	15	6 d.	
	20674	2	6	

Ayant disposé, comme dessus, les 8 pièces de deux sous, je multiplie la première figure 1 par 8 ; je double pour porter aux sous = 16, et je continue à multiplier tout le reste par 8, pour porter aux livres.

Exemple où les deux facteurs sont des nombres complexes.

179 aunes $\frac{1}{2}$,

à 36 l. 19 s. 10 d. l'aune.

	1074		
	5370		
Pour 18 s.	161	2 s.	
1	8	19	
6 d.	4	9	6 d.
4	2	19	8
Pour $\frac{1}{2}$ aune	18	9	11
	6640	0	1

Après avoir opéré pour les sous et les deniers, pour la demi-aune, j'ai pris la moitié du prix de l'aune, et j'ai trouvé 6640 livres 0 sous 1 denier pour le prix cherché.

S'exercer sur les exemples suivans :

		liv.	s.	d.		liv.	s.	d.
877 aunes $\frac{2}{3}$	×	77	19	9	=	68447	»	7
571 aunes $\frac{3}{4}$	×	317	11	8	=	181578	5	5
1717 aunes $\frac{5}{6}$	×	118	16	6	=	204121	10	11
1077 aunes $\frac{11}{12}$	×	39	19	»	=	43062	15	5
6711 aunes $\frac{7}{8}$	×	176	19	4	=	1187778	2	11
6719 aunes $\frac{15}{16}$	×	178	9	4	=	1199284	16	11
$\frac{15}{16}$ aun.	×	33	18	8	=	31	16	3
$\frac{7}{8}$ aun.	×	176	19	4	=	154	16	11

Faire faire en tableau le procédé des fractions de l'aune, de la manière suivante :

Pour $\frac{1}{2}$ aune, on prend la moitié du prix de l'aune.

— $\frac{1}{3}$	le tiers	*id.*
$\frac{2}{3}$	deux fois le tiers	*id.*
— $\frac{1}{4}$	le quart	*id.*
$\frac{2}{4}$	la moitié	*id.*
$\frac{3}{4}$	la moitié et le quart	*id.*
— $\frac{1}{6}$	le sixième	*id.*
$\frac{2}{3}$	le tiers	*id.*
$\frac{3}{6}$	la moitié	*id.*
$\frac{4}{6}$	pour $\frac{3}{6}$ et $\frac{1}{6}$	*id.*
$\frac{5}{6}$	pour $\frac{3}{6}$ et $\frac{2}{6}$	*id.*
— $\frac{1}{8}$	le huitième	*id.*
$\frac{2}{8}$	le quart	*id.*
$\frac{3}{8}$	le quart et le $\frac{1}{8}$	*id.*
$\frac{4}{8}$	la moitié	*id.*
$\frac{5}{8}$	pour $\frac{4}{8}$ et $\frac{1}{8}$	*id.*

Si l'on proposoit cette question : quel sera le prix de 8179 livres pesant de viande, à 17 s. 9 d. la livre?

Je disposerois à l'ordinaire :

	liv.	s.	d.
	8179		
à	»	17	9

et puisque je n'ai point de livres, je passerois aux sous, etc.

Si l'on demandoit le prix de 81719 brochures, à 10 deniers la brochure.

Je dispose ainsi :

81719 brochures,
à »l. »s. 10 d. la brochure.

Dans cet exemple, je fais à part le produit du sou, sur lequel j'opère les deniers à l'ordinaire.

Je dépense par jour 2 livres 17 sous 9 deniers; combien est-ce par an de 365 jours ?

R. = 1053 liv. 18 s. 9 d.

Disposition :

365 jours,
à 2 liv. 17 s. 9 d. par jour.

1053 18 9

J'ai 7519 chevaux à nourrir, à 3 livres 17 sous 9 deniers par cheval, combien est-ce par jour ?

R. =

80900 hommes, à 1 livre 17 sous 11 deniers par jour, combien faut-il payer ?

R. =

Lorsque le nombre abstrait ne passe pas 12, on peut opérer tout de suite les sous et les deniers, en disant : 9 fois 8 deniers font 72, = 6 sous ; je pose zéro aux deniers, et retiens 6 sous.

9 fois 8 sous font 72 sous, + 6 sous de retenus, = 78 sous ; je pose 8 aux sous, et retiens 7 dixaines.

9 fois 1 dixaine, font 9 dixaines, + 7, = 16, dont la moitié fait 8 livres, que je retiens pour porter aux livres, etc.

	marcs.	onces.	gros.
	9	7	7
à	526 liv.	18 s.	8 d. le marc.
	4742	8	0
Pour 4 onces	263	9	4
2	131	14	8
1	65	17	4
4 gros	32	18	8
2	16	9	4
1	8	4	8
	5261 liv.	2 s.	0 d.

S'exercer sur les exemples suivans :

	marcs.	onces.	gros.
	69	7	7
à	526 liv.	18 s.	8 d. le marc.
	36877	2	0. Prix cherché.

	marcs.	onces.	gros.
	149	4	7
à	1053 liv.	17 s.	4 d. le marc.
	157668	6	8 Prix cherché.

	marcs.	onces.	
	408	2	5 gros $\frac{1}{2}$
à	4215 liv.	9 s.	4 d. le marc.
	1721326	10	8 Prix cherché.

	toises.	pieds.	pouces.
	301	5	11
à	875 liv.	14	» la toise.
	264449	4	9 Prix cherché.

	toises.	pieds.	pouces.	
	417	2	8	
à	7005 liv.	12 s.	0 d.	la toise.
	2924448	16	0.	Prix cherché.

	ans.	mois.	jours.	
	319	11	29	
à	5128 liv.	10 s.	»	par an.
	1641105	15	1.	Prix cherché.

	ans.	mois.	jours.	
	417	6	20	
à	15385 liv.	10 s.	»	par an.
	6424301	0	0.	Prix cherché.

Avant de passer à la division des nombres complexes, il convient de parler de quelques usages de la division des nombres incomplexes.

79. Non seulement la division sert à trouver combien de fois un nombre en contient un autre, à partager un nombre en parties égales, comme à prendre le demi, le tiers, le quart, le vingtième, le trentième, etc., qui est la même chose que de diviser par deux, par trois, quatre, cinq, vingt, trente, etc.; mais elle sert encore à convertir les unités d'une certaine espèce en unités d'une espèce supérieure : par exemple, un certain nombre de deniers en sous, et ceux-ci en livres; des gros en onces, et ceux-ci en marcs; des points en lignes, celles-ci en pouces, les pouces en pieds, les pieds en toises; des jours en mois, et ceux-ci en années, etc., etc.

Soit proposé de réduire 7409071 deniers en livres ; comme le sou vaut douze deniers, je prends le $\frac{1}{12}$ = 617422 sous 7 deniers, et je trouve des sous, dont je prends le vingtième, = 30871 livres 2 sous 7 deniers ; puisque 20 sous font 1 livre.

Réduire 431999 deniers en livres.
R. = 1799 liv. 19 s. 11 d.
Réduire 740099 deniers en livres.
R. = 3083 liv. 14 s. 11 d.
Réduire 701070 gros en marcs.
R. = 10954 marcs 1 once 6 gros.
Réduire 710090107 points en toises.
R. = 68488 toises 3 pieds 9 pouc. 3 lig. 7 points.
Réduire 90748009 jours en années.
R. = 252077 ans 9 mois 19 jours.
Réduire 525948 minutes en jours.
R. = 365 jours 5 heures 48 minutes.

Division des nombres complexes.

80. Si le dividende seul est complexe, on fera la division à l'ordinaire, jusqu'aux sous-espèces ; on convertira (72) le reste de la division dans la première sous-espèce, en ajoutant ce qu'il y en a au dividende ; et, continuant la division, on placera le quotient un peu écarté des unités principales : on convertira le second reste en la deuxième sous-espèce, en ajoutant ce qu'il y en a au dividende ; on divisera, et le quotient sera toujours séparé des sous-espèces précédentes ; ainsi de suite, jusqu'à la fin.

EXEMPLE.

liv.	s.	d.	
862562	14	5	(7987
63862			107 liv. 19 s. 11 d.
7953			
20			
—	sous.		
159074			
79204			
7321			
12			
—	deniers.		
87857			
7987			
0000			

Arrivé aux sous par la règle ordinaire, j'ai multiplié par 20 sous, pour convertir les 7953 livres restantes en sous; j'ai ajouté 14 sous, ce qui m'a donné 159074 sous: j'ai continué la division, et j'ai trouvé 19 sous, que j'ai placés au rang des sous; j'ai multiplié 7321 sous restans par douze deniers, pour convertir en deniers, auxquels j'ai ajouté 5 deniers, ce qui m'a donné 87857 deniers; j'ai continué ma division, et j'ai trouvé 11 deniers, que j'ai placés aux deniers.

Si au lieu de livres, j'avois eu des toises, j'aurois converti en pieds, pouces, etc.

Si j'avois eu des marcs, j'aurois converti en onces, gros, etc.

Nota. Si j'avois eu un reste, je l'aurois placé sous forme de fraction à la suite de la dernière sous-espèce.

81. Si on vouloit faire la preuve d'une division qui auroit donné aux sous-espèces une fraction pour reste, après avoir multiplié le diviseur par le quotient, on considéreroit le numérateur comme étant de même nature que la dernière sous-espèce, on le réduiroit (79) en unité principale, et l'on ajouteroit au produit de la multiplication ; car il est facile de se convaincre qu'on trouveroit le même résultat qu'en multipliant cette fraction par le diviseur, auquel on donneroit l'unité pour dénominateur.

82. Lorsque le dividende et le diviseur seront complexes, on préparera la division en convertissant (72) le diviseur en ses sous-espèces, et on aura soin de multiplier le dividende par les mêmes facteurs qui ont multiplié le diviseur ; ce qui ne changera rien (33) : ensuite, on procédera à la division en suivant la marche ordinaire.

On a payé 181578 liv. 5 s. 5 d. pour 571 aunes $\frac{3}{4}$ à combien revient l'aune?

	liv.	s.	d.		aunes.	
Soit	181578	5	5	D. 571	$\frac{3}{4}$	J'ai réduit le diviseur en quarts.
Préparation.			4		4	
	726313	1	8		2287	
					317 l. 11 s. 8 d.	prix de l'aune.

	liv.	s.	d.		
Soit	6640	»	1	D. 179 aunes	$\frac{1}{2}$.
id.	68447	»	7	d. 877	$\frac{2}{3}$.
id.	204121	10	11	d. 1717	$\frac{5}{6}$.
id.	43062	15	5	d. 1077	$\frac{11}{12}$.
id.	1187778	2	11	d. 6711	$\frac{7}{8}$.

	liv.	s.	d.		
Soit	1199284	16	11	D. 6719 aunes	$\frac{15}{16}$.
id.	31	16	3	d.	$\frac{15}{16}$.
id.	154	16	11	d.	$\frac{7}{8}$.

On a payé 157668 liv. 6 s. 8 d., pour 149 marcs 4 onces 7 gros; à combien revient le marc?

	liv.	s.	d.		marcs.	onces.	gr.
Soit	157668	6	8	D.	149	4	7
			8	Préparation.	8		
	1261346	13	4		1196		
			8		8		
	10090773	6	8		9575		

Ayant converti le diviseur en gros, j'ai multiplié le dividende par les mêmes facteurs.

	liv.	s.	d.		marcs.	onces.	gros.
	1721326	10	8	D.	408	2	5 $\frac{1}{2}$.
					toises.	pieds.	pouces.
	264449	4	9	d.	301	5	11
	2924448	16	»	d.	417	2	8
					ans.	mois.	jours.
	1641105	15	1	d.	319	11	29
	6424301	»	»	d.	417	6	20

83. Si le dividende et le diviseur étoient homogènes, c'est-à-dire, contenoient les mêmes subdivisions, alors on les convertiroit, par le même procédé, chacun dans leurs sous-espèces; ce qui ne changeroit rien.

EXEMPLE.

Pour combien d'ans, mois et jours, a-t-on payé 1641105 livres 15 sous 1 denier, si pour un an on a payé 5128 livres 10 sous?

liv. s. d.
1641105 15 1 D. 5128 liv. 10 s.

Préparation.

20 20

32822115 s. 102570 s.

12 12

393865381 d. (1230840 d.

319 ans 11 mois 29 jours.

Pour combien de toises, pieds et pouces, a-t-on payé 264449 livres 4 sous 9 deniers, si la toise a coûté 875 livres 14 sous ?

R. = 301 toises 5 pieds 11 pouces.

Pour combien de marcs, onces et gros, a-t-on payé 1721326 livres 10 sous 8 deniers, si le marc a coûté 4215 livres 9 sous 4 deniers?

R. = 408 marcs 2 onces 5 gros $\frac{1}{2}$.

Divisions qui prêtent à une abréviation considérable.

879476 17 9 (100 / 8794 liv. 15 s. 4 d. $\frac{53}{100}$.

8409000 (1000

liv. s. d.
687987 15 9. D. 8000 liv. s. d.
85 19 11 $\frac{5069}{8000}$.

liv. s. d.
47969 19 10 D. 900 liv. s. d.
53 5 11 $\frac{898}{900}$.

Combien faudra-t-il de voitures pour transporter en poste 12000 hommes, si chaque voiture peut contenir 20 hommes?

Disposition 12000. D. 20

600 voitures.

Partager 84000 rations de fourrages entre 6000 cavaliers.

R. = 14 rations.

J'ai payé 2874 livres 19 sous 8 deniers pour achat de 100 aunes de drap; combien coûtoit l'aune?

R. =

Un millier de savon coûtant 2874 livres 19 sous 7 deniers, combien la livre pesant?

R. =

---

900 livres pesant de sucre ont coûté 1876 livres 13 sous 9 deniers; combien la livre?

R. =

2000 chevaux coûtent par jour 5716 livres 15 sous 7 deniers, on demande ce que coûte chaque cheval.

R. =

Low a 78000 livres de rente; combien peut-il dépenser par jour?

Ayant dépensé 27136 livres 11 sous 10 deniers en 4000 jours, combien a-t-on dépensé par jour?

SECTION II.

Addition des nombres complexes avec fractions.

On observera que les fractions de livres peuvent bien donner des livres, des sous et deniers; mais les fractions de sous ne peuvent donner que des sous et des deniers.

Les fractions de deniers ne peuvent donner que des deniers.

Ayant évalué la fraction totale (61), on trouve dans la première 3 livres; on multiplie le reste par 20 sous pour avoir des sous, et par 12 pour avoir des deniers.

liv.	s.	d.
64		$\frac{3}{4}$
82		$\frac{1}{2}$
8		$\frac{9}{12}$
17		$\frac{7}{8}$
4		$\frac{2}{3}$
178	10	10

liv.	s.	d.
17	19	$\frac{3}{4}$
8	7	$\frac{7}{8}$
38	13	$\frac{11}{12}$
47	11	$\frac{7}{9}$
19	17	$\frac{21}{36}$
132	10	$10\frac{5}{6}$

liv.	s.	d.	
15	17	11	$\frac{1}{3}$
7	15	9	$\frac{2}{6}$
9	13	10	$\frac{3}{4}$
25	18	8	$\frac{11}{12}$
59	6	4	$\frac{1}{3}$

toises	pieds	pouces.
60	$\frac{7}{8}$	
17	$\frac{11}{12}$	
28	$\frac{2}{3}$	
69	$\frac{3}{4}$	
177	1	3

marcs	onces	gros	
4	7	5	$\frac{1}{3}$
12	6	4	$\frac{1}{2}$
8	5	3	$\frac{4}{8}$
5	4	6	$\frac{11}{12}$
24	3	7	$\frac{15}{16}$
72	2	5	$\frac{3}{4}$
9	7	6	$\frac{1}{2}$
138	7	»	$\frac{7}{16}$

toises	pieds.	
674	5	$\frac{7}{8}$
109	1	$\frac{5}{12}$
216	4	$\frac{2}{3}$
87	3	$\frac{11}{24}$
169	2	$\frac{5}{6}$
87	4	$\frac{3}{4}$
1345	5	

Soustraction des nombres complexes avec fractions.

	liv.	s.	d.		liv.	s.	d.
De	13070			De	100200		
ôter	9870	19	11 $\frac{7}{9}$	ôter	30800	0	4 $\frac{113}{547}$
reste	3199	0	0 $\frac{2}{9}$	reste	69399	19	7 $\frac{434}{547}$

Dans ce cas, on réduira la fraction de livres en sous, deniers et fractions, et on substituera ces nouvelles valeurs en les plaçant au-dessus des sous et deniers.

	liv.		s.	d.	
De	17000	$\frac{17}{19}$			
ôter	8979		19	11	$\frac{4}{5}$
reste	8020		17	10	$\frac{89}{95}$
Preuve	17000		17	10	$\frac{70}{95}$

Reste à prouver que 17 s. 10 d. $\frac{70}{95}$ font $\frac{17}{19}$ de livres.

Opération.

240 — 12 d.
95 — 214
22800 — 95

$\frac{20400}{22800} = \frac{3400}{3800} = \frac{34}{38} = \frac{17}{19}$ liv.

Ce travail est démontré à la section suivante.

	liv.	s.	d.		liv.	s.	d.
De 10070 $\frac{15}{17}$ =				De 7009008	15	$\frac{9}{11}$	
ôter 6980	19	9 $\frac{16}{17}$		ôter 3489079	19	10 $\frac{5}{6}$	
reste				reste 3519928	15	10 $\frac{5}{66}$	

Multiplication et division des nombres complexes avec fractions opérées par fractions.

On transformera les deux facteurs en fractions, qu'on multipliera l'une par l'autre, et on évaluera la fraction du produit.

13 aunes $\frac{7}{8}$ à 3 liv. 19 s. 11 d. $\frac{2}{3}$.

Préparation.

$$\frac{111}{8} \times \frac{2879}{729} = \frac{319569}{5760}$$

$$= 55 \text{ liv. } 9 \text{ s. } 7 \text{ d. } \frac{3}{8}.$$

Preuve par la division.

Même préparation que dans la règle.

Si 13 aunes $\frac{7}{8}$ coûtent 55 liv. 9 s. 7 d. $\frac{3}{8}$, combien coûte l'aune?

$$R. = 3 \text{ liv. } 19 \text{ s. } 11 \text{ d. } \frac{2}{3}.$$

Autre preuve.

On a payé 55 liv. 9 s. 7 d. $\frac{3}{8}$, pour des marchandises achetées à raison de 3 liv. 19 s. 11 d. $\frac{2}{3}$ l'aune, on demande combien il y avoit d'aunes.

$$R. = 13 \text{ aunes } \frac{7}{8}.$$

84. Avant de passer aux multiplications suivantes, opérées par les parties aliquotes, on observera qu'en général;

Pour prendre la moitié d'une fraction, il faut doubler son dénominateur : ainsi la $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

Pour prendre le tiers d'une fraction, il faut tripler son dénominateur : ainsi le $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{2} = \frac{1}{6}$.

Pour prendre le quart *id.* quatrupler *id.* ainsi le $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{2} = \frac{1}{8}$.

Le sixième, sextupler, etc. etc. car, prendre la $\frac{1}{2}$ ou multiplier par $\frac{1}{2}$ est la même chose ; mais lorsque le numérateur est tel, que ces parties puissent se prendre exactement, alors on ne touchent point au dénominateur : ainsi le $\frac{1}{4}$ de $\frac{4}{8} = \frac{1}{8}$, le $\frac{1}{3}$ de $\frac{3}{6} = \frac{1}{6}$; car il est évident que dans le premier cas on prend quatre fois moins de parties de l'unité, et dans le second trois fois moins.

Multiplications et divisions des nombres complexes, opérées par la méthode des parties aliquotes, servant d'introduction aux fractions de fractions.

8 aunes $\frac{7}{8}$
à 23 liv. 19 s. 9 d. l'aune.

				8		
	191	18	»			
P. $\frac{4}{8}$	11	19	10	$\frac{1}{2}$	4	4
$\frac{2}{8}$	5	19	11	$\frac{1}{4}$	2	2
$\frac{1}{8}$	2	19	11	$\frac{5}{8}$	5	1
	212	17	9	$\frac{3}{8}$	$(\frac{11}{8})$	

Opération.

J'ai multiplié le prix de l'aune par 8, en commençant par les deniers, ce qui m'a donné 191 livres 18 sous ; ensuite j'ai opéré pour les huitièmes.

Nota. Toutes les fois que le multiplicande ne passe pas

pas 12, on peut opérer par le moyen ci-dessus la multiplication des livres, sous et deniers, ce qui abrége considérablement.

Preuve.

212 liv. 17 s. 9 d. $\frac{3}{8}$. D. 8 aunes $\frac{7}{8}$.

8 $\left(\frac{8}{71}\right.$

1703 2 3,

J'ai converti le diviseur en huitièmes, et pour compenser, j'ai multiplié par 8 tout le dividende.

7298 aunes $\frac{11}{12}$ à 639 liv. 15 s. 10 d. l'aune.

R. = 4669786 liv. 1 s. 2 d. $\frac{1}{6}$.

9 marcs 4 onces 7 gros $\frac{3}{4}$

		liv.	s.	d.			
	à	364	19	11	le marc.		
		3284	19	3		256 d. c.	
P.	4 onces	182	9	11	$\frac{1}{2}$	128	128
	4 gros	22	16	2	$\frac{15}{16}$	240	16
	2	11	8	1	$\frac{15}{32}$	120	8
	1	5	14	»	$\frac{47}{64}$	188	4
	$\frac{2}{4}$	2	17	»	$\frac{47}{128}$	94	2
	$\frac{1}{4}$	1	8	6	$\frac{47}{256}$	47	1
		3511	13	2	$\frac{49}{256}$	$\left(\frac{817}{256}\right)$	

Opération.

J'ai multiplié le prix du marc par 9, en commençant par les deniers; ce qui m'a donné 3284 livres 19 sous 3 deniers : ensuite j'ai opéré pour les onces, gros et trois quarts de gros.

Question qui sert de preuve à la règle précédente.

On a payé 3511 liv. 13 s. 2 d. $\frac{49}{256}$ pour 9 marcs 4 onces 7 gros $\frac{3}{4}$; combien combien coûte le marc?

R. = 364 liv. 19 s. 11 d.

liv. s. d.
3511 13 2 $\frac{49}{256}$ D. 9 marcs 4 onces 7 gros $\frac{3}{4}$.

8 8

Opération des fractions.

28093	5	5	$\frac{17}{32}$	76	$\frac{49}{256} \times \frac{8}{1} = \frac{392}{256} = \frac{49}{32} =$ 1 d. $\frac{17}{32}$
			8	8	
224746	3	8	$\frac{1}{4}$	615	$\frac{17}{32} \times \frac{8}{1} = \frac{136}{32} = \frac{17}{4} = 4\frac{1}{4}$
			4	4	$\frac{1}{4} \times \frac{4}{1} = \frac{4}{4} =$ 1 d.
898984	14	9	»	2463	

364 liv. 19 s. 11 d.

Multiplication à faire et à prouver pour se fortifier sur les fractions.

9 marcs 7 onces 7 gros, à 387 l. 17 s. 11 d. le marc.

R. = 3872 l. 17 s. 11 d. $\frac{25}{64}$.

10 marcs 5 onc. 3 gros $\frac{5}{6}$, à 787 l. 11 s. 7 d. le marc.

R. = 8415 l. 4 s. » d. $\frac{125}{384}$.

9 toises 5 pieds 11 p. $\frac{1}{2}$, à 317 l. 17 s. 11 d. la toise.

R. = 3176 l. 15 s. » d. $\frac{25}{144}$.

6 toises 5 pieds 11 p. $\frac{2}{3}$, à 1713 l. 19 s. 11 d. $\frac{1}{2}$ la toise.

R. = 11990 l. 1 s. » d. $\frac{25}{432}$.

70 toises 4 pieds 11 p., à 607 l. 17 s. 4 d. $\frac{1}{2}$ la toise.
R. = 43048 l. 18 s. 6 d. $\frac{25}{48}$.

---

9 ans 11 mois 29 jours, à 1840 l. 19 s. 11 d. par an.
R. = 18404 l. 16 s. 10 d. $\frac{241}{360}$.

---

6 ans 11 mois 29 jours, à 1807 l. 17 s. 11 d. par an.
R. = 12650 l. 4 s. 11 d. $\frac{53}{72}$.

---

2 ans 2 mois 11 jours $\frac{25}{32}$, à 1200 liv. par an.
R. = 2639 l. 5 s. 5 d.

---

140 marcs 7 onc. 6 gros $\frac{1}{2}$, à 48 liv. 18 s. 7 d. le marc.
R. = 6897 l. 17 s. 3 d. $\frac{99}{128}$.

---

43 marcs 4 onces 7 gros $\frac{3}{4}$, à 87 l. 11 s. 7 d. $\frac{2}{3}$ le marc.
R. = 3820 l. 8 s. 4 d. $\frac{653}{768}$.

---

279 marcs 4 onc. 7 gr. $\frac{7}{8}$, à 319 l. 17 s. 4 d. $\frac{1}{2}$ le marc.
R. = 89442 l. 13 s. 5 d. $\frac{895}{1024}$.

4726 toises 5 pieds 11 p. $\frac{3}{4}$, à 344 l. 12 s. 7 d. $\frac{3}{4}$ la toise.
R. = 1629075 l. 12 s. 11 d. $\frac{65}{1152}$.

---

117 aunes $\frac{15}{16}$, à 15 l. 2 s. 6 d. $\frac{688}{1887}$ l'aune.
R. = 1784 l. 19 s. 4 d.

$\frac{15}{16}$ aunes, à 49 l. 19 s. 11 d. $\frac{2}{3}$ l'aune.
R. = 46 l. 17 s. 5 d. $\frac{11}{16}$.

On fera les preuves par la division.

Multiplications plus agréables qu'utiles.

11 liv. 11 s. 11 d. × 11 liv. 11 s. 11 d.
R. = 134 liv. 9 s. 3 d. $\frac{49}{240}$.

---

7 marcs 7 onces 7 gros × 7 mars 7 onces 7 gros.
R. = 63 mars 6 onces 0 gros $\frac{1}{64}$.

---

11 ans 11 mois 11 jours × 11 ans 11 mois 11 jours.
R. = 142 ans 8 mois 25 jours $\frac{1}{360}$.

---

17 marcs 7 onces 7 gros × 17 mars 7 onces 7 gros.
R. = 323 marcs 3 onces 4 gros $\frac{1}{64}$.

On pourroit trouver les mêmes solutions :

1° En réduisant l'un des facteurs à sa plus petite espèce (par exemple les livres en deniers), et divisant le produit par 240 deniers.

2°. En réduisant les deux facteurs à leur plus petite espèce, ensuite (prenant toujours les livres pour exemple) on divisera le produit par 240 × 240 = 57600.

SECTION III.

Évaluations ou conversions des fractions ordinaires en fractions décimales.

85. Divisez (61) le numérateur de la fraction par son dénominateur, en ajoutant au dividende autant de zéros qu'on veut approcher (55) : un zéro pour avoir des dixièmes, deux pour des centièmes, etc.

Convertir $\frac{4}{5}$ en décimales $=,8$

Opérations.

40 (5
d. (,8

Convertir $\frac{3}{4}$ en décimales $=,75$

id. $\frac{7}{8}$ *id.* $=,875$

id. $\frac{1}{40}$ *id.* $=,025$

id. $\frac{3}{5}$ *id.* $=$

id. $\frac{1}{4}$ *id.* $=$

id. $\frac{5}{8}$ *id.* $=$

id. $\frac{3}{8}$ *id.* $=$

id. $\frac{1}{400}$ *id.* $=$

id. $\frac{2}{50}$ *id.* $=$

id. $\frac{3}{500}$ *id.* $=$

Autres exemples qui ne donnent point de décimales exactes, et de la valeur desquelles on ne peut qu'approcher.

$\frac{7}{9} = ,777$ ‖ $\frac{2}{3} = ,666$

$\frac{15}{16} =$ ‖ $\frac{5}{12} =$

$\frac{1}{3} =$ ‖ $\frac{5}{6} =$

Conversion ou évaluation des fractions décimales en fractions ordinaires.

86. Placez sous les décimales le dénominateur sous-entendu, et réduisez à la plus simple expression, ou en parties de la livre, du marc, de la toise, etc., suivant la nature de la fraction.

Nota. Ces deux évaluations se prouvent réciproquement.

EXEMPLES.

Convertir ,75 en fractions ordinaires $= \frac{3}{4}$.

Opérations.

$$,75 = \frac{75}{100} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$

Convertir ,8 en fractions ordinaires $= \frac{4}{5}$.

,875 *id.* $= \frac{7}{8}$.

,025 *id.* =

,6 *id.* =

,25 *id.* =

,625 *id.* =

,375 *id.* =

,0025 *id.* =

,04 *id.* =

,06 *id.* =

87. Les exemples ci-dessus suivent la règle prescrite, dans sa première partie; mais les suivans, qui ne donnent pas un nombre exact de décimales, se réduisent en parties de la livre, ou du marc, ou de la toise, etc., en multipliant le numérateur par 20 sous et 12 deniers, pour avoir des sous et deniers; par 8 onces et 8 gros, pour avoir des onces et des gros; par 6 pieds et 12 pouces, pour avoir des pieds et des pouces.

EXEMPLES.

Convertir ,777 liv. en sous et deniers $=$ 15 s. 6 d.,48.

Opérations.

$$\begin{array}{r|l} 777 & \\ 15 & 540^{20} \\ 6 & 480^{12} \end{array} \qquad \left(\begin{array}{r|l} 1000 & \\ 0 & \end{array} \right. \quad 15 \text{ s. } 6 \text{ d.},48.$$

Convertir ,759 marcs en onces et gros = 6 onces 0 gros, 576.

,987 toises en pieds et pouces = 5 pieds 11 pouces, 064.

Conversion des sous et deniers; des onces, gros et grains; des pieds, pouces, lignes et points; des mois et jours, etc. en fractions décimales, et réciproquement.

88. *Règle générale.* On convertira d'abord en fractions ordinaires, et ensuite en fractions décimales.

Convertir 1 sou $= \frac{1}{20}$ liv. = ,05.

Preuve.

$,05 = \frac{5}{100} =$ 1 sou.

Convertir 2 sous 8 d. $= \frac{32}{240} = \frac{4}{30} = \frac{2}{15} =$,133.

Preuve.

$,133 = \frac{133}{1000} =$ 2 sous 8 denier.

Observez que dans cette preuve, je trouve, par l'opération, 7 deniers au lieu de 8 ; mais avec un reste de $\frac{920}{1000} = \frac{92}{100}$; et comme ce reste est plus grand que la moitié, on est autorisé à placer 8 d. au lieu de 7.

Convertir 17 sous 6 d. $= \frac{7}{8} =$,875.

Preuve.

$,875 = \frac{875}{1000} =$ 17 sous 6 d.

Convertir 17 sous 6 d. $\frac{3}{4} = \frac{843}{960} =$,878125.

Preuve.

$,878125 = \frac{878125}{1000000} =$ 17 sous 6 d. $\frac{3}{4}$.

Convertir 6 deniers en fractions décimales.

6 d. $= \frac{6}{240}$ liv. $= \frac{1}{40} =$,025.

Preuve.

Convertir ,025 liv. en fractions ordinaires.

,025 $= \frac{25}{1000} =$ 6 deniers.

Nota. On peut s'exercer à composer la table des décimes et centimes, des sous et deniers, depuis 1 denier jusqu'à 19 sous 11 d. On la trouvera au Cours des Opérations de Banque.

Convertir 7 onces 6 gros $\frac{1}{2}$ en fractions décimales.

7 onces 6 gros $\frac{1}{2} = \frac{1125}{1128} =$,9765625.

Convertir 5 p. 10 pouc. 8 lig. 6 p. $\frac{2}{3}$ en fract. décimales.

R. = ,98212.

Convertir 11 mois 28 jours $\frac{5}{6}$ en fractions décimales.

R. = ,996759.

89. On pourroit transformer en multiplications décimales toutes les multiplications complexes. Pour y parvenir, on conçoit qu'il suffira de transformer en décimales les deux facteurs.

EXEMPLE.

7 ans 11 mois 28 jours $\frac{5}{6} \times$ 3 liv. 17 s. 11 d.

Traduisant

7,996759 $\times$ 3,895833.

R. = 31 liv. 3 s. » d. $\frac{29}{30}$.

On s'exercera sur d'autres exemples.

Questions de multiplications et de divisions doubles.

90. On appelle ainsi les questions pour la solution

desquelles il faut faire deux multiplications ou deux divisions.

Combien faut-il payer à 740 ouvriers pour 316 jours de travail, à 17 sous 11 deniers par jour?

R. =

On a payé 209481 livres 13 sous 4 deniers à 740 ouvriers pour 316 jours de travail; on demande ce que chacun gagnoit par jour?

R. =

Combien faut-il payer à 14 ouvriers pour 470 journées de travail, à raison de 4 livres 10 sous 9 deniers par jour?

R. =

Combien gagnoit par jour chaque ouvrier, si on a payé 29856 livres 15 sous, à 14 ouvriers pour 470 journées?

R. =

A raison de 1 livre 17 sous 4 deniers par jour, que reviendra-t-il à 340 ouvriers pour 4 ans, 7 mois, 18 jours de travail?

R. =

Combien gagnoit chaque ouvrier par jour, si on a payé 1058624 livres pour 4 ans 7 mois 18 jours à 340 ouvriers.

R =

A 12 sous 6 deniers la pinte, combien coûteront 68 muids de vin, le muids contenant 280 pintes?

R. =

On a payé 11900 livres pour 68 muids de vin, à combien revient la pinte ?

R. =

J'ai 24090 livres de rente, combien est-ce à dépenser par jour, l'année composée de 365 jours ?

R. =

Je dépense 66 livres par jour, combien est-ce par an?

R. =

J'ai 30000 livres à dépenser pendant 3 ans 7 mois 15 jours, combien est-ce par jour ?

R =

Nota. J'ai négligé 5 jours complémentaires.

A raison de 22 livres 19 sous 9 deniers $\frac{7}{29}$, à dépenser par jour, combien est-ce pour 3 ans 7 mois 15 jours.

R. =

Combien faut-il payer pour 810 marcs, 6 onces, 3 gros $\frac{33}{37}$ de vaisselle d'argent, à 1 livre 9 deniers $\frac{3}{4}$ le gros.

R. =

On a payé 54000 livres pour de la vaisselle d'argent, montant en poids à 810 marcs, 6 onces, 3 gros, $\frac{33}{37}$, quel étoit le prix du gros?

R. =

Paul a fourni 548 bottes 4 onces 7 gros de soie à Louis, à raison de 15 livres 6 sous 6 deniers la botte de 15 onces; on demande combien Louis doit donner de marcs, onces et gros d'argent à Paul en

paiement, à raison de 48 livres 17 sous 9 deniers le marc?

R. = 171 marcs 7 onc. 0 gros $\frac{13864}{19555}$.

Louis ayant donné à Paul 171 marcs 7 onces 0 gros $\frac{13864}{19555}$ d'argent, à 48 livres 17 sous 9 deniers le marc, en paiement de 548 bottes 4 onces 7 gros de soie, à 15 livres 6 sous 6 deniers la botte de 15 onces, on demande quelle somme Louis devoit à Paul.

R. = 8403 liv. 1 s. 7 d. $\frac{7}{20}$.

Combien faudra-t-il de muids de blé pour nourrir une armée de 14000 hommes pendant 3 mois, à raison de 18 onces la ration de pain par jour?

100. Le muids de blé contient 12 setiers, le setier 12 boisseaux, le boisseau vaut 16 litrons; le setier produit 204 livres pesant de pain cuit.

R. = 579 muids 0 setier 6 boisseaux 5 litrons $\frac{11}{17}$.

Prouver en cherchant quel devoit être la ration par jour pour chaque soldat.

Combien faut-il payer pour 7 pièces de draps contenant chacune 14 aunes $\frac{2}{3}$, à 24 livres 17 sous 4 deniers l'aune?

R. = 2552 liv. 19 s. 6 d. $\frac{2}{3}$.

A combien reviendra un habit de 1 aune $\frac{2}{3}$ de drap à 23 livres 17 sous 9 deniers l'aune, avec 2 aunes $\frac{1}{2}$ de doublure à 13 livres 7 sous 10 deniers l'aune, plus 9 francs de façon, et 21 livres pour les boutons?

R. = 103 liv. 10 s. 10 d.

M. a acheté 6 pièces de damas pesant 150 livres 4 onces, à raison de 15 livres 10 sous la livre pesant de soie de 15 onces; lesdites pièces contenant en totalité 60 aunes, on demande à combien lui revient l'aune en poids et argent?

R. = 2 liv. 7 onces 4 gros $\frac{8}{15}$ en poids
= 38 16 s. 4 d. $\frac{8}{15}$ en argent.

M. a acheté 6 pièces de damas, contenant en totalité 60 aunes, chaque aune pesant 2 livres, 7 onces, 4 gros $\frac{8}{15}$, et coûtant 38 livres 16 sous 4 deniers $\frac{8}{15}$; on demande pour combien il y avoit en argent et en livres pesans?

R. = 2329 liv. 2 sous 8 d. en argent.
et 150 liv. 4 onces » en poids.

CHAPITRE V.

Des puissances et de leurs racines.

91. On appelle en général puissance d'une quantité, le produit de cette quantité répétée par elle-même un certain nombre de fois.

92. On appelle racine la quantité qui, multipliée par elle-même, a produit la puissance.

93. Le degré de la puissance se désigne par le nombre de fois que la racine est facteur : ainsi on dit que la première puissance ou le premier degré de

puissance d'un nombre, est le nombre lui-même; la seconde puissance, ou le second degré de puissance d'un nombre, se nomme carré; la troisième puissance se nomme cube; on dit : la quatrième puissance, la cinquième, la sixième, etc.

SECTION PREMIÈRE.

Des nombres carrés et de l'extraction de leur racine.

94. Un carré est le produit d'une quantité par elle-même, et sa racine est le nombre qui, multiplié par lui-même, reproduit ce carré.

Ainsi $\overline{6}^2 = 36$ et $\sqrt{36} = 6$.

$\overline{5}^2 = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.

$\overline{9}^2 = 81$ et $\sqrt{81} = 9$.

95. Un nombre que l'on carre, est tout à la fois multiplicande et multiplicateur; il est donc deux fois facteur : c'est pourquoi on appelle ce produit la seconde puissance.

Conséquemment, rien de plus simple que de carrer un nombre; mais pour extraire sa racine carrée, c'est-à-dire, pour revenir du carré à la racine, il faut une méthode, du moins lorsque le carré est de plus de deux chiffres. Toutes les fois qu'il ne sera composé que de deux, sa racine sera un des nombres naturels ci-après :

Racines	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
Carrés	1.	4.	9.	16.	25.	36.	49.	64.	81.

Ainsi, la racine carrée de 78, par exemple, est 8, en nombre entier ; parce que 78 étant entre 64 et 81, sa racine est entre les racines de ceux-ci, c'est-à-dire, entre 8 et 9 ; elle est 8 et une fraction, fraction qu'à la vérité on ne peut pas assigner exactement, mais dont on peut approcher continuellement, ainsi que nous le verrons.

96. La racine carrée d'un nombre qui, n'étant pas un carré parfait ou exact, ne peut que s'indiquer, se nomme *sourd*, *irrationnel*, incommensurable ; on ne peut qu'approcher de sa racine par les décimales. Ainsi $\sqrt{2}$. $\sqrt{5}$. $\sqrt{7}$. $\sqrt{11}$. $\sqrt{23}$. $\sqrt{51}$. etc. sont des nombres ou quantités sourdes, irrationnelles, incommensurables.

97. C'est en examinant ce qui se passe dans la formation du carré d'une quantité composée de dixaines et d'unités, ou de deux chiffres, que nous trouverons une formule générale pour extraire les racines carrées de tous les nombres.

Soit $\overline{54}^{2}$

Opération.

54
54

Carré des unités.....	16
Produit des dixaines par les unités..	20.
Produit des unités par les dixaines..	20.
Carré des dixaines.....	25..
Carré total.....	2916

Par cette décomposition, qui revient à la multiplication ordinaire, on voit que le carré d'une quantité composée de deux chiffres, de dixaines et d'unités, renferme trois parties.

Savoir, (en récapitulant tous les produits par la fin).

1° Le carré des dixaines.
2° Deux fois les dixaines × les unités.
3° Le carré des unités.
} Formule.

98 Cela posé, je remarque dans l'opération ci-dessus :

1° Que le carré des dixaines donne des centaines, ou deux places à la droite.

2° Que les dixaines, multipliées par les unités, donnent une place à la droite.

3° Qu'autant de tranches de deux chiffres dans le carré, autant de chiffres à la racine.

4° Que les trois parties du carré donnent le moyen d'élever un nombre à son carré par une autre méthode.

EXEMPLE.

Soit 84 à élever au carré on aura :		54
1° Le carré des dixaines..... =	64..	25..
2° Deux fois les dixaines × les unités =	64.	40.
3° Le carré des unités..... =	16	16
Carré total.....	7056	2916

S'exercer à élever au carré les nombres suivans :

97 =
67 =
59 =
17 =

On peut prouver ces opérations par la multiplication ordinaire.

84
84
336
672
7056

Extraction de la racine carrée.

99. Pour revenir du carré à la racine, ou pour extraire la racine carrée, on dispose l'opération comme dessous, et après avoir partagé le nombre en tranches de deux chiffres, on raisonne ainsi :

$\sqrt{7056}$ | 84 Racine.
64 | Diviseur.
656 | $16.4 \times 4 = 656$.
656
00

Cherchons d'abord les dixaines de la racine : or la formation du carré nous apprend qu'il y a dans 7056, le carré de ces dixaines, et que ce carré ne peut faire partie des deux derniers chiffres; il est donc dans 70; et comme la racine carrée de 70 ne peut être plus de 8, concluons-en que le nombre des dixaines de la racine est 8, et plaçons-les à côté de 7056, comme on le voit ci-dessus.

Je carre 8, et je retranche le produit 64 de 70; il me reste 6, à côté duquel j'abaisse les deux autres chiffres 56 du nombre proposé 7056.

Pour trouver maintenant les unités de la racine, je fais attention à ce que renferme le reste 656; il ne contient plus que deux parties du carré, savoir, le double des dixaines de la racine multipliées par les unités, et le carré des unités de cette même racine. De ces deux parties, la première suffit pour nous faire trouver les unités que nous cherchons : car puisqu'elle est formée du double des dixaines multipliées par les unités, si on la divise par le double des dixaines que nous connoissons, elle doit donner pour quotient les unités (j'établis mon diviseur 16 au-dessous des racines) : il ne s'agit donc plus que de savoir dans quelle partie de 656 est renfermé le double des dixaines × les unités ; or nous avons remarqué, ci-dessus, qu'il ne pouvoit faire partie du dernier chiffre à droite : il est donc dans 65 : il faut donc diviser 65 par 16, double des dixaines trouvées, et, faisant la division, le quotient 4, que je trouve, est le nombre des unités, que je porte à la droite des 8 dixaines trouvées; en sorte que la racine cherchée est 84.

Après avoir trouvé le chiffre 4, et l'avoir porté à la racine, je le porte à côté du diviseur 16, double des dixaines, ce qui fait 164, dont je multiplie successivement tous les chiffres par le même nombre 4; ce qui donne 656, ou le carré des unités et le double des dixaines × les unités, que je porte sous le premier reste de l'opération ; je soustrais, et, s'il ne reste rien, j'en conclus que la racine cherchée est 84.

100. S'il restoit quelque chose, la racine n'en seroit pas moins la vraie racine en nombres entiers, à

moins que ce reste ne fût plus fort que le diviseur.

101. Si au contraire la soustraction ne pouvoit se faire, alors on diminueroit (comme dans la division) assez d'unités dans le nombre qu'on éprouve, pour que la soustraction pût se faire; ainsi, au lieu de 4, on essaieroit 3, etc.; si même l'unité ne pouvoit réussir, on poseroit zéro, comme dans la division.

102. Enfin, si la racine devoit être composée de plus de deux chiffres, alors il y auroit plus de deux tranches à la puissance, et, par la même méthode qu'on vient d'exposer, on peut aussi trouver le troisième, en considérant ces deux premiers chiffres, comme ne faisant qu'un seul nombre de dixaines, et leur appliquant, pour trouver le troisième, tout ce qui a été dit du premier pour trouver le second. Il en sera de même pour trouver le quatrième, le cinquième, etc.

103. De ce que nous venons de dire, il faut conclure que, pour extraire la racine carrée d'un nombre quelconque, il faut, après l'avoir séparé en tranches de deux chiffres de la droite sur la gauche, chercher la racine carrée de la première tranche à gauche; on posera cette racine à la place indiquée, on soustraira son carré de la première tranche, et, à côté du reste, on abaissera la tranche suivante.

On séparera par un point le chiffre des unités de la tranche qu'on vient d'abaisser, et on divisera ce qui se trouvera sur la gauche par le double des dixaines trouvées, qu'on rangera à la place des diviseurs.

On écrira le quotient à côté du premier chiffre de

la racine, et de plus on le descendra à la droite du diviseur : on multipliera tous les chiffres qui se trouveront sur cette ligne par ce même quotient descendu, et on portera le produit sous le premier reste pour le soustraire.

On abaissera la tranche suivante à côté de ce deuxième reste, on en séparera par un point la première figure à droite ; on établira un nouveau diviseur par le double des dixaines trouvées, et on procédera comme dessus.

EXEMPLE.

$\sqrt{29,37,64}$	542 Racine.
25	
43.7	Diviseurs.
416	$10.4 \times 4 = 416$
216.4	$108.2 \times 2 = 2164$
2164	
0000	

Autres exemples sur lesquels on fera bien de s'exercer.

$\sqrt{5193841.}$	$\sqrt{1160805784 36.}$
$\sqrt{25371369.}$	$\sqrt{144000000.}$
$\sqrt{46826649.}$	$\sqrt{87567000000.}$
$\sqrt{76807696.}$	$\sqrt{1416123800 10000.}$
$\sqrt{868952484.}$	$\sqrt{4016019607200 8100.}$
$\sqrt{651801104964.}$	$\sqrt{160008000 10000.}$

104. Lorsque le nombre proposé est irrationnel, il y a un reste à la fin de l'opération, et la racine carrée qu'on a trouvée est la racine carrée du plus

grand carré contenu dans le nombre proposé : alors il n'est pas possible d'extraire la racine carrée exactement ; mais on peut en approcher si près qu'on le juge à propos, c'est-à-dire, de manière que l'erreur qui en résulteroit dans le carré soit au-dessous de telle quantité qu'on voudra.

Cette approximation se fait commodément par les décimales. Il faut ajouter à la suite du nombre proposé deux fois autant de zéros qu'on voudra avoir de décimales à la racine, faire l'opération comme à l'ordinaire, et séparer ensuite, par une virgule sur la droite de la racine, moitié autant de décimales qu'on a mis de zéros à la suite du nombre proposé. En effet (54), le produit de la multiplication devant avoir autant de décimales qu'il y en a dans les deux facteurs ensemble, le carré (dont les deux facteurs sont égaux) doit donc en avoir le double de ce qu'a l'un des facteurs, c'est-à-dire, le double de ce que doit avoir la racine.

EXEMPLE.

On demande la racine carrée de 15975, aux centièmes près.

Préparation.

$\sqrt{1.59.75.0000.}$ | 126,39. Racines.

1

05.9

44

157.5

1476

990.0

7569

23310.0

227421

5679

Diviseurs.

$22 \times 2 = 44$

$24.6 \times 6 = 1476$

$252.3 \times 3 = 7569$

$2526.9 \times 9 = 227421$

On demande la $\sqrt{2}$ aux dix-millièmes près.

R. = 1,4142.

$\sqrt{9070804}$ aux millièmes près.

$\sqrt{597520}$ aux centièmes près.

$\sqrt{51}$ aux dix-millièmes près.

105. Pour multiplier une fraction par une fraction, on a vu (68) qu'il falloit multiplier numérateur par numérateur, et dénominateur par dénominateur; par une suite nécessaire, pour carrer une fraction, il faut carrer le numérateur et le dénominateur; ainsi le carré de $\frac{2}{3} = \frac{4}{9}$; celui de $\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$; celui de $\frac{7}{9} = \frac{49}{81}$.

106. Donc, réciproquement, pour tirer la racine

carrée d'une fraction, il faut tirer la racine carrée du numérateur et celle du dénominateur; ainsi $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$. $\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$. $\sqrt{\frac{49}{81}} = \frac{7}{9}$. $\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$.

107. Si le dénominateur seul est un carré parfait, on prendra la racine carrée du numérateur par approximation, et on lui donnera pour dénominateur la racine du dénominateur; on pourra mettre ce dernier résultat en décimales, en divisant le numérateur par le dénominateur (85).

EXEMPLES.

$$\sqrt{\frac{2}{9}} = \frac{1,414}{3} = 0,471.$$
$$\sqrt{\frac{7}{16}} = \frac{2,645}{4} = 0,661.$$
$$\sqrt{\frac{80}{81}} = \frac{8,944}{9} = 0,993.$$

108. Si le dénominateur n'est pas un carré parfait, on préparera la fraction en multipliant ses deux termes par le dénominateur; ce qui ne changera rien à la fraction, et rendra le dénominateur carré; et on opérera comme dessus.

EXEMPLES.

$\sqrt{\frac{7}{51}}$ = en préparant $\sqrt{\frac{77}{121}} = \frac{8,774}{11} = 0,797.$

$\sqrt{\frac{3}{5}}$ = $\sqrt{\frac{15}{25}} = \frac{3,872}{5} = 0,774.$

$\sqrt{\frac{2}{3}}$ = ... = 0,816.

$\sqrt{\frac{5}{7}}$ = ... = 0,845.

109. Enfin, si l'on avoit des entiers joints à des fractions, on réduiroit ces entiers en fractions (60), et

on opéreroit comme il vient d'être dit pour une fraction.

Ainsi pour tirer la racine carrée de $11\frac{5}{12}$, on établiroit :

$$\sqrt{11\tfrac{5}{6}} = \sqrt{\tfrac{71}{6}} = \sqrt{\tfrac{426}{36}} = \tfrac{20,639}{6} = 3,439.$$

$$\sqrt{8\tfrac{3}{7}} \ldots\ldots\ldots\ldots = 2,903.$$

110. On peut aussi réduire en décimales la fraction qui accompagne l'entier ; mais il faut observer d'y employer un nombre de décimales pair, et double de celui qu'on veut avoir à la racine, parce que le produit de la multiplication de deux nombres qui ont des décimales, devant avoir autant de décimales qu'il y en a dans les deux facteurs, le carré d'un nombre qui a des décimales doit en avoir deux fois autant que ce nombre.

Application aux deux exemples qui précèdent.

$$\sqrt{11\tfrac{5}{6}} = \sqrt{\tfrac{71}{6}} = \sqrt{11,833333} = 3,439.$$

$$\sqrt{8\tfrac{3}{7}} = \ldots\ldots\ldots\ldots = 2,903.$$

111. Pour extraire la racine carrée d'un nombre qui a des décimales, il faut le préparer de manière que le nombre de ses décimales soit pair ; ce qui se fait en ajoutant à la suite des décimales 1, 3 ou 5, etc., zéro : cela n'en change pas la valeur (49).

Soit proposé la $\sqrt{22,935}$ aux millièmes près.

On préparera en ajoutant 3 zéros, et on aura :

$$\sqrt{21,935000} = 4,683.$$

$$\sqrt{0,542} = 0,736.$$

$$\sqrt{0,0054} = 0,073.$$

Conclusions de cette section.

112. Il suit de ce que nous avons vu sur les nombres carrés :

1° Que le mètre égalant 443 lignes, 295936, le mètre carré ou le centiare = cette somme élevée au carré = 196511,286874116096 lignes carrées, d'où l'on a formé le déciare, l'are, etc, en rendant la somme successivement dix fois plus forte.

2° Que la toise valant 6 pieds, la toise carrée = 36 pieds carrés.

3° Que le pied valant 12 pouces, le pied carré = 144 pouces carrés.

4° Que le pouce valant 12 lignes, le pouce carré = 144 lignes. (*Voyez*, pour plus de détail, le Cours de Banque, chapitre IX.)

113. Donc, on réduira des lignes carrées en pouces carrés, en les divisant par 144; des pouces carrés en pieds carrés, en les divisant par 144, et des pieds carrés en toises carrées, en les divisant par 36.

QUESTIONS.

On veut partager 1418481 francs à un certain nombre de personnes, à condition que, quand le partage sera fait, elles auront chacune autant de livres que de personnes à partager ladite somme.

R. = 1191 liv.

Un terrain qui a 17 toises 5 pieds 7 pouces de large, sur 20 toises 3 pieds 11 pouces de long, combien

faudra-t-il le vendre, à raison de 3000 francs la toise carrée ?

R. = 1110947 liv. 6 s. 9 d. $\frac{5}{9}$.

Pour opérer cette question, on réduira les deux dimensions en pouces, on les multipliera l'une par l'autre; ce qui donnera un produit en pouces carrés, qu'on réduira en pieds carrés en divisant par 144, et en toises carrées, en divisant les pieds carrés par 36. Ayant, par ce procédé, obtenu des toises carrées, on les multipliera par 3000 francs.

Combien faut-il de carreaux pour carreler toute une salle qui, dans sa longueur, contient 169 carreaux, et 68 dans sa largeur ?

Opération.

169 × 68 = 11492 carreaux.

Un terrain qui porte 810 mètres, 79 de long, sur 950 mètres, 17 de large, combien faudra-t-il le vendre, à raison de 2600 francs l'are ?

R. = 20.030.095,69 fr.

On multipliera l'une par l'autre les deux dimensions; ce qui donnera des mètres carrés ou centiares, dont on fera des ares en avançant la virgule, de deux places, sur la gauche; alors on multipliera ce résultat par le prix de l'are.

SECTION II.

Des nombres cubes et de leurs racines.

114. D'après ce qui a été dit sur les puissances (91), le cube d'un nombre est le produit de ce nombre par lui-même deux fois, ou le produit d'un nombre trois fois facteur. Ainsi, pour élever un nombre au cube, il faut d'abord multiplier ce nombre par lui-même, et multiplier ensuite par ce même nombre le produit résultant de cette première multiplication.

115. Sa racine est le nombre qui, trois fois facteur, a produit le cube. Ainsi 27 est un cube dont 3 est la racine.

Le cube se nomme encore troisième puissance.

116. Point de difficulté pour élever un nombre à son cube; mais, pour revenir du cube à la racine, il faut une méthode lorsque ce cube est composé de plus de trois chiffres; autrement, sa racine se trouve dans la table suivante des nombres naturels.

Racines	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
Cubes	1.	8.	27.	64.	125.	216.	343.	512.	729.

Examinons ce qui se passe dans la formation du cube d'une quantité composée de deux chiffres (de dixaines et d'unités), pour trouver une formule qui serve à extraire les racines cubiques de tous les nombres.

Pour y parvenir, nous allons isoler tous les produits particuliers, comme nous l'avons fait dans les carrés.

		Soit 84	Soit 16
	Opération.	84	16
Carré.	Carré des unités	16	36
	Produit des dixaines par les unités	32.	6.
	Produit des dixaines par les unités	32.	6.
	Carré des dixaines	64..	1..
		84	16
Cubes.	Cube des unités	64	216
	Carré des unités × les dixaines	128.	36.
	Carré des unités × les dixaines	128.	36.
	Carré des dixaines × les unités	256..	6..
	Carré des unités × les dixaines	128.	36.
	Carré des dixaines × les unités	256..	6..
	Carré des dixaines × les unités	256..	6..
	Cube des dixaines	512...	1...
	Total du cube.....	592704	4096

117. Par cette décomposition, on voit que le cube d'un nombre composé de dixaines et d'unités renferme quatre parties. (Je prends par la fin :)

1° Le cube des dixaines ;

2° Trois fois le carré des dixaines × les unités ;

3° Trois fois le carré des unités × les dixaines ;

4° Le cube des unités.

118. Cela posé, je remarque dans l'opération ci-dessus :

1° Que le cube des dixaines donne des mille, ou trois places à la droite ;

2° Que le carré des dixaines × les unités, donne deux places à la droite ;

3° Que le carré des unités × les dixaines, donne une place à la droite ;

4° Qu'autant de tranches de trois chiffres dans le cube, autant de chiffres à la racine ;

5° Que les quatre parties du cube donnent le moyen d'élever un nombre à son cube par une autre méthode.

EXEMPLE.

	Soit $\overline{84}^{.3}$. On aura :	$\overline{36}^{.3}$. On aura :
1° Cube des dixaines.....	512...	27...
2° Trois fois le carré des dixaines × les unités.	768..	162..
3° Trois fois le carré des unités × les dixaines.	384.	324.
4° Cube des unités.....	64	216
Cube total.....	592704	46656

S'exercer à élever au cube les nombres suivans :

$\overline{97}^{.3} = 912673$

$\overline{67}^{.3} =$

$\overline{59}^{.3} =$

$17 =$

On peut prouver ces opérations par la multiplication ordinaire.

84
84
336
6720
7056. Carré.
84
28224
564480
592704. Cube.

119. La racine cube d'un nombre qui n'est pas un cube parfait, se nomme nombre sourd, ou irrationnel, ou incommensurable; tels sont :

$\sqrt[3]{2.}$ $\sqrt[3]{7.}$ $\sqrt[3]{11.}$ $\sqrt[3]{123.}$ etc.

Extraction de la racine cube.

120. D'après ce que nous venons de voir, voici le procédé de l'extraction de la racine cube :

Soit proposé d'extraire la racine cubique de 592704:

$$\begin{array}{l|l} \sqrt[3]{592.704} & 84 \text{ Racines.} \\ 512 & \text{Diviseurs.} \\ \hline 807.04 & 192. \\ 592704 & \\ \hline 000000 & \end{array}$$

Après avoir séparé le nombre en tranches de trois chiffres, en allant de la droite sur la gauche, pour avoir les dixaines, je cherche la racine cubique de 592; elle est 8, que je pose à côté, au rang des racines. Je cube 8, et j'ôte le produit 512, de 592; il me reste 80, que je place au-dessous : à côté de 80 j'abaisse la tranche suivante 704; ce qui me donne 80704, dans lequel il doit y avoir trois fois le carré des dixaines trouvées × les unités que nous cherchons, plus trois fois ces mêmes dixaines × le carré des unités, plus enfin le cube des unités.

Mais trois fois le carré des dixaines × les unités ne font point partie des deux derniers chiffres à droite, je sépare par un point 04; la partie 807, qui reste à gauche, renferme donc trois fois le carré des dixaines × les unités : c'est pourquoi, afin d'avoir les unités, je vais diviser cette partie 807 par le triple du carré des 8 dixaines, c'est-à-dire, par 192.

Je trouve que 192 est quatre fois dans 807; j'écris donc 4 à la racine.

Pour éprouver cette racine, et connoître le reste, s'il y en a, j'élève la racine 84 au cube; ce qui pro-

duit 592704, que je retranche de la somme proposée : reste 0 : ainsi 84 est exactement la racine cubique.

Si le nombre proposé a plus de six chiffres, on raisonnera comme dans l'exemple ci-dessous :

$\sqrt[3]{52,734,375}$ | 375 Racines.

27

257.34

506 53

20 813.75

527 343 75

00000000

Diviseurs.

27

4107.

Epreuve.

37

37

3 × 1369

37

50653

375

375

140625

375

52734375

Je partage le nombre 52734375 en tranches de trois chiffres chaque, je prends la racine de la première tranche à gauche, 52 ; elle est 3 : j'écris ce 3 à côté, aux racines.

Je cube 3, et je retranche le produit 27 de 52 ; il reste 25, que j'écris au-dessous.

A côté de 25 j'abaisse la tranche suivante 734 ; ce qui me donne 25734, dont je sépare les deux derniers chiffres.

Au-dessous de la racine, au rang des diviseurs, j'écris 27, qui est le triple carré de la racine 3, et je divise 257 par 27 ; je trouve pour quotient 9 : avant de l'écrire à la racine, je vérifie si 39, élevé au cube, donnera le montant des deux premières tranches, 52734, et trouvant 82719, je conclus que 39 est trop

fort. J'essaie 38, dont le cube est 54872, trop fort encore. Enfin j'essaie 37, dont le cube est 50653, moindre que 52734; alors j'écris 7 à côté de 3, à la racine, je retranche le cube de 37 de 52734; reste 2081.

A côté de ce reste j'abaisse la tranche 375; et, considérant la racine 37 comme un seul nombre, qui marque les dixaines de la racine cherchée, je sépare les deux derniers chiffres, 75, de la tranche abaissée, et je divise la partie 20813 par le triple carré de 37, c'est-à-dire, par 4107; je trouve pour quotient 5, que j'écris à la suite de 37.

Pour vérifier la racine 375, et avoir le reste, s'il y en a, je cube 375, et je retranche le produit 52734375 du nombre proposé 52734375; et, comme il ne reste rien, j'en conclus que 375 est la racine exacte de 52734375.

On observera.

1° Que, dans le cours de l'opération, on ne doit jamais mettre plus de 9 à la racine.

2° Si le chiffre qu'on porte à la racine étoit trop fort, on s'en appercevroit comme dessus, à ce que la soustraction ne pourroit se faire, et alors on diminueroit la racine successivement d'une, deux, trois, etc., unités.

Exemple pour s'exercer.

$\sqrt[3]{596947688} = 842.$

$\sqrt[3]{420189749} =$

$\sqrt[3]{16465669964\,1} =$

$\sqrt[3]{216000216000} =$

$\sqrt[3]{4096} =$

$\sqrt[3]{85184} =$

$\sqrt[3]{46656} =$

$\sqrt[3]{592704} =$

$\sqrt[3]{216000000} =$

$\sqrt[3]{581937312380\,3} =$

$\sqrt[3]{5919987833118875427911} =$

121. On approche de la racine cubique des nombres irrationnels, par les décimales, en ajoutant autant de tranches de trois zéros qu'on veut avoir de décimales à la racine ; savoir, 3 zéros pour les dixièmes, 6 pour les centièmes, 9 pour les millièmes, etc. On fait l'extraction comme dans les exemples précédens, et, après l'opération faite, on sépare, par une virgule sur la droite de la racine, autant de chiffres qu'on vouloit avoir de décimales.

EXEMPLE.

$\sqrt[3]{8755}$ aux centièmes près = 20,61

Préparation.

$\sqrt[3]{8.755.000.000.}$	2061. Racines.
8	Diviseurs.
07.55	12.
8000	1200
7550.00	127308
8741816	
13184.000	
8754552981	
447019	

AUTRES EXEMPLES.

$\sqrt[3]{3171}$ aux millièmes près =

$\sqrt[3]{143}$ aux centièmes près = 5,22

$\sqrt[3]{147}$ *id.* = 5,27

$\sqrt[3]{9}$ aux millièmes près =

$\sqrt[3]{11}$ *id.*

122. Pour extraire la racine cubique d'une fraction, il faudra extraire la racine cubique du numérateur, et la racine cubique du dénominateur. Ainsi la racine cubique de $\frac{125}{729} = \frac{5}{9}$, parce que la racine cubique de $125 = 5$, et celle de $729 = 9$.

$$\sqrt[3]{\frac{216}{729}} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$$\sqrt[3]{\frac{27}{64}} = \frac{3}{4}$$

En effet, puisque, pour multiplier une fraction par une fraction, il faut multiplier numérateur par numérateur, et dénominateur par dénominateur, il faudra donc, pour cuber une fraction, cuber son numérateur et son dénominateur.

123. Si le dénominateur seul est un cube, on tirera la racine approchée du numérateur, et on donnera à cette racine pour dénominateur la racine cubique du dénominateur : on réduira cette fraction racine en décimales.

EXEMPLES.

$$\sqrt[3]{\frac{25}{27}} = \frac{2,924}{3} = 0,974.$$

$$\sqrt[3]{\frac{143}{343}} = \frac{5,22}{7} = 0,74.$$

124. Si le dénominateur n'est pas un cube exact, on préparera la fraction en multipliant ses deux termes par le carré du dénominateur ; et alors le nouveau dénominateur étant un cube exact, on procédera comme il vient d'être dit plus haut.

EXEMPLES.

Préparant. $\sqrt[3]{\frac{3}{7}} \times \frac{49}{49} = \sqrt[3]{\frac{147}{343}} = \frac{5,27}{7} = 0,75.$

id. $\sqrt[3]{\frac{1}{2}} \times \frac{4}{4} = \sqrt[3]{\frac{4}{8}} =$

id. $\sqrt[3]{\frac{7}{9}} \times \frac{81}{81} = \sqrt[3]{\frac{567}{729}} =$

$\sqrt[3]{\frac{11}{12}}.$

S'il y avoit des entiers joints aux fractions, on convertiroit le tout en fraction, et l'opération seroit réduite à tirer la racine cubique d'une fraction.

On pourroit aussi, soit qu'il y ait des entiers, soit qu'il n'y en ait point, réduire la fraction en décimales; mais il faut avoir soin de pousser cette réduction jusqu'à trois fois autant de décimales qu'on veut en avoir à la racine. Ainsi:

Soit $\sqrt[3]{7\frac{3}{11}}$ au millième près.

Préparation,

$$\sqrt[3]{7\tfrac{3}{11}} = \sqrt[3]{7,272727272.} = 1,937.$$

$$\sqrt[3]{4\tfrac{2}{3}} = \sqrt[3]{4,666666666} =$$

$$\sqrt[3]{11\tfrac{7}{9}} = \sqrt[3]{11,777777777} =$$

125. Pour extraire la racine cube d'un nombre qui a des décimales, il faut le préparer de manière que le nombre de ses décimales soit ou 3 ou 6 ou 9, etc., de trois en trois; alors on tirera la racine comme s'il n'y avoit pas de virgule, et, après l'opération faite, on séparera, sur la droite de la racine, par une virgule, un nombre de chiffres égal au nombre de tranches de décimales de la quantité proposée: en sorte que si la racine n'avoit pas suffisamment de chiffres pour que cette règle eût son exécution, on y suppléeroit par des zéros placés sur la gauche de cette racine.

EXEMPLES.

$\sqrt[3]{6,54.}$ au millième près.

Préparation, en ajoutant 7 zéros.

$\sqrt[3]{6,540.000.000.}$ | 1,870 racines.

	Diviseurs
1	
55.40	3
58 32	972.
7080.00	104907.
6539200.	
....800 000.	

$\sqrt[3]{5,7.}$ au millième près.

Préparation.

$\sqrt[3]{5,700.000.000.}$ =

$\sqrt[3]{31,15.}$ au millième près.

Préparation.

$\sqrt[3]{31,150.000.000.}$ =

$\sqrt[3]{0,0006.}$ au centième près.

Préparation.

$\sqrt[3]{0,000600.}$ = 0,08.

Conclusion de cette section.

126. Il suit de ce que nous avons vu sur les nombres cubes :

1° Que le décimètre égalant 44 lignes, 3295936 lignes

cubes, le litre ou décimètre cube, ou pinte = cette somme, élevée au cube, égale 87112,6548494258089489858 56 lignes cubes; d'où l'on a formé, par le déplacement de la virgule, le décilitre, le centilitre, le décalitre ou boisseau, l'hectolitre ou setier, le kilolitre ou muid, le myrialitre.

2° Que le mètre égalant 443 lignes, 196536 lignes cubes, le mètre cube ou stère (avec lequel on mesurera les corps solides) = cette somme, élevée au cube, égale 87112654,849425808948985856 lignes cubes.

3° Que la toise valant 6 pieds, la toise cube = 216 pieds cubes = 373248 pouces cubes.

4° Que le pied valant 12 pouces, le pied cube = 1728 pouces cubes.

5° Que le pouce valant 12 lignes, le pouce cube = 1728 lignes cubes.

127. Donc on réduira des lignes cubes en pouces cubes, en les divisant par 1728; des pouces cubes en pieds cubes, en les divisant par 1728; des pieds cubes en toises cubes, en les divisant par 216.

QUESTIONS.

Pierre fait emplette d'un bloc de marbre contenant 7 toises 5 pieds 10 pouces de long, sur 4 toises 5 pieds 7 pouces de large, et 5 pieds 9 pouces de hauteur; on demande combien il doit payer pour ledit achat, à raison de 192 livres la toise cube.

R. = 7232 liv. 11 s. 6 d. $\frac{1}{2}$.

Pour opérer cette question, on réduira en pouces chacune des dimensions; on multipliera la longueur par

la largeur, et le produit par la hauteur ; et on aura la valeur totale en pouces cubes, dont on fera des toises cubes, qu'on multipliera par le prix de la toise cube.

Savoir combien un réservoir, qui a 12 toises 5 pieds 10 pouces de long, sur 7 toises 4 pieds 8 pouces de large, et 2 toises 4 pieds 8 pouces de profondeur, peut contenir de muids d'eau, à raison de 8 pieds cubes par muid, et combien il aura de toises cubes.

$R. = 7567$ muids $\frac{7}{54}$.

On réduira le tout en pouces, on formera le cube total, que l'on divisera par 13824 pouces cubes, valeur de 8 pieds cubes.

Combien coûtera un bloc de marbre dont la longueur est de $24^{m}.,28$, la largeur $10^{m}.,09$, la hauteur $4^{m}.,36$, à raison de $24^{fr}.38$ le mètre cube ?

$R. = 26041$ fr.,14 centimes.

CHAPITRE VI.

Des Raisons, Proportions et règles de trois.

128. Raison et rapport ont la même signification en mathématiques ; l'un et l'autre expriment le résultat de la comparaison de deux quantités.

129. Il n'y a dans la nature que deux manières de comparer les grandeurs ou quantités, 1° soit en examinant de combien une quantité surpasse ou est

surpassée par une autre, et ce rapport, qui se connoît par la soustraction, se nomme *rapport arithmétique.*

Ainsi, si je compare 12 avec 5 pour connoître leur différence 7, ce nombre 7, qui est le résultat de la comparaison, est le rapport arithmétique de 12 à 5.

Toutes les fois que l'on compare deux quantités arithmétiquement, on sépare l'une de l'autre par un point.

12 . 5 = 7 rapport arithmétique.
9 . 2 = 7 *id.*
11 . 5 = 6 *id.*

130. 2° Soit en examinant combien une quantité contient ou est contenue dans une autre; et ce rapport, qui se connoît par la division, se nomme *rapport géométrique.*

Ainsi, si je compare 20 avec 5, pour savoir combien de fois 20 contient 5, le nombre 4, qui exprime ce nombre de fois, est le rapport géométrique de 20 à 5.

Quand on compare deux quantités géométriquement, on sépare l'une de l'autre par deux points.

20 : 5 = 4 rapport géométrique.
15 : 3 = 5 *id.*
12 : 3 = 4 *id.*

131. Des deux quantités que l'on compare, celle qu'on énonce ou qu'on écrit la première se nomme *antécédent*, et la seconde se nomme *conséquent.* Ainsi, dans le rapport 12 : 3, douze est l'antécédent, et 3 est le conséquent; l'un et l'autre s'appellent les *termes* du rapport.

132. On trouve donc le rapport arithmétique de deux quantités par le retranchement de la plus petite de la plus grande.

133. Et pour avoir le rapport géométrique de deux quantités, il faut diviser l'une par l'autre.

134. Nous évaluerons ce rapport, dorénavant, en divisant l'antécédent par le conséquent; ainsi, le rapport de 21 à $7 = 3$, et le rapport de 7 à $21 = \frac{7}{21} = \frac{1}{3}$. Mais dans les rapports composés ce sera le contraire.

135. On ne change rien à un rapport arithmétique, quand on ajoute à chacun de ses deux termes ou qu'on en retranche la même quantité, parce que la différence (en quoi consiste le rapport) reste toujours la même.

136. On ne change rien à un rapport géométrique, quand on multiplie ou divise ses deux termes par un même nombre; car l'antécédent et le conséquent représentent le dividende et le diviseur, ou les deux termes d'une fraction. Ainsi, le rapport de $24 : 8 = 3$ est le même que celui de $168 : 56 = 3$ en multipliant les deux termes par 7; le même que celui de $6 : 2 = 3$, en divisant les deux termes par 4.

137. Cette propriété sert à simplifier les rapports. En effet, si j'avois à examiner le rapport de $4\frac{1}{2}$ à $6\frac{2}{3}$, je dirois, en réduisant tout en fractions, ce rapport est le même que celui de $\frac{9}{2}$ à $\frac{20}{3}$, ou, en réduisant au même dénominateur, le même que celui de $\frac{27}{6}$ à $\frac{40}{6}$, ou, en supprimant le dénominateur 6 (ce qui revient au même que de multiplier les deux termes du rapport par 6) est le même que celui de 27 à 40.

Des proportions arithmétiques.

On appelle proportion l'égalité de deux raisons, ou bien quatre termes disposés de manière que le premier surpasse ou est surpassé par le second, comme le troisième surpasse ou est surpassé par le quatrième.

Ainsi les deux rapport $\begin{cases} 7. & 12 \\ 8. & 13 \end{cases}$ forment une proportion, et s'écrivent 7. 12 : 8. 13.

C'est-à-dire, qu'on sépare par un point les deux termes de chaque rapport, et les deux rapports par deux. Le point qui sépare les deux termes de chaque rapport signifie *est à ;* et les deux points qui séparent les deux rapports, signifient *comme ;* en sorte que, pour énoncer la proportion ci-dessus, on dit : 7 est à 12 comme 8 est à 13.

Le premier et le dernier terme se nomment les extrêmes.

Le deuxième et le troisième terme se nomment les moyens.

La propriété fondamentale des proportions arithmétiques est que la somme des extrêmes est égale à celle des moyens. Ainsi, dans l'exemple ci-dessus, la somme 7 et 13, des extrêmes, et celle 12 et 8, des moyens, sont également 20.

Pour le démontrer, je raisonne ainsi : Si j'avois une proportion dans laquelle les deux premiers termes fussent égaux entr'eux, et les deux derniers égaux aussi entr'eux :

$$\begin{array}{cccc} 7 & . & 12 & : \\ 5 & & & \end{array} \quad \begin{array}{cc} 8 & . \\ 5 & \end{array} \quad 13$$

Comme 12 . 12 : 13 . 13, évidemment alors la somme des extrêmes seroit égale à celle des moyens; puisque ces sommes seroient composées de l'addition des mêmes nombres. Mais toute proportion peut être ramenée à cet état, en ajoutant aux plus petits termes de chaque rapport la raison. Cette opération, à la vérité, augmente la somme des extrêmes; mais elle augmente de la même quantité la somme des moyens. Or, après cette opération, les deux sommes sont égales: il falloit donc qu'elles le fussent auparavant; car, dans la nature, il n'y a que des quantités égales qui, en y ajoutant d'autres quantités égales, puissent donner des touts égaux.

Il suit de là, que si, dans une proportion arithmétique, il manquoit un extrême, on le trouveroit *en faisant la somme des moyens, et en en retranchant l'extrême connu.*

EXEMPLE.

7 . 12 : 8 . x Je représente par x le terme inconnu.

Opération $12 + 8 = 20 - 7 = 13$.

Et s'il manquoit un moyen, on le trouveroit *en faisant la somme des extrêmes, et en en retranchant le moyen connu.*

EXEMPLE.

7 . x : 8 . 13.

Opération $7 + 13 = 20 - 8 = 12$.

On appelle proportion arithmétique *continue* celle

dont les deux termes moyens sont égaux. Ainsi, 9 . 15 : 15 . 21, forment une proportion continue; on l'écrit ainsi, ÷ 9 . 15 . 21. Les deux points et la barre, qui précèdent, sont pour avertir que, dans l'énoncé, on doit répéter le terme moyen, qui est ici 15.

Puisque dans la proportion continue les deux termes moyens sont égaux, il suit de ce qu'on vient de démontrer, que, dans cette même proportion, *la somme des extrêmes est double du moyen proportionnel, ou que le terme moyen est la moitié de la somme des extrêmes.* Ainsi, pour avoir un moyen arithmétique entre 12 et 28, par exemple, j'ajoute 12 à 28 = 40, et prenant la moitié, j'ai 20 pour le terme moyen; en sorte que ÷ 12 . 20 . 28; et, pour trouver un extrême, je double le moyen proportionnel, et je retranche l'extrême connu.

EXEMPLE.

÷ 12 . 20 . x

2

40

12

Reste 28

Des proportions géométriques.

138. On appelle proportion, l'égalité de deux raisons géométriques, ou bien quatre termes disposés de manière que le premier contient ou est contenu dans le second, le même nombre de fois que le troisième contient ou est contenu dans le quatrième.

Les quatre quantités 8, 24, 5, 15, forment une proportion géométrique, parce que 8 est contenu dans 24, comme 5 l'est dans 15. Pour marquer qu'elles sont en proportion géométrique, on les écrit ainsi : 8 : 24 :: 5 : 15; c'est-à-dire, qu'on sépare les deux termes de chaque rapport par deux points, et les deux rapports par quatre points. Les deux points signifient *est à*, et les quatre points signifient *comme;* de sorte qu'on dit, 8 *est à* 24 *comme* 5 est à 15.

139. Le premier et le dernier terme de la proportion se nomment les *extrêmes;* le deuxième et le troisième se nomment les *moyens.*

Comme il y a deux rapports, et par conséquent deux antécédens et deux conséquens, on dit, pour le premier rapport : *premier antécédent, premier conséquent;* et pour le second : *second antécédent, second conséquent.*

140. Si dans une proportion géométrique, vous multipliez chacun des deux conséquens par la raison ou le rapport, vous les rendrez pareillement égaux chacun à son antécédent ; car multiplier le conséquent par la raison, c'est le répéter autant de fois qu'il est contenu dans son antécédent : ainsi dans la proportion 24 : 6 :: 40 : 10, multipliez 6 et 10 chacun par 4, vous aurez 24 : 6 × 4 :: 40 : 10 × 4, ou 24 : 24 :: 40 : 40.

Propriétés des proportions géométriques.

141. La propriété fondamentale des proportions

géométriques est que *le produit des extrêmes égale toujours celui des moyens.*

Soit 48 : 16 :: 9 : 3, on voit que

$$48 \times 3 = 144 :: 16 \times 9 = 144.$$

Pour le démontrer, je prends cette proportion, 12 : 4 :: 9 : 3. Je multiplie les plus petits termes de chaque rapport, qui sont ici les conséquens, par la raison, qui est 3; ce qui donne 12 : 4 × 3 :: 9 : 3 × 3, ou 12 : 12 :: 9 : 9, et je raisonne ainsi : Si j'avois une proportion dans laquelle les antécédens fussent égaux à leurs conséquens, évidemment alors le produit des extrêmes seroit égal à celui des moyens (puisque ces produits seroient composés par les mêmes facteurs); mais toute proportion géométrique peut être ramenée à cet état, en multipliant les plus petits termes de chaque rapport par la raison (140). Cette opération, à la vérité, rend le produit des extrêmes un certain nombre de fois plus grand, mais elle rend aussi le produit des moyens le même nombre de fois plus grand. Or, après cette opération, les produits sont égaux : il falloit donc qu'ils le fussent auparavant, car dans la nature il n'y a que des quantités égales qui, multipliées par des quantités égales, puissent donner des produits égaux.

142. Il suit de cette propriété fondamentale des proportions géométriques, que si, dans une proportion, il manquoit un extrême, on le trouveroit *en faisant le produit des moyens, et le divisant par l'extrême connu.*

Nota. On représente le terme inconnu par x.

Soit, cette proportion, $36 : 9 :: 12 : x$; il est évident que 9×12 doit égaler $36 \times x$. Or toutes les fois qu'on divise un produit par l'un de ses facteurs, on doit trouver l'autre : donc 108 divisé par 36 égalera 3, terme cherché; en sorte qu'on aura $36 : 9 :: 12 : 3$.

Par un semblable raisonnement, si, dans une proportion, il manquoit un moyen, on le trouveroit *en faisant le produit des extrêmes, et le divisant par le moyen connu.*

Soit, cette proportion, $36 : x :: 12 : 3$; donc, $36 \times 3 = 108$, divisé par $12 = 9$.

143. *Donc, si quatre quantités sont telles que le produit des extrêmes soit égal au produit des moyens, ces quatre quantités sont en proportion.*

144. *On ne change rien dans une proportion géométrique, si l'on met les extrêmes à la place des moyens, et les moyens à la place des extrêmes; si l'on échange les places des extrêmes et celles des moyens.*

4	:	12	::	3	:	9	Car il est évident que dans ces huit changemens d'ordre, le produit des extrêmes égale toujours celui des moyens.
4	:	3	::	12	:	9	
9	:	12	::	3	:	4	
9	:	3	::	12	:	4	
12	:	4	::	9	:	3	
12	:	9	::	4	:	3	
3	:	4	::	9	:	12	
3	:	9	::	4	:	12	

145. *On peut, sans troubler une proportion, multiplier ou diviser les deux antécédens par un même nombre ; il en est de même des conséquens :* car puisqu'on peut mettre le troisième terme à la place du second, et réciproquement, les deux antécédens de la proportion donnée formeront le premier rapport, et les deux conséquens, le second. Ainsi, multiplier ou diviser les antécédens par le même nombre, c'est multiplier ou diviser les deux termes d'un rapport, chacun par le même nombre, ce qui (137) ne change rien.

EXEMPLE.

4 : 12 :: 8 : 24.
× 6 × 6.

24 : 12 :: 48 : 24.

ou bien

4 d. 2 : 12 :: 8 d. 2 : 24
2 : 12 :: 4 : 24

146. Tout changement fait dans une proportion, de manière que la somme de l'antécédent et du conséquent, ou leur différence, soit comparée à l'antécédent ou au conséquent, de la même manière dans chaque rapport, formera toujours une proportion.

Par exemple, si l'on a la proportion 18 : 6 :: 36 : 12, on en pourra conclure les proportions suivantes:

18+6 : 6 :: 36+12 : 12.
ou 18—6 : 6 :: 36—12 : 12.
ou 18+6 : 18 :: 36+12 : 36.
ou 18—6 : 18 :: 36—12 : 36.

Car, si c'est au conséquent que l'on compare, il est facile de voir que l'antécédent, augmenté ou diminué du conséquent, contiendra ce conséquent une fois de plus ou une fois de moins qu'auparavant; et comme cette comparaison se fait de la même manière pour le second rapport, qui, par la nature de la proportion, est égal au premier, il s'en suit nécessairement que les deux nouveaux rapports seront aussi égaux entre eux.

Si c'est à l'antécédent que l'on compare, le même raisonnement aura encore lieu, en concevant que, dans la proportion sur laquelle on fait ce changement, on ait mis l'antécédent de chaque rapport à la place de de son conséquent, et le conséquent à la place de l'antécédent; ce qui est permis (144).

147. La somme de deux antécédens de toute proportion, contient la somme des deux conséquens, ou est contenue en elle autant qu'un des antécédens contient son conséquent, ou est contenu en lui.

En effet, puisqu'en mettant le troisième terme d'une proportion à la place du second, et réciproquement, il y a encore proportion (145), on doit conclure que les deux antécédens se contiennent l'un l'autre autant de fois que les conséquens se contiennent aussi l'un l'autre.

Par exemple, $8 : 4 :: 16 : 8$

$8+16 : 4+8 :: 16 : 8$

Car il est évident que si le premier antécédent contient le second, quatre fois, par exemple, la somme

des deux antécédens contiendra le second cinq fois; et, par la même raison, la somme des deux conséquens contiendra le second conséquent cinq fois: donc la somme des antécédens contiendra celle des conséquens, comme le quintuple d'un des antécédens contient le quintuple de son conséquent; c'est-à-dire (137), comme un des antécédens contient son conséquent.

Il en est de même, et l'on prouveroit par un raisonnement semblable, que la différence des antécédens est à la différence des conséquens comme un antécédent est à son conséquent.

Il suit de là que, si on a deux rapports égaux, on aura le même rapport, *en ajoutant antécédent à antécédent, et conséquent à conséquent.*

Par exemple, le rapport de 9 : 3
celui de 6 : 2
donne 15 : 5

148. Donc, *si l'on a plusieurs rapports égaux, la somme de tous les antécédens est à la somme de tous les conséquens, comme l'un des antécédens est à son conséquent.* Par exemple, soient les rapports suivans:

3 : 9
2 : 6
1 : 3.

on aura, en ajoutant 6 : 18.

Car, ce qu'on a dit de l'addition de deux rapports

égaux, s'applique à l'addition d'un troisième, d'un quatrième, etc.

La proportion 4 : 12 :: 12 : 36, est une proportion géométrique continue, que, par abréviation, on écrit ainsi ∺ 4 : 12 : 36; l'usage des quatre points et de la barre est le même que dans la proportion arithmétique continue.

Dans la proportion continue, le produit des extrêmes est égal au carré du terme moyen; car les deux moyens étant égaux, leur produit est le carré de l'un d'eux : donc, pour trouver un moyen géométrique entre deux nombres proposés, il faut multiplier ces deux nombres l'un par l'autre, et tirer la racine carrée de ce produit. Ainsi, pour avoir un moyen géométrique entre 4 et 36, je les multiplie l'un par l'autre; et prenant la racine carrée du produit 144, je trouve 12 pour moyen proportionnel cherché : en sorte que ∺ 4 : 12 : 36.

Et pour trouver un extrême dans ces sortes de proportions, j'élève le moyen proportionnel au carré, et je divise ce carré par l'extrême connu.

EXEMPLE.

∺ 4 : 12 : x

12

144 D. 4 = 36.

SECTION PREMIÈRE.

De la règle de trois simple et directe.

149. On appelle règle de trois, *toutes questions sur les proportions, dans lesquelles, à l'aide de trois termes connus, on se propose d'en trouver un quatrième.* Or, ce terme cherché ne peut être qu'un extrême ou un moyen, et s'opère comme nous venons de le prescrire : toute la difficulté consiste à mettre la question en proportion.

150. Voici la règle générale : *Une quantité est à l'autre quantité, comme la relative à la première est à la relative à la seconde ;* ou bien, faites en sorte *qu'une quantité et sa relative soient les antécédens d'une proportion dont l'autre quantité et sa relative soient les conséquens.*

151. C'est la demande de la règle qui détermine la relative ; c'est-à-dire, que si, dans la question, on cherche des livres, le terme livres est la relative connue, x la relative inconnue, et les deux autres termes de la question sont les quantités ; si on cherche des toises, le terme espèces toises est la relative connue, x la relative inconnue, les deux autres termes de la question sont les quantités ; pareillement si on cherche des kilogrammes, les kilogrammes sont relative ; si on cherche des années, les ans sont relative. Il n'y a point de difficulté à reconnoître les quantités des relatives lorsque les termes de la question sont d'espèces diffé-

rentes; mais lorsqu'ils sont tous espèces livres, ce qui arrive le plus souvent, alors c'est la fonction des nombres qui détermine les quantités et les relatives; ainsi, une somme qui en rapporte une autre, se nomme capital, principal ou fonds; et la somme rapportée se nomme intérêt. Si donc je cherche un capital, le capital connu est la relative connue, et les deux intérêts sont les quantités; si je cherche un intérêt, l'intérêt connu est la relative connue, et les deux capitaux sont les quantités.

152. La règle de trois est simple lorsque l'énoncé des questions ne renferme jamais plus de quatre termes, dont trois connus, et le quatrième est à chercher.

153. On l'appelle directe lorsque les relatives sont en raison des quantités; c'est-à-dire, que plus la quantité est grande, et plus la relative est grande; plus il y a de marchandises, et plus il faut payer; moins le capital est grand, et plus petit est son intérêt; que le plus donne le plus, et le moins donne le moins.

154. Appliquons ces principes à une question, et faisons voir qu'on peut placer la proportion de quatre manières, qui donnent toutes le même résultat.

Si 8 mètres d'étoffe coûtent 40 francs, combien coûteront 24 mètres de ladite étoffe?

$$R. = 120 \text{ fr.}$$

Dans cet exemple, l'argent est la relative connue, les mètres sont quantités.

quantité. qu. relative. relat.

1re Prop. 8m. : 24m. :: 40fr. : x. 1° Je cherche un extrême, $40\times24=960$. d. $8=120$.
q. q. r. r.

2e Prop. 24m. : 8m. :: x : 40. 2° *id.* un moyen, $40\times24=960$. d. $8=120$.
r. r. q. q.

3e Prop. 40fr. : x :: 8m. : 24m. 3° *id.* un moyen, $40\times24=960$. d. $8=120$.
r. r. q. q.

4e Prop. x : 40fr. :: 24m. : 8m. 4° *id.* un extrême, $40\times24=960$. d. $8=120$.

On trouve, dans les quatre proportions, ce qui est énoncé plus haut, qu'une quantité et sa relative forment les extrêmes, et l'autre quantité et sa relative forment les moyens, et on a la même réponse.

Application à une question où tous les termes sont de même espèce.

Quel est le capital qui a rapporté 60 livres, si 100 liv. ont rapporté 5 livres?

$R. = 1200$ livres.

Dans cet exemple, le capital de la question est la relative connue, x la relative inconnue; on aura:

quantité. qu. relative. relat.

1re Prop. 5 : 60 :: 100 : x. donc $100\times60=6000$. d. $5=1200$.
Q. Q. R. R.

2e Prop. 60 : 5 :: x : 100. $100\times60=6000$. d. $5=1200$.
R. R. Q. Q.

3e Prop. 100 : x :: 5 : 60. $100\times60=6000$. d. $5=1200$.
R. R. Q. Q.

4e Prop. x : 100 :: 60 : 5. $100\times60=6000$. d. $5=1200$.

155. La règle de trois, que les anciens appeloient la Règle d'Or, à cause de son fréquent usage dans toutes les questions du commerce, de la banque et de la finance, est la base de toutes les mathématiques

théoriques ou pratiques ; elle fait connoître le prix proportionnel des choses par comparaison au prix déjà connu des mêmes choses, en plus ou moins grandes quantités.

Dans les questions qui vont suivre, j'établirai la proportion en commençant par la quantité dont la relative est connue, et je ferai la preuve par une autre méthode.

Combien coûteront 222 aunes, si 74 aunes coûtent 149 livres 19 sous 11 deniers?

$R. = 449$ liv. 19 s. 9 d.

Proportion.

$$74 : 222 :: 149 . 19 . 11 : x.$$

Ayant fait le produit des moyens, je le divise par l'extrême connu.

Remarquez qu'on ne changeroit rien dans une proportion en changeant de place les deux termes moyens, puisqu'ils se combinent toujours l'un par l'autre. Ainsi cette proportion,

$$74 : 149^{l} . 19^{s} . 11^{d} :: 222 : x$$

donneroit évidemment la même solution que la première.

156. On pourroit encore se rendre raison des opérations de la règle de trois, de cette manière :

Si 149 livres 19 sous 11 deniers étoit le prix d'une aune, il est évident qu'en le multipliant par 149 aunes, j'aurois le prix cherché; mais 149 l. 19 s. 11 d. sont le prix de 74 aunes : donc, le produit 33299 l. 1 s. 6 d., est 74 fois trop fort : donc, en le divisant par 74, je le

rends soixante-quatorze fois plus petit, et je trouve pour réponse 449 l. 19 s. 9 d.

Pour la preuve, je vais substituer une méthode plus simple, et moins embarrassante pour les commençans.

En partant du principe, que le produit des extrêmes égale celui des moyens, je puis disposer les termes de la proportion ci-dessus, de la manière suivante, sous forme d'égalités ou d'équations:

$$x = 222 \text{ aunes}$$

$$74 \text{ aunes} = 149 \text{ livres } 19 \text{ sous } 11 \text{ deniers.}$$

Multipliant alors les deux termes de la gauche, que j'appelle conséquens, l'un par l'autre, et divisant par le terme de la droite, qui est seul, et que j'appelle antécédent, il est évident qu'on aura le même produit que dans la proportion.

157. Ceci posé, on peut donner cette règle générale: Pour résoudre toute règle de trois, directe et simple, *égalisez l'inconnue à la quantité dont elle est la relative, et placez au-dessous la quantité dont la relative est connue, en égalité avec sa relative.*

Nota. On observera que l'antécédent de la seconde égalité est toujours de même espèce que le conséquent de la première; et que le conséquent de la seconde égalité est toujours de l'espèce représentée par x. Or, rien de plus facile à établir que ces égalités par cette observation. Pour s'en convaincre, on présentera à l'élève toutes les questions qu'on peut proposer sur la règle de trois simple et directe, et dès l'instant il pourra en établir la so-

lution. Un de ses plus grands avantages est de conduire à résoudre toutes les opérations de banque, et à calculer les nouvelles tables des poids et mesures, comme nous le verrons au Cours de Banque.

158. Maintenant, au lieu de résoudre ces deux égalités par la méthode indiquée (156), je convertis les livres en deniers (72); et, posant le produit 35999, au dessous des conséquens, j'efface $149^{l}.19^{s}.11^{d}$; je porte, en opposition aux antécédens, les multiplicateurs 20 et 12; ensuite, je prends des parties égales sur les antécédens et les conséquens (146), ce qui ne change rien; l'opération ainsi simplifiée, je multiplie les uns par les autres tous les antécédens et tous les conséquens; et, divisant le produit des conséquens par celui des antécédens, j'ai la réponse.

Application.

$x =$ 222 aunes.

74 aunes $=$ 149 liv. 19 s. 11 d.

20	35999
12	74
4	

Rapport réduit.

80 : 35999 $= 449^{l}.19^{s}.9^{d}$.

2e QUESTION.

Si, pour 349 livres 17 sous 4 deniers, on a eu 317 mètres, combien coûteront 716 mètres de rubans?

$R. = 790^{l}.\ 4^{s}.\ 8^{d}.\ \frac{136}{317}$.

317 : 716 :: $349^{l}.17^{s}.4^{d}$: $x =$

Autre méthode qui sert de preuve.

x = 716 mètres

317$^{m.}$ = 349$^{l.}$ 17$^{s.}$ 4$^{d.}$

20	83968
12	
5	20992
3	179

4755 : 3757568. = 790$^{l.}$ 4$^{s.}$ 8$^{d.}$ $\frac{136}{317}$.

3e QUESTION.

Si 39 mètres, 36 coûtent 28 francs, 74; combien coûteront 120 mètres, 17?

R. =

39,36 : 120,17 :: 28,74 : x

Preuve.

x = 120 mètres, 17

39^{m},36 = 28 francs, 74

100	12017
100	2874
3936	100
1968	1437
656	479

65600 : 5756143 = 87,75.

4e QUESTION.

Combien coûteront 49 aunes $\frac{7}{12}$, si 9 aunes $\frac{11}{12}$ coûtent 167$^{l.}$ 13$^{s.}$ 11$^{d.}$?

R. = 838$^{l.}$ 9$^{s.}$ 7$^{d.}$

9 aunes $\frac{11}{12}$: 49 aunes $\frac{7}{12}$ :: 167$^{l.}$ 13$^{s.}$ 11$^{d.}$: x

$\frac{12}{119}$: $\frac{12}{595}$ ::

On préparera en réduisant les aunes en douzièmes.

Preuve.

x = 49 aunes $\frac{7}{12}$

9 aun. $\frac{11}{12}$ = 167^{l}. 13^{s}. 11^{d}.

119	12
12	595
20	40247
12	119
4	

Rapport réduit.

48 : 40247 = 838^{l}. 9^{s}. 7^{d}.

5e QUESTION.

Si pour 12^{l}. 15^{s}. 9^{d} on a eu 5 aunes $\frac{7}{8}$, combien coûteront 9 aunes $\frac{11}{12}$?

R. = 21^{l}. 11^{s}. 8^{d}. $\frac{14}{47}$

5 aunes $\frac{7}{8}$: 9 aunes $\frac{11}{12}$ :: 12^{l}. 15^{s}. 9^{d} : x

$\frac{8}{47}$ $\frac{12}{119}$ Préparation.

$\frac{12}{564}$ $\frac{8}{952}$

Preuve.

x = 9 aunes $\frac{11}{12}$

5 aun. $\frac{7}{8}$ = 12^{l}. 15^{s}. 9^{d}.

Rapport réduit.

1880 : 40579 = 21^{l}. 11^{s}. 8^{d}. $\frac{14}{47}$.

6e QUESTION.

Quel sera le prix de 37 marcs 7 onces 4 gros si, pour 487^{l}. 19^{s}. 11^{d}, on a eu 9 marcs 4 onces 7 gros?

R. = 1926^{l}. 11^{s}. 10^{d} $\frac{2}{615}$.

marcs. onc. gros. marcs. onc. gros.
9 4 7 : 37 7 4 :: 487^{l} 19^{s} 11^{d} : x

$\frac{8}{76}$ $\frac{8}{303}$ Préparation.

$\frac{8}{615}$: $\frac{8}{2428}$.

Preuve.

x = 37 marcs 7 onc. 4 gros.

marcs onc. g.
9 4 7 = 487^{l}. 19^{s}. 11^{d}.

8	2428
8	8
615	8
20	117119
12	607
3	

Rapport réduit.

36900. : 71091233. = 1296^{l}. 11^{s}. 10^{d}. $\frac{2}{615}$.

7e QUESTION.

Quel sera le prix de 74 toises, si, pour 1258^{l} 17^{s} 11^{d}, on a eu 98 toises 5 pieds 11 pouces ?

R. = 941^{l}. 2^{s}. 5^{d} $\frac{6917}{7127}$.

8e QUESTION.

Que revient-il à Pierre, pour 4 ans 7 mois 18 jours de gages, si, pour 2 ans 11 mois, il a reçu 4754^{l}. 19^{s}. 11^{d} ?

R. = 7553^{l}. 13^{s}. 0^{d} $\frac{22}{175}$.

Dans les exemples qui ont précédé, la relative étoit espèce argent ; dans ceux qui vont suivre, la relative variera d'espèces, et les quantités seront espèces argent.

9e QUESTION.

Combien aura-t-on de marcs, onces, et gros pour

109 livres, si, pour 180 livres 17 sous 4 deniers, on a eu 57 marcs 7 onces 7 gros ?

R. = 34 marcs 7 onces 4 gros $\frac{19472}{430408}$.

10e QUESTION.

Si, pour 39 livres 17 sous 11 deniers, on a eu 69 toises 5 pieds 11 pouces, combien aura-t-on de toises, pieds et pouces pour 87 livres 19 sous 11 deniers?

R. = 154 toises 2 pieds 2 pouces $\frac{2091}{9575}$.

11e QUESTION.

Si, pour 12 ans 4 mois 27 jours, on a payé 87 livres, on demande pour combien d'ans, mois et jours, on a payé 107 livres 11 sous 11 deniers.

R. = 15 ans 4 mois 4 jours $\frac{10221}{20880}$.

12e QUESTION.

Si 109 livres 17 sous 7 deniers rapportent 58 livres 17 sous 9 deniers, on demande la somme qui a rapporté 64 livres 9 sous 10 deniers.

R. = $120^{l}.\ 6^{s}.\ 8^{d}\ \frac{9298}{141133}$.

Nota. Dans les exemples ci-dessus opérés par la règle de trois, première méthode, on ne doit réduire à leur sous-espèces que les quantités, on ne touche jamais aux relatives, autrement le travail deviendroit trop long.

13e QUESTION.

La vente d'un ouvrage est divisée en 40 lots; on m'adjuge 15 lots pour 141 francs, 75, et j'offre de prendre les 25 lots restans pour le même prix : combien paierai-je ?

R. =

14e QUESTION.

Je conviens de prendre 15 mètres pour 607 fr., 45, et j'offre de prendre les 130 mètres restans au même prix : combien paierai-je ?

R. =

15e QUESTION.

Prendre 3 $\frac{1}{2}$ p. $\frac{0}{0}$ sur 548 l. 19 s. 8 d.

R. = 19 l. 4 s. 3 d. $\frac{23}{50}$.

16e QUESTION.

Prendre 6 $\frac{1}{2}$ p. $\frac{0}{0}$ sur 58000 francs.

R. = 3770 francs.

17e QUESTION.

Prendre 5 p. $\frac{0}{0}$ sur 78000 francs.

R. = 3900 francs.

18e QUESTION.

A 54 l. 17 s. 8 d. le $\frac{0}{0}$, combien coûteront 17 milliers de savon ?

R. = 9330 l. 3 s. 4 d.

19e QUESTION.

Un coupon d'étoffe de $\frac{5}{8}$ aune coûte 12 l. ; combien coûtera un autre coupon, de la ladite étoffe, de $\frac{3}{4}$ aune ?

R. = 14l,4.

20e QUESTION.

Quel sera le quatrième terme d'une proportion dont les trois premiers sont $\frac{1}{2} : \frac{3}{4} :: \frac{7}{8} : x = \frac{21}{16} = 1\frac{5}{16}$?

Opération.

$\frac{3}{4} \times \frac{7}{8} = \frac{21}{32}$ d $\frac{1}{2} = \frac{42}{32}$.

21e QUESTION.

Un libraire veut faire imprimer un ouvrage qui contient 19 feuilles, et il en veut faire tirer 1500 exemplaires; on demande combien il y emploiera de rames de papier, qui ont chacune 480 feuilles.

Opération.

480 : 19 :: 1500 : x = 59 rames $\frac{3}{8}$.

Nota. La rame à Paris contient 500 feuilles, et donne pour la même question 57 rames.

Règle de trois en fractions.

Si $\frac{4}{5}$ aune coûtent $\frac{7}{8}$ livre, combien coûteront $\frac{11}{12}$ aune?

R. = $\frac{385}{384}$l.

Opération.

$\frac{4}{5} : \frac{11}{12} :: \frac{7}{8} : x$

$\frac{11}{12} \times \frac{7}{8} = \frac{77}{96}$ D. $\frac{4}{5} = \frac{385}{384}$.

Preuve.

Si $\frac{11}{12}$ aune coûtent $\frac{385}{384}$l, combien coûteront $\frac{4}{5}$ aune?

R. =

2e QUESTION.

Combien coûteront $\frac{5}{7}$ aune, si $\frac{18}{19}$ aune coûtent $\frac{27}{28}$l?

R. = $\frac{285}{392}$l.

3e QUESTION.

Si pour $\frac{11}{12}$l on a eu $\frac{15}{16}$ aune, combien en aura-t-on pour $\frac{24}{25}$l?

R. = $\frac{54}{55}$ aune.

4e QUESTION.

Si pour $\frac{351}{39}$ on a eu $\frac{27}{45}$ marc, combien coûteront $\frac{19}{21}$ marc?

$R. = \frac{475}{351}$.

5e QUESTION.

Si pour 4 livres $\frac{2}{3}$ on a eu 13 aunes $\frac{1}{4}$, combien coûteront 16 aunes $\frac{4}{5}$?

$R. = \frac{4704}{795} = 5$ l. 18 s. 4 d. $\frac{4}{53}$.

Ces sortes de questions peuvent aussi se résoudre sans employer la méthode des fractions; par exemple, pour celle-ci on auroit:

$795 : 336 :: 14 : x = 5$ l. 18 s. 4 d. $\frac{4}{53}$.

SECTION II.

Règle de trois inverse et simple.

159. Dans la nature, lorsque les effets sont en raison des causes, c'est-à-dire, que plus la cause est grande et plus l'effet est grand, que plus la cause est petite et plus l'effet est petit, ou qu'en général le plus donne le plus et le moins donne le moins, le rapport est appelé direct.

Mais lorsque les effets sont en raison inverse des causes, c'est-à-dire, que plus la cause est grande et plus l'effet est petit, et réciproquement, que le plus donne le moins et que le moins donne le plus, le rapport est dit inverse ou indirect. Par exemple, plus il y a d'hommes pour faire un ouvrage, et moins il faut de temps pour le finir; plus on travaille d'heures

par jour, et moins il faut de jours ou d'ouvriers.

160. Dans ces sortes de questions, des quatre quantités qui entrent dans l'opération, les deux principales doivent se contenir l'une l'autre dans un ordre tout opposé à celui des deux autres quantités qui leur sont relatives; en sorte que, pour former une proportion, il faut qu'une quantité et sa relative forment les extrêmes, et l'autre quantité et sa relative forment les moyens : ou bien (et cela ne sera guère plus long) on posera la proportion comme si elle étoit directe, on la fera suivre ou précéder du mot *inverse*, et on changera de place les deux premiers termes de la proportion. Ce changement fait, on procède de la même manière que dans les règles directes, en faisant le produit des moyens et divisant par l'extrême connu.

Combien faudra-t-il de jours à 460 ouvriers pour faire un ouvrage, si 970 ouvriers ont employé 450 jours à faire le même ouvrage?

$$R. = 948 \text{ jours } \tfrac{21}{23}.$$

On voit, dans le premier cas, qu'il faut d'autant plus de jours, que le nombre des ouvriers est moindre; ainsi le nombre de jours cherché doit contenir le nombre de 450 jours, autant que le nombre d'ouvriers relatif à ceux-ci contient le nombre de 460 ouvriers relatif à ceux-là; il ne s'agit donc que de trouver le quatrième terme d'une proportion qui commenceroit par ces trois-ci :

460 ouvriers : 970 ouvriers :: 450 jours : $x = 948$ j. $\frac{21}{23}$;

ce qui revient à la poser comme si elle étoit directe (160) et à changer de place les deux premiers termes.

inverse 670 : 460 :: 450 : x

460 : 970

161. On peut encore appliquer ici la seconde méthode de solution (152); mais au lieu d'égaliser x à la quantité dont elle est la relative, il faut la mettre en égalité avec l'autre relative, et placer au-dessous l'autre quantité en égalité avec la relative à la première.

x = 970 ouvriers.
460 ouv. = 450 jours.

Rapport réduit.

23 : 21825 = 948 j. $\frac{21}{23}$.

2e QUESTION.

S'il faut 948 jours $\frac{21}{23}$ à 460 ouvriers pour faire un ouvrage, combien faudra-t-il de jours à 970 ouvriers pour faire le même ouvrage ?

R. =

3e QUESTION.

Combien faudra-t-il d'ouvriers pour faire un ouvrage en 450 jours, que 460 ouvriers ont fait en 948 jours $\frac{21}{23}$?

R. =

4e QUESTION.

Si 5800 hommes ont ouvert une tranchée de 7600 toises en 180 jours, combien faudra-t-il de jours à 740 hommes pour ouvrir la même tranchée ?

R. = 1410 jours $\frac{30}{37}$.

5e QUESTION.

Combien faudra-t-il employer de soldats pour ouvrir une tranchée de 7600 toises en 180 jours, si 740 soldats ont employé 1410 jours $\frac{30}{37}$ pour ouvrir la même?

R. =

6e QUESTION.

Combien faudra-t-il de jours à 5800 soldats, si 740 soldats ont employé 1410 jours $\frac{30}{37}$ pour le même ouvrage?

R. =

7e QUESTION.

S'il faut 2 aunes $\frac{3}{4}$ de taffetas de $\frac{3}{4}$ pour doubler une pelisse, combien en faudra-t-il de $\frac{2}{3}$?

R. = 3 aunes $\frac{3}{32}$.

8e QUESTION.

S'il faut 3647 aunes $\frac{7}{8}$ de drap de $\frac{4}{3}$ de large pour habiller un régiment, combien en faudra-t-il de $\frac{5}{6}$ de large pour faire le même ouvrage?

R. = 5836 aunes $\frac{3}{5}$.

9e QUESTION.

Un voyageur, faisant 12 lieues par jour, demeure 15 jours à faire son voyage, combien de jours demeurera-t-il s'il ne fait que 10 lieues par jour?

R. = 18 jours.

10e QUESTION.

Combien 344 aunes $\frac{7}{8}$ en $\frac{15}{16}$ feront-elles d'aunes en $\frac{4}{4}$?

R. = 323 aunes $\frac{41}{128}$.

IIe QUESTION.

Il y a dans une ville assiégée 4760 hommes de garnison, qui ont des vivres pour 80 jours; mais, ayant avis qu'ils ne pourront être secourus que dans 120 jours. On demande ce qu'il faut renvoyer d'hommes pour que les vivres puissent durer ledit temps; et, dans le cas où on ne peut les renvoyer, à combien faut-il réduire la ration de pain, qui est de 16 onces.

R. Il faudroit renvoyer 1586 hommes $\frac{2}{3}$
ou réduire la ration à 10 onces $\frac{2}{3}$.

SECTION III.

Règle de trois composée.

162. On appelle règle de trois composée, toute question dont la solution dépend de plus de deux rapports qui formeroient deux, trois, ou un plus grand nombre de règles de trois, tant directes qu'inverses.

163. On appelle *rapport composé*, celui qui résulte de deux, ou d'un plus grand nombre de rapports, dont on multiplie entr'eux les antécédens et les conséquens. Par exemple, si l'on a les deux rapports 8 : 4 et 12 : 3, le produit des antécédens 8×12 sera 96; celui des conséquens 4×3 sera 12. Le rapport de 96 à 12 est ce qu'on appelle rapport composé des rapports de 8 à 4 et de 12 à 3.

164. Où l'on remarquera que le nouveau rapport 8 des produits 96 à 12, est égal au produit des rapports partiels composant $8 : 4 = 2$, et $12 : 3 = 4$;

et on peut voir que cela est général, en faisant attention que le rapport est mesuré par une fraction, qui a l'antécédent pour numérateur et le conséquent pour dénominateur : ainsi, le rapport composé doit être une fraction qui ait pour numérateur le produit des deux antécédens, et pour dénominateur le produit des deux conséquens; c'est donc le produit des deux fractions qui exprime les rapports composans.

165. Si les rapports que l'on multiplie sont égaux, le rapport composé est dit *rapport doublé*, si l'on n'a multiplié que deux rapports; *rapport triplé*, si l'on en a multiplié trois; ainsi de suite, *quadruplé*, *quintuplé*, etc.

EXEMPLE.

$$\begin{array}{rcl} 4 : 12 & = & 3 \\ 5 : 15 & = & 3 \\ 6 : 18 & = & 3 \\ \hline \textit{Rapport triplé}\ 120 : 3240 & = & 27. \end{array}$$

166. Si l'on a deux proportions et qu'on les multiplie par ordre; c'est-à-dire, le premier terme de l'une par le premier terme de l'autre, le second par le second, et ainsi de suite; les quatre produits qui en résulteront seront en proportion.

Car, en multipliant ainsi deux proportions, c'est multiplier deux rapports égaux par deux rapports égaux (140): donc les quatre produits qui en résultent doivent être égaux: donc les quatre produits doivent être en proportion (140).

167. Donc les carrés, les cubes, et en général les puissances semblables de quatre quantités en proportion, sont aussi en proportion; puisque, pour former ces puissances, il ne faut que multiplier la proportion par elle-même plusieurs fois de suite.

168. Donc il en sera de même des racines carrées et cubiques, etc.

169. Résumons de tout ceci, que, puisque dans la règle de trois composée le rapport de la quantité cherchée à la quantité de même espèce qui entre dans l'énoncé de la question, n'est pas donné par le rapport simple des deux autres quantités seulement, mais par plusieurs rapports simples, qu'il s'agit de composer d'après l'examen de la question; quand une fois ces rapports ont été composés, la règle est réduite à une règle de trois simple.

QUESTION.

Combien faudra-t-il de jours à 720 hommes pour faire 48000 toises de chemin, si 2880 hommes ont employé 780 jours pour faire 528000 toises?

R. = 283 jours $\frac{7}{11}$.

Pour résoudre cette question, j'établis deux proportions, en prenant les antécédens dans la partie de la question où tout est connu; ensuite je distingue les inverses et les directes (160), puis je procède à la solution, en changeant de place les antécédens des règles inverses; alors, pour simplifier, je prends des parties égales sur les antécédens et les conséquens, et je termine par multiplier tous les antécédens les

uns par les autres, ce qui me donne 11; tous les conséquens, ce qui me donne 4, le troisième terme étant 780; je fais le produit des moyens, et, divisant par l'extrême connu, je trouve la réponse.

EXEMPLE.

inverse	2880 hommes.	:	720 hommes.	
directe	528000 toises.	:	48000 toises.	:: 780 jours : x.

Solution.

720 : 2880 :: 780 : x.

528000 : 48000.

6	4
44	24
1	4
11	1

11 : 4 :: 780 : x.

$x = 283$ jours $\frac{7}{11}$.

2e QUESTION.

Combien faudra-t-il d'hommes pour faire 528000 toises de chemin en 780 jours, si 720 hommes ont fait 48000 t. en 283 jours $\frac{7}{11}$?

R. =

3e QUESTION.

Combien faudra-t-il de jours à 2880 hommes pour faire 528000 toises de chemin, si 720 hommes ont employé 283 jours $\frac{7}{11}$ pour faire 48000 toises ?

R. =

4e QUESTION.

Combien faudra-t-il de jours à 7200 ouvriers pour faire 36000 toises de long sur 2700 de large et 1200 de profondeur, si 3600 ouvriers ont employé 800 jours à faire 24000 toises de long sur 600 de large et 900 de profondeur ?

R. = 3600 jours.

	ouvriers.		ouvriers.	
inverse	3600	:	7200	
	toises.		toises.	
directe	24000		36000	:: 800 j^{rs} : x.
dir.	600		2700	
dir.	900		1200	

5e QUESTION.

Combien faudra-t-il d'ouvriers pour faire 24000 t. de long sur 600 de large et 900 de profondeur, en 800 jours, si 7200 ouvriers ont fait 36000 toises de long sur 2700 de large et 1200 de profondeur, en 3600 jours ?

R. =

6e QUESTION.

Si 360 ouvriers, en travaillant 14 heures par jour, ont fait 408 toises de long sur 200 de large et 160 de profondeur, en 604 jours $\frac{4}{9}$, on demande combien 480 ouvriers travailleront d'heures par jour pour faire 180 toises de long sur 400 de large et 120 de profondeur, en 420 jours.

R. = 10 heures.

7e QUESTION.

Combien faudra-t-il de jours à 480 ouvriers pour

faire 180 toises de long sur 400 de large et 120 de profondeur, en travaillant 10 heures par jour, si 360 ouvriers, travaillant 14 heures par jour, ont fait 408 t. de long sur 200 de large et 160 de profondeur, en 604 jours $\frac{4}{9}$?

$R =$

8e QUESTION.

Combien faudra-t-il d'ouvriers pour faire 180 toises de long sur 400 de large et 120 de profondeur, en 420 jours, travaillant 10 heures par jour, si 360 ouvriers, en travaillant 14 heures par jour, ont fait 408 toises de long sur 200 de large et 160 de profondeur en 604 jours $\frac{4}{9}$?

$R. =$

9e QUESTION.

On demande combien il faudra de jours à 600 hommes pour faire 40 pièces de drap de 35 aunes $\frac{1}{2}$ de long, en travaillant 10 heures par jour, si 14 hommes font 3 pièces $\frac{1}{2}$ de 30 aunes $\frac{7}{8}$ en 30 jours, travaillant 8 heures par jour?

$R. = 7$ jours $\frac{443}{1235}$.

10e QUESTION.

Combien travailloient d'heures par jour 600 hommes pour faire 40 pièces de drap de 35 aunes $\frac{1}{2}$ de long, en 7 jours $\frac{443}{1235}$, si 14 hommes, en travaillant 8 heures par jour, ont fait 3 pièces $\frac{1}{2}$ de 30 aunes $\frac{7}{8}$ en 30 jours?

$R. =$

11e QUESTION.

Combien faudra-t-il d'ouvriers pour faire 3 pièces $\frac{1}{2}$ d'étoffe de 30 aunes $\frac{7}{8}$ en 30 jours, et travaillant 8 heures par jour, si 600 ouvriers, en travaillant 10 heures par jour, ont fait 40 pièces de même étoffe de 35 aunes $\frac{1}{2}$ de long en 7 jours $\frac{443}{12135}$?

R. =

12e QUESTION.

Si un homme, marchant 7 heures par jour, a mis 30 jours à faire 230 lieues, on demande combien il emploieroit de jours pour faire 600 lieues en marchant 10 heures par jour.

R. = 54 jours $\frac{18}{23}$.

13e QUESTION.

On a payé 52 livres 10 sous pour 7 aunes $\frac{2}{3}$ de drap de $\frac{5}{6}$ de large, combien coûteront 20 aunes de drap de même qualité qui n'a que $\frac{3}{4}$ de large ?

R. = 123 l. 5 s. 2 d. $\frac{14}{23}$.

14e QUESTION.

Un imprimeur veut imprimer un *in-folio ;* il met 75 lettres à chaque ligne, et 60 lignes à chaque page ; il lui faut 29 balles de papier pour en tirer 800 exemplaires : on demande combien il lui faudra de balles de papier pour en tirer 1000 exemplaires, en mettant 80 lettres à chaque ligne, et 65 lignes à chaque page.

R. = 31 balles $\frac{77}{208}$.

15e QUESTION.

Une personne met 100 francs à une loterie, et gagne

le $\frac{1}{4}$ de son argent; elle remet le tout, et gagne le tiers; elle remet encore le tout, et gagne la moitié; elle remet le tout une quatrième fois, et en perd les $\frac{2}{3}$; enfin, elle remet ce qui lui en reste, et en perd les $\frac{5}{8}$. Combien lui reste-t-il?

R. = 31 fr. 25 c.

Opération.

1	:	1 $\frac{1}{4}$		
1	:	1 $\frac{1}{3}$		
1	:	1 $\frac{1}{2}$	:: 100 : x.	
1	:	$\frac{1}{3}$		
1	:	$\frac{3}{8}$		

Rapport réduit.

4 : 5 :: 25 : x.

16e QUESTION.

Si un marchand a payé 14 francs pour la voiture de 10 myriagrammes de marchandises pour 16 lieues, combien coûtera-t-il, à proportion, pour celle de 21 myriagrammes pour 30 lieues?

R. = 55 fr., 25.

17e QUESTION.

Un voiturier voiture 8 quintaux, 6 lieues de chemin, pour 4 livres 10 sous; combien de lieues voiturera-t-il 16 quintaux pour 15 livres?

R. = 10 lieues.

18e QUESTION.

On paie 16l,5 pour voiturer 8 $\frac{3}{4}$ quintaux 20 lieues;

combien de quintaux pourra-t-on, à proportion, faire voiturer 30 lieues pour 27 livres ?

$R. = 9\frac{6}{11}$ quintaux.

19e QUESTION.

Si 40 personnes ont dépensé en 2 jours 160 livres pour voiture et nourriture, pendant combien de jours suffiront 3600 livres pour la dépense semblable de 60 personnes ?

$R. = 30$ jours.

CHAPITRE VII.

Règles de compagnie ou de société.

170. CETTE règle a emprunté son nom de son usage; elle fait connoître le bénéfice ou la perte des intéressés dans les compagnies; le partage des créanciers, au marc la livre, dans les faillites; la part des héritiers dans le partage des successions; enfin toute espèce de répartition proportionnelle aux capitaux; elle est l'application de la règle de trois, car elle consiste à partager un nombre donné en parties proportionnelles à plusieurs autres nombres aussi donnés de cette manière : la somme des parties proportionnelles est à chacune de ces parties comme la somme à partager est à un quatrième terme représenté par x, fondé sur ce que nous avons démontré : ainsi, il y a autant de règles de trois que de partageans.

On peut diviser en deux sections les questions qu'on peut proposer sur cet objet; savoir :

Questions simples;
Questions composées.

SECTION PREMIÈRE.

Règle de compagnie simple.

171. On appelle ainsi les questions pour la solution desquelles on procède sur-le-champ au partage par la règle de trois.

1re QUESTION.

Trois marchands ont fait une société de 72070 francs, dans laquelle ils ont gagné 8240 francs; on demande le gain de chacun suivant sa mise.

Le 1er y a mis 17800 francs.
2e *id.* 24100
3e *id.* 30170.

Pour opérer cette question, je fais l'addition des mises, pour avoir le fonds de la société; et ayant trouvé 72070 francs, je dis, par règle de trois, si un fonds de 72070 francs donne un bénéfice de 8240 fr., combien donnera chaque mise; d'abord 17800 fr., ensuite 24100 fr., enfin 30170 fr.; ou bien en changeant de place les moyens, (ce qui ne change rien).

	:	17800			1er	2035fr,13.
72070	:	24100	::	8240 : x =	2e	2755 ,43.
	:	30170			3e	3449 ,43.
				Preuve.		8240 fr..

La preuve se fait par l'addition des bénéfices qui doivent faire le gain total.

172. On pourroit résoudre ces sortes de questions en divisant la somme à partager ou le bénéfice par le fonds, et multiplier ensuite ce quotient par les diverses mises : cette manière devient plus courte lorsque les partageans sont très-nombreux.

On remarquera qu'il n'est pas absolument nécessaire de faire autant de règles de trois, par la première méthode, ou de multiplications, par la seconde, qu'il y a de parties à trouver : on peut se dispenser de la dernière, en retranchant du nombre proposé la somme des autres parties, quand on les a trouvées.

2e QUESTION.

Quatre négocians ont gagné 28000 livres dans une entreprise; on demande la part de chacun suivant son intérêt dans la société.

Le 1er est intéressé pour 28000 liv.
2e *id.* 30700
3e *id.* 14800
4e *id.* 9300

Réponse. *Parts et preuve.*

Le 1er aura	9468l.	11s.	11d.	$\frac{636}{828} = \frac{53}{69}$.
2e	10381	12	10	$\frac{14}{69}$.
3e	5004	16	7	$\frac{29}{69}$.
4e	3144	18	6	$\frac{42}{69}$.
	28000	»	»	

3e QUESTION.

H. faillite de 46800 livres, et ne laisse pour payer que son mobilier, estimé 6000 livres; combien perdront ses créanciers chacun en particulier?

Il est dû au marchand de vin 17000 liv.
id. au marchand de chevaux 19800
id. au marchand de drap 10000

Réponse.	*Perte de chacun.*			
Le 1er	14820l.	10s.	3d.	$\frac{1}{13}$.
2e	17261	10	9	$\frac{3}{13}$.
3e	8717	18	11	$\frac{9}{13}$.

Dans cet exemple, j'ai d'abord calculé ce que chacun des créanciers devoit retirer sur les 6000 liv. proportionnellement à sa créance; 2° j'ai soustrait ces diverses parts de leurs créances respectives, et j'ai trouvé leur perte réelle.

4e QUESTION.

Quelle sera la part des intéressés dans une faillite pour laquelle il ne reste que 60000 livres?

Il est dû à un épicier 46 milliers de savon, à 80 liv. le $\frac{c}{c}$.
id. à un md de vin 150 tonneaux, à 500 la pièce.
id. à un md de chevaux 24 chevaux, à 1500

Pour résoudre cette question, il faut établir ce qui est dû à chacun en somme, et procéder à l'ordinaire.

Réponse.

Au 1er	14693l.	17s.	6d.	$\frac{90}{147} = \frac{30}{49}$.
2e	30612	4	10	$\frac{38}{49}$
3e	14693	17	6	$\frac{30}{49}$.

5e QUESTION.

Avant de tirer à la milice, nous avons fait une bourse commune entre 280, et nous sommes tombés cinq. Quelle sera la part de chaque milicien suivant sa mise à la bourse commune de 12400 francs.

		Parts et preuve.		
Le 1er avoit mis	72 francs.	Il revient au 1er.		2480 fr.
2e.....	120		2e	4133, 33.
3e.....	48		3e	1653, 33.
4e.....	24		4e	826, 66.
5e.....	96		5e	3306, 66.
		Total.		12400.

6e QUESTION.

Le premier district du département de l'Aube a payé cette année,

548600 fr. au lieu de 460000 qu'il payoit l'an passé.

Le 2e	420000	*id.*	380000.	*id.*
3e	300000	*id.*	220000.	*id.*
4e	245000	*id.*	190000.	*id.*

On demande, 1° de combien le département de l'Aube a été augmenté; 2° de combien le département de la Côte-d'Or doit être augmenté, en raison de celui de l'Aube; 3° de combien chaque district du département de la Côte-d'Or doit être augmenté en particulier, suivant ce qu'il payoit ci-dessous:

Le 1er district de la Côte-d'Or a payé l'an passé	320000 fr.
2e.....	260000
3e.....	145000

R. Augmentation du département de l'Aube 263600 liv.
id..... de la Côte-d'Or 152888
id..... de chaque district :
Le 1er..... 67481fr., 60.
2e..... 54828 , 80.
3e..... 30577 , 60.

Total et preuve..... 152888 » ».

Pour opérer cette question, j'ai 1° calculé l'augmentation du département de l'Aube; 2° celle de la Côte-dOr; 3° enfin, celle des districts de la Côte-d'or.

1° Par soustraction.

2° Par règle de trois.

3° Par règle de compagnie.

7e QUESTION.

Pierre partage son bien de 768000 liv. entre quatre enfans, à condition que plus ils auront d'âge et moins ils auront. Il laisse 6000 liv. à son neveu, hypothéquées sur tous ses biens.

Savoir, 1° ce qui revient à chacun des enfans.

2° Ce que chacun doit donner au neveu, suivant sa part.

Le 1er est âgé de 48 ans
2e. 39
3e. 28
4e. 20

Nota. Les âges sont ici les parties proportionnelles, ainsi on en fera la somme, etc. (171) et comme le plus âgé doit avoir moins, on lui donnera la part du dernier, ainsi de suite dans un ordre renversé.

Preuve.

	Part des enfans.			*id.* du neveu.		
1er	113777l.	15s.	6d. $\frac{2}{3}$.	888l.	17s.	9d. $\frac{1}{3}$.
2e	159288	17	9 $\frac{1}{3}$.	1244	8	10 $\frac{2}{3}$.
3e	221866	13	4.	1733	6	8.
4e	273066	13	4.	2133	6	8.

8e QUESTION.

Quatre personnes sont intéressées sur un fonds de 80000 liv. qui leur a rapporté 30000 liv. On demande quelle sera la part de chacun, et qu'elle étoit sa mise.

Le 1er y est intéressé pour 5 sous ou ,25 centimes.
2e *id.* 10 ,50
3e *id.* 4 ,20
4e *id.* 1 ,05

Nota. On emploie cette manière d'énoncer les mises, pour cacher au vulgaire les moyens d'une entreprise, et il est évident que celui qui a mis 5 sous est intéressé pour le quart du capital et des bénéfices, lorsque la masse des mises forme la livre de 20 sous. Quelquefois, et lorsque les intéressés sont nombreux, on compose la livre de 60 s. de 80 sous, etc.

Preuve.

	Mises.	Bénéfices.
1er	20000 liv.	7500 liv.
2e	40000	15000
3e	16000	6000
4e	4000	1500

9e QUESTION.

Trois amis ont gagné 12000 francs dans une entreprise : le premier, qui y avoit mis une certaine

somme, a gagné 3000 francs; le deuxième a pareillement retiré 4800 francs de bénéfice; le troisième, qui y avoit mis, en différens effets, 18000 francs, a retiré sa part dudit bénéfice. On demande quelle étoit la mise du premier et du second, et la part du troisième?

R. Le gain du 3e = 4200 fr.
La mise du 1er = 12857fr.,14.
La mise du 2e = 20571 ,43.

Pour opérer cette question, on cherchera d'abord quel étoit le gain du troisième; et ensuite, par deux règles de trois, on trouvera les deux mises cherchées.

10e QUESTION *qui sert de preuve.*

Trois amis ont fait une société de 51428 fr.,57, dans laquelle ils ont gagné 12000 francs; on demande quelle sera la part de chacun suivant sa mise.

Le 1er a mis 12857fr.,14 = 2s. — 10d. $\frac{2}{7}$.
2e 20571 ,43 = 8 — 6 $\frac{6}{7}$.
3e 18000.

On fera encore la preuve avec les données suivantes.

Le bénéfice étant de 12000l. le fonds de 51428l. 11s. 5d. $\frac{1}{7}$.
Le 1er ayant mis 12857l. 2s. 10d. $\frac{2}{7}$.
2e 20571 8 6 $\frac{6}{7}$.
3e 18000 » »

11e QUESTION.

Cinq personnes sont intéressées sur un fonds

de 36000000 livres, qui leur a produit 124000 liv.; on demande la part et la mise des intéressés.

La 1re est intéressée pour 10 sous.

2e 20
3e 30
4e 15
5e 5

12e QUESTION.

Partager 97600 livres entre quatre personnes, de manière que les parts soient entr'elles comme les nombres 7, 13, 19 et 23.

R. =

Parts et preuve.

La 1re aura	11019l.	7s.	1d.	$\frac{5}{31}$.
2e	20464	10	3	$\frac{27}{31}$.
3e	29909	13	6	$\frac{18}{31}$.
4e	36206	9	»	$\frac{12}{31}$.

SECTION II.

Règle de compagnie composée.

173. On appelle ainsi les questions pour la solution desquelles il faut un travail préparatoire, sur le gain ou sur les mises, avant de procéder au partage par l'application des règles de trois.

174. On appelle régie, ou frais de régie, l'intérêt accordé sur les bénéfices à celui qui se charge de la conduite de l'entreprise, et que l'on nomme direc-

teur ou régisseur; il commence par prélever son bénéfice avant les intéressés, et ce qui reste se nomme *gain net.*

175. A légard des diverses époques de placement des mises, on multipliera chaque mise par le temps qu'elle est restée dans l'entreprise; ce qui donnera de nouvelles mises et un fonds relatif, et on fera les proportions ordinaires, avec le fonds relatif, les nouvelles mises relatives et le gain net.

1re QUESTION.

Trois personnes ont fait une entreprise qui leur a donné 7480 francs de bénéfice; elles avoient un régisseur à qui on donnoit 6 p. $\frac{0}{0}$: on demande quelle sera la part de chacune suivant sa mise et le temps.

Le 1er a mis	400fr.	qui ont resté pendant	4 mois	dans la société.
2e	180	*id.*	9	*id.*
3e	201	*id.*	6	*id.*

Pour opérer cette question, on commencera par prendre 6 p. $\frac{0}{0}$ de régie sur le bénéfice; ce qui donnera 100 : 6 :: 7480 : x = 448 fr., 80 c.: on retranchera cette somme trouvée de 7480 francs, et il restera en *gain net* la somme de 7031 fr., 20 c. à partager entre les associés.

Ensuite, on réduira toutes les mises en un même temps, en cette manière:

La mise de 400 francs a dû produire pendant 4 mois autant que 4 fois 400 fr., ou 1600 fr., pendant un mois.

La mise de 180 francs a dû produire, pendant 9 mois,

autant que 9 fois 180 francs, ou 1620 francs, pendant un mois.

Enfin, la mise de 201 francs a dû produire, pendant 6 mois, autant que 6 fois 201 francs, ou 1206 francs, pendant un mois.

Ainsi la question est réduite à cette autre : Les mises des trois associés sont 1600 francs, 1620 fr., 1206 francs ; combien revient-il à chacun sur le gain net 7031 fr., 20 c. ?

En procédant comme ci-devant, on trouvera :

	1600 ::		=	2541 fr.	78.
4426 :	1620 ::	7031 fr. 20 c. x.	=	2573.	56.
	1206 ::		=	1915.	87.
		Ajoutant la régie		448.	80.
	Total et preuve.			7480 fr.	«

2e QUESTION.

Le gain d'une entreprise est de 1740 livres, la régie à 7 p. $\frac{0}{0}$; on demande la part de chacun suivant sa mise et le temps.

Le 1er a mis 174l. qui ont resté 7 mois dans la société.
2e 304 *id.* 2 *id.*
3e 580 *id.* 4 *id.*

Parts et preuve.

Au 1er	475l.	7s.	9d.	$\frac{441}{691}$.
2e	237	6	1	$\frac{101}{691}$.
3e	905	10	1	$\frac{149}{691}$.
Régie	121	16		

3e QUESTION.

Le gain étant de 1740 fr., la régie à 7 $\frac{1}{2}$ p. $\frac{0}{0}$, l'entreprise ayant duré 2 ans, quelle sera la part de chacun?

	francs		mois		francs.
Le 1er a mis	180	et au bout de	13	il a remis	80
2e	200	*id.*	12	*id.*	100
3e	310	*id.*	10	il a ôté	100
4e	410	*id.*	9	*id.*	170

Manière d'opérer.

Après avoir cherché le produit de la régie à 7 $\frac{1}{2}$ p. $\frac{0}{0}$ sur 1740 fr., = 130 fr., 50 c., et soustrait, pour avoir 1609 fr., 50 c. *gain net*, on multipliera chaque mise par le temps qu'elle est restée dans la société, et on ajoutera ou l'on retranchera ces deux produits, pour avoir la première mise relative. Ainsi,

180 × 24 mois = 4320 + (80 × 11 mois = 880) = 5200.
200 × 24 *id.* = 4800 + (100 × 12 *id.* = 1200) = 6000.
310 × 24 *id.* = 7440 — (100 × 14 *id.* = 1400) = 6040.
410 × 24 *id.* = 9840 — (170 × 15 *id.* = 2550) = 7290.

Total. 24530.

Total des mises relatives.

24530 : 5200 :: 1609fr.,50 : x = 341fr.,19.
: 6000 = 393 ,68.
: 6040 = 396 ,31.
: 7290 = 478 ,33.
1609 ,50.

4e QUESTION.

Une muraille a 30 pieds de long, 20 pieds de haut et 3 pieds d'épaisseur; une autre muraille a 40 pieds de long, 10 pieds de haut et 2 pieds d'épaisseur :

ces deux murailles ont coûté 1000 francs; combien coûte chacune d'elles séparément?

R. = 1re = 692fr.,31
= 2e = 307 ,69

On cherchera la solidité de la 1re muraille = 1800 pieds cub.
id. ..... = 800.

Solidité des deux..... 2600.

2600 : 1800 :: 1000 fr. : *x*.
800.

5e QUESTION.

Le gain est de 4900 francs, la régie à 4 $\frac{1}{2}$ p. $\frac{0}{0}$, l'entreprise ayant duré 2 ans 6 mois, quelle sera la part de chacun?

	liv.		mois		liv.
Le 1er a mis	100	et au bout de	17	il a remis	90
2e	110	*id.*	13	*id.*	60
3e	210	*id.*	11	il a ôté	80
4e	280	*id.*	18	*id.*	19.

Parts et preuve.

1er	910l.	1s.	2d	$\frac{10612}{21442}$.
2e	942	15	11	$\frac{2818}{21442}$.
3e	1043	3	8	$\frac{17512}{21442}$.
4e	1783	9	1	$\frac{11942}{21442}$.
Régie	220	10	»	
	4900	»	»	

6e QUESTION.

Le gain est de 4790 livres, la régie à 4 p. $\frac{0}{0}$, l'entreprise a duré 2 ans 7 mois 18 jours, quelle sera la part de chacun?

	liv.		mois	jours		liv.
Le 1er a mis	1110	et au bout de	17	18	il a remis	400
2e	2300	*id.*	18	20	il a ôté	560.

Parts et preuve.

Au 1er	1762l.	13s.	8d.	$\frac{2262880}{3183400}$.
2e	2835	14	3	$\frac{920520}{3183400}$.
Régie	191	12	».	
Gain total.	4790	»	».	

7e QUESTION.

L'on a acheté 16 pièces d'étoffes, ci-dessous spécifiées, qui ont coûté 1252 livres 16 sous; l'on demande le prix de l'aune de chacune?

	aunes				
5 pièces aunant	20	de	$\frac{5}{4}$	de large font . . .	} aunes de superficie.
3 *id.*	24		$\frac{7}{8}$	*id.* . . .	
8 *id.*	30		$\frac{2}{3}$	*id.* . . .	
16 pièces qui ont en superficie				348 aunes carr.	

Pour trouver la superficie, on a multiplié la longueur de chaque pièce par sa largeur, et le produit par le nombre des pièces.

Ensuite, par règle de trois :

348 aunes : 125 :: 1252l. 16s. : x = 450
: 63 :: = 226. 16.
: 160 :: = 576

Ensuite :

100 aunes	: 1 aun.	::	450l.	: x =	4l. 10s.
72	: 1	::	226. 16	: x =	3 3.
240	: 1	::	576	: x =	2 8.

8e QUESTION.

On demande 200 livres pour 3 douzaines $\frac{1}{2}$ de serviettes d'une aune de long, de $\frac{3}{4}$ de large, et pour deux nappes de 2 aunes $\frac{1}{2}$ de long, et d'une aune $\frac{1}{2}$ de large; combien coûtera chaque serviette et chaque nappe?

$R =$ { Chaque nappe 19l. 4s. 7d. ; Chaque serviette 3 16 11. }

Opération.

Superficie carrée des serviettes.
id. . . . . . des nappes.

39 aunes carrées.

Proportion.

39 : 31 aunes $\frac{1}{2}$ :: 200 : x.
39 : 7 aunes $\frac{1}{2}$ :: : x.

Enfin, diviser x par 42 serviettes.
id. . . . . . par 2 nappes.

9e QUESTION.

Partager 15029 livres entre 4 personnes, de manière que la première ait les $\frac{3}{4}$, la deuxième les $\frac{2}{3}$, la troisième les $\frac{4}{5}$, la quatrième les $\frac{3}{8}$; quelle sera la part de chacune?

R. = Le 1er aura 4349l. 4s. 6d. $\frac{246}{311}$.

CHAPITRE VIII.

Des fractions de fractions, et règles de fausse position.

SECTION PREMIÈRE.

Des fractions de fractions.

176. On appelle ainsi des fractions liées entre elles par l'article *de* ou *des;* par exemple, le $\frac{1}{3}$ des $\frac{3}{4} = \frac{1}{4}$; et elles ont déjà paru (84) d'une manière indirecte aux multiplications des nombres complexes, qui leur servoient d'introduction. Nous allons les traiter directement; elles reposent sur la règle de multiplication des fractions (68).

1re QUESTION.

Prendre les $\frac{2}{3}$ des $\frac{3}{4}$ de la $\frac{1}{2}$ de 711 livres.

R. = 177 l. $\frac{3}{4}$.

Pour opérer cette question, je commence par la fin : 1° je prends la $\frac{1}{2}$ de 711 l. = $355\frac{1}{2}$; 2° je prends les $\frac{3}{4}$ de $355\frac{1}{2}$ en commençant par prendre le quart et multipliant le produit par 3 = $266\frac{5}{8}$; 3° je prends les $\frac{2}{3}$ de $266\frac{5}{8}$, en commençant par prendre le tiers et multipliant le produit par 2 = $177\frac{3}{4}$.

Opération.

711

La $\frac{1}{2}$ = $355\frac{1}{2}$

Les $\frac{3}{4}$ = $266\frac{5}{8}$ Le $\frac{1}{4} = 88\frac{7}{8} \times \frac{3}{1} = \frac{21}{8} = 2\frac{5}{8}$.

Les $\frac{2}{3}$ = $177\frac{3}{4}$ Le $\frac{1}{3} = 88\frac{21}{24} \times \frac{2}{1} = \frac{42}{24} = 1\frac{3}{4}$.

Autre méthode qui sert de preuve.

Par cette seconde méthode, au lieu d'opérer sur le nombre proposé, je multiplie les fractions les unes par les autres pour avoir une fraction totale qui soit l'expression de toutes les autres, et, par règle de trois, je trouve ma réponse.

Opération.

Les $\frac{3}{4}$ de la $\frac{1}{2} = \frac{3}{8}$.
Les $\frac{2}{3}$ des $\frac{3}{8} = \frac{1}{4}$.

Si, lorsque l'unité est divisée en 4 parties, elle donne 1 (pour les $\frac{2}{3}$ des $\frac{3}{4}$ de la $\frac{1}{2}$), combien donneront 711 livres ?

$$4 : 1 :: 711 : x = 177\ \tfrac{3}{4}.$$

Question à opérer par les deux méthodes.

2e QUESTION.

Prendre $\frac{4}{5}$ des $\frac{2}{3}$ des $\frac{3}{4}$ des $\frac{5}{7}$ de 7137 liv.
R. = 2039 livres $\frac{1}{7}$.

3e QUESTION.

Prendre les $\frac{4}{7}$ des $\frac{3}{4}$ des $\frac{5}{9}$ des $\frac{2}{3}$ de 1175 liv.
R. = 186 livres $\frac{32}{63}$.

4e QUESTION.

Prendre les $\frac{5}{7}$ des $\frac{2}{3}$ des $\frac{3}{5}$ des $\frac{2}{3}$ des $\frac{7}{9}$ de 7576 liv.
R. = 1122 livres $\frac{10}{27}$.

5e QUESTION.

Prendre les $\frac{5}{6}$ des $\frac{2}{3}$ des $\frac{3}{4}$ des $\frac{7}{8}$ de 71 liv. $\frac{2}{3}$.
R. = 26 livres $\frac{37}{288}$.

Règle de fausse position.

177. On appelle ainsi les questions qui se résolvent à l'aide d'un nombre qu'on suppose être le véritable; et alors l'opération se réduit à faire sur le nombre faux les mêmes opérations que l'on feroit sur le véritable, si on vouloit le vérifier; ensuite, par règle de trois, on dira : Si tel résultat vient de telle fausse position, d'où vient le résultat énoncé dans la question? ce qui donnera le véritable nombre cherché, dont on fera la preuve en procédant comme on l'a fait sur la supposition.

Nota. Quel que soit le nombre qu'on suppose, ou entier ou fractionnaire, il n'importe. Mais, quand on veut éviter les fractions et rendre l'opération plus simple, il faut prendre pour supposition le produit de tous les dénominateurs des fractions indiquées dans la question.

1re QUESTION.

Quel est le nombre dont les $\frac{4}{5}$ des $\frac{11}{12}$ des $\frac{3}{4}$ des $\frac{2}{3}$ des $\frac{7}{9}$ font 71 livres?

R. = 248 liv. $\frac{74}{77}$.

Dans cet exemple, j'ai supposé 27 livres; et, ayant procédé comme dans les règles précédentes, je trouve 7 l. $\frac{7}{10}$; je dis ensuite, par règle de trois, si 7 l. $\frac{7}{10}$ proviennent de 27 livres, de quel nombre proviennent 71 livres? et je trouve ma réponse.

Pour la preuve je prends, sur le nombre trouvé 248 l. $\frac{74}{77}$, toutes les parties énoncées dans la question, et je trouve 71 livres.

2e QUESTION.

Quel est le nombre dont les $\frac{4}{7}$ des $\frac{2}{3}$ des $\frac{5}{6}$ des $\frac{7}{8}$ des $\frac{3}{4}$ des $\frac{8}{9}$ font 427 liv. $\frac{7}{9}$?

R. = 2310 liv.

3e QUESTION.

Quel est le nombre dont les $\frac{5}{7}$ des $\frac{4}{6}$ des $\frac{3}{5}$ des $\frac{2}{3}$ donnent 1122 liv. $\frac{10}{27}$?

R. = 7576 liv.

4e QUESTION.

Quel est le nombre dont le $\frac{1}{4}$ des $\frac{2}{3}$ des $\frac{4}{5}$ des $\frac{7}{8}$ des $\frac{2}{3}$ donne 1 liv.?

R. = 12 liv. $\frac{6}{7}$.

5e QUESTION.

Antonio partage son bien entre cinq personnes; il donne à la première les $\frac{4}{7}$, à la seconde les $\frac{2}{3}$ du reste, à la troisième les $\frac{4}{5}$ du reste, à la quatrième les $\frac{2}{3}$ du reste, à la cinquième le reste final qui est 1200 livres: on demande quels étoient le bien d'Antonio et les parts de chaque personne.

Réponse 1re = 72000 liv.
2e = 36000
3e = 14400
4e = 2400
5e = 1200
} 126000 l. Bien d'Antonio.

Pour résoudre cette question, j'ai supposé que le bien d'Antonio étoit de 751 livres; j'ai pris, sur cette somme et sur les restes successifs, les parts indiquées dans la question, et ayant trouvé 7 l. $\frac{15}{105}$ pour

reste faisant la part de la cinquième, j'ai dit, par règle de trois, si 7 l. $\frac{16}{105}$ proviennent de 751 livres, de quelle somme proviennent 1200 livres, part du cinquième dans la question? J'ai trouvé 126000 livres, bien d'Antonio; sur cette somme j'ai calculé les diverses parts comme sur le nombre supposé.

Opération.

Je suppose 751#

au 1er $\frac{4}{7}$ = 429 $\frac{1}{7}$ — le $\frac{1}{7}$ = 107 $\frac{3}{7}$ × $\frac{4}{1}$ = $\frac{8}{7}$ = 1# $\frac{1}{7}$.

1er reste = 321 $\frac{6}{7}$

au 2e $\frac{2}{3}$ = 214 $\frac{4}{7}$ — le $\frac{1}{3}$ = 107 $\frac{3}{7}$ × $\frac{2}{1}$ = $\frac{4}{9}$

2e reste = 107 $\frac{3}{7}$ = $\frac{10}{35}$

au 3e $\frac{4}{5}$ = 85 $\frac{29}{35}$ — le $\frac{1}{5}$ = 21 $\frac{16}{35}$ × $\frac{4}{1}$ = $\frac{64}{35}$ = 1 $\frac{29}{35}$

3e reste = 21 $\frac{16}{35}$ = $\frac{48}{105}$

au 4e $\frac{4}{6}$ = 14 $\frac{32}{105}$ — le $\frac{1}{6}$ = 3 $\frac{121}{210}$ × $\frac{4}{1}$ = $\frac{484}{210}$ = 2 $\frac{32}{105}$

4e reste = 7 $\frac{16}{105}$ part du cinquième.

7 $\frac{16}{105}$: 751 :: 1200 : x = 126000#.

Parts et preuve.

126000#.

au 1er $\frac{4}{7}$ = 72000 — le $\frac{1}{7}$ = 18000

1er reste = 54000

au 2e $\frac{2}{3}$ = 36000 — le $\frac{1}{3}$ = 18000

2e reste = 18000

au 3e $\frac{4}{5}$ = 14400 — le $\frac{1}{5}$ = 3600

3e reste = 3600

au 4e $\frac{4}{6}$ = 2400 — le $\frac{1}{6}$ = 600

4e reste = 1200 Part de la cinquième personne conforme à la question.

6e QUESTION.

Jacobio partage son bien entre cinq personnes; il donne à la première les $\frac{2}{3}$, à la seconde les $\frac{5}{7}$ du reste, à la troisième les $\frac{4}{5}$ du reste, à la quatrième les $\frac{7}{8}$ du reste, à la cinquième le reste final qui est 1800 l.: on demande quels étoient les part de chaque personne et le bien de Jacobio.

R. = 756000 l. bien de Jacobio.

7e QUESTION.

Paolo partage son bien entre cinq personnes : à la première les $\frac{3}{4}$, à la seconde les $\frac{3}{5}$ du reste, à la troisième les $\frac{4}{7}$ du reste, à la quatrième les $\frac{5}{6}$ du reste, à la cinquième le reste final qui est $\frac{1}{2}$ livre ; quels sont le bien de Paolo et les parts de chaque personne ?

R. = 70 l. bien de Paolo.

8e QUESTION.

Pietro partage son bien entre cinq personnes : à la première le $\frac{1}{3}$, à la seconde les $\frac{4}{7}$ du reste, à la troisième les $\frac{3}{5}$ du reste, à la quatrième les $\frac{3}{4}$ du reste, à la cinquième le reste final qui est 1 l. $\frac{1}{2}$; quels sont le bien de Pietro et les parts de chacun ?

R. = 52 l. $\frac{1}{2}$ bien de Pietro.

9e QUESTION.

Partager 68000 livres entre cinq personnes, aux conditions que la seconde aura le double de la première, la troisième autant que la première et la seconde, la quatrième le triple de la seconde, la cinquième

autant que la seconde et la quatrième ; on demande quelle sera la part de chacun.

Réponse.

Le 1er aura	3400 liv.	68000 liv.
2e.	6800	
3e.	10200	
4e.	20400	
5e.	27200	

Pour opérer cette question, j'ai supposé 1 l. pour la part de la première ; d'après cette supposition, j'ai formé les autres parts, dont j'ai fait l'addition ; ensuite, d'après ce que nous avons vu (170), j'établis cette proportion : la somme des parties proportionnelles est à la première, comme la somme à partager est à la part de la première, = 3400. Avec cette part j'ai formé toutes les autres.

Opération.

Je suppose 1 liv. pour la part du premier.

au 2e	=	2	double du premier.
au 3e	=	3	autant que les premier et 2e.
au 4e	=	6	le triple du deuxième.
au 5e	=	8	autant que les 2e et 4e.
		20	

20 : 1 :: 68000 : x = 3400 l.

Parts et preuve, etc.

10e QUESTION.

Partager 168420 livres entre quatre personnes, aux conditions suivantes, que la seconde aura 1200 l. de plus que la première ; la troisième aura autant que la seconde, plus 3000 livres ; la quatrième aura autant que la première et la seconde, plus 1000 livres.

Réponse et preuve.

$$\left.\begin{array}{lll} 1^{er} & = & 32164 \text{ liv.} \\ 2^{e} & = & 33364 \\ 3^{e} & = & 36364 \\ 4^{e} & = & 66528 \end{array}\right\} \quad 168420 \text{ liv.}$$

Pour opérer cette question et les suivantes, je suppose pour le premier une somme dont je puisse prendre les parties indiquées par l'énoncé de la question ; dans cet exemple je puis prendre 1 livre, dans le suivant 3 l., dans les autres 12 livres ; ensuite je forme les parts, en plaçant vis-à-vis les sommes de surplus avec leurs signes en plus ou moins ; quand toutes les parts sont calculées, j'ajoute tous les plus pour en retrancher tous les moins, *et vice versâ ;* s'il reste une somme en plus, je la soustrais de la somme à partager, et je l'ajoute, au contraire, si elle est en moins : ensuite je fais comme dessus.

Mais dans la preuve j'ajoute ou retranche aux parts.

Opération.

Je suppose 1 liv. part du 1er

au 2^e^	1	+	1200 liv.	de	168420
au 3^e^	1	+	4200	ôter	7600
au 4^e^	2	+	2200		160820.
	5	+	7600		

$$5 : 1 :: 160820 : x = 32164.$$

IIe QUESTION.

Partager 74000 francs entre cinq, aux conditions suivantes :

Que le 2e aura le $\frac{1}{3}$ du 1er + 1000 fr.
3e aura autant que les 1er et le 2e + 9000
4e aura le double du 2e — 3000
5e aura autant que les 3e et 4e.

Réponse et preuve.

1er = 10312 fr.,50
2e = 4437 ,50
3e = 23750. » »
4e = 5875. » »
5e = 29625. » »
} 74000 fr.

Opération.

Je suppose à la 1re = 3 fr.

2e = 1 + 1000 en plus 20000.
3e = 4 + 10000. en moins 1000.
4e = 2 — 1000. reste 19000.
5e = 6 + 9000.
16 + 19000. de 74000
ôter 19000
reste 55000.

16 : 3 :: 55000 : x = 10312,50.

12e QUESTION.

Partager 8000 livres entre six, aux conditions suivantes :

Que le 2e aura le $\frac{1}{4}$ du 1er — 4800 liv.
3e autant que les 1er et 2e — 1000.
4e le $\frac{1}{3}$ du 3e + 8000.
5e la $\frac{1}{2}$ du 4e — 1800.
6e autant que les 4e et 5e + 100.

Réponse et preuve.

au 1er	=	20240 liv.	80000 liv.
2e	=	260.	
3e	=	19500.	
4e	=	14500.	
5e	=	5450.	
6e	=	20050.	

13e QUESTION.

Partager 120000 liv. entre six, aux conditions suivantes :

Que le 2e ait le $\frac{1}{4}$ du premier — 4800 liv.
3e autant que les 1er et 2e — 1000.
4e le $\frac{1}{3}$ du 3e + 8000.
5e la $\frac{1}{2}$ du 4e — 1800.
6e autant que les 4e et 5e — 9000.

Parts et preuve.

au 1er	=	33333l. $\frac{1}{3}$	120000 liv.
2e	=	3533 $\frac{1}{3}$	
3e	=	35866 $\frac{2}{3}$	
4e	=	19955 $\frac{5}{9}$	
5e	=	8177 $\frac{7}{9}$	
6e	=	19133 $\frac{1}{3}$	

CHAPITRE IX.

Intérêt.

178. On appelle *intérêt* l'accroissement du sort principal, qui se fait par la somme que paie le débiteur pour l'usage d'une plus grande somme prêtée, ou bien la somme que paie chaque année un emprunteur à celui de qui il a emprunté de l'argent, pour le dédommager du profit ou du revenu qu'il en auroit tiré s'il l'avoit mis en fonds d'héritage ou dans le négoce.

Les intérêts ne sont licites que quand on les paie au taux fixé par l'état ou par la loi, qui peut augmenter ou diminuer, suivant les besoins du gouvernement et les circonstances des affaires, mais jamais autrement que par l'autorité d'un décret.

Par l'article 7 du titre 6 de l'ordonnance de 1673, qui n'est pas abrogée, l'intérêt du principal et du change d'une lettre protestée est dû du jour du protêt, encore qu'il n'ait pas été demandé en justice, et celui du rechange, des frais du protêt et du voyage, n'est dû que du jour de la demande.

L'article premier du même titre défend à tous négocians et marchands, et à tous autres, de comprendre l'intérêt avec le principal dans les lettres et billets de change, et dans aucun autre acte.

On ne peut stipuler les intérêts d'un argent prêté par un simple billet ou obligation.

Les juges peuvent adjuger des intérêts des sommes dues et non payées à leur échéance, à commencer du jour que la demande en a été faite en justice.

On ne paie jamais les intérêts des intérêts, étant défendu, par ladite ordonnance de 1673, à tous marchands ou autres d'en prendre, sous quelque prétexte que ce soit, excepté le tuteur, qui en est comptable à son mineur.

Donner à intérêt, prêter à intérêt, c'est recevoir un profit de l'argent qu'on prête.

Prendre à intérêt, emprunter à intérêt, c'est donner du profit de l'argent qu'on emprunte.

Dans les départemens méridionaux on dit: Donner ou prendre *a deposito*, pour dire donner ou prendre à intérêt.

179. Lorsqu'on place pour la vie, ce qu'on appelle en rentes viagères, on reçoit 10 p. $\frac{o}{o}$ du capital, ou on place au denier 10.

180. Les rentes perpétuelles, qui passent des pères aux enfans à l'infini, rapportent au denier 20, ou à 5 p. $\frac{o}{o}$.

181. Il y a, comme on voit, deux manières d'énoncer l'intérêt : à tel denier, ou à tant pour cent. Le denier marque la partie de la somme que l'on donne quand on emprunte, ou qu'on reçoit par an lorsqu'on prête. Ainsi, placer au denier 20, c'est recevoir par an la vingtième partie du capital; au denier 18, la dix-huitième partie, etc. : donc la division du capital par le denier donne la rente ou l'intérêt d'un an : donc aussi la rente multipliée par le

denier donne le capital : enfin le capital divisé par la rente donne le denier.

182. Quand l'intérêt est énoncé à tant pour cent, à 6 p. $\frac{0}{0}$ par exemple, c'est un rapport indiqué ; c'est dire que pour un capital de 100 livres on reçoit 6 l. Alors, pour tirer l'intérêt d'une somme quelconque, on fera cette proportion, 100 : au capital :: 6 : x = la rente ou l'intérêt d'un an, ou bien, 100 : 6 :: capital : x =

183. La somme placée ou prêtée se nomme capital, principal ou fonds.

184. Pour trouver à quel denier répond 5 p. $\frac{0}{0}$, divisez 100 par 5 = 20 den. ; 4 p. $\frac{0}{0}$ = le denier 25, etc.

185. Semblablement, pour trouver à combien p. $\frac{0}{0}$ répond le denier 25, divisez 100 par 25 = 4 p. $\frac{0}{0}$; le denier 20 = 5 p. $\frac{0}{0}$; le denier 30 = $3\frac{1}{3}$ p. $\frac{0}{0}$, etc.

SECTION PREMIÈRE.

Questions d'intérêts, et application au remboursement des capitaux et intérêts.

1re QUESTION.

Prendre l'intérêt de 200000 francs au denier 20.

R. 10000 fr.

Quel est le fonds de 10000 fr. de rente au denier 20 ?

R. =

200000 francs ayant rapporté 10000 de rente, on demande à quel denier.

R. =

2e QUESTION.

Prendre l'intérêt de 3600 francs, au denier 10, pour 4 ans 7 mois 15 jours.

R. = 1665 francs.

On cherchera d'abord la rente ou l'intérêt d'un an, ensuite on multipliera ce produit par les ans, mois et jours.

3600 francs ayant produit 1665 francs pour l'intérêt de 4 ans 7 mois 15 jours, on demande à quel denier.

R. 10.

On cherchera d'abord l'intérêt d'un an par cette proportion, 4 ans 7 m. 15 j. : 1 an :: 1665 fr. : x = 360; on divisera le principal par la rente (181) et l'on trouvera le denier.

Quel est le capital qui a produit 1665 francs pour l'intérêt au denier 10 de 4 ans 7 mois 15 jours?

R. =

On cherchera, comme dessus, l'intérêt d'un an, ou la rente; et (181), multipliant la rente par le denier, on aura le capital.

3600 francs ayant produit 1665 francs d'intérêt au denier 10, on demande pour combien de temps.

R. 4 ans 7 mois 15 jours.

On cherchera d'abord la rente, en divisant le capital par le denier, = 180 francs, et on dira ensuite, par règle de trois, si 180 fr. donnent un an, combien donneront 1665 francs; on trouvera la réponse.

3e QUESTION.

Quel est le fonds de 480 francs de rente perpétuelle?

R. = 9600 francs.

4e QUESTION.

Quel est le fonds de 340 francs de rente viagère?

R. = 3400 francs.

5e QUESTION.

On demande ce qu'il faut payer pour rembourser une rente de 5840fr., 6 à 5 p. $\frac{0}{0}$.

R. = 116812.

Ou l'on estimera quel denier donne 5 p. $\frac{0}{0}$, pour multiplier la rente, ou l'on dira, par règle de trois, si 5 vient d'un capital de 100 francs, de quel capital proviendront 5840 fr., 6?

On prouvera, en cherchant ou le denier ou la rente.

6e QUESTION.

Une maison est louée 6478 francs; on demande ce qu'il faut payer pour l'acquérir sur le pied du denier 28.

R. = 181384 francs.

7e QUESTION.

L. a 670 francs de rente, au principal de 27470 fr., on demande à quel denier elle est constituée.

R. = au denier 41.

8e QUESTION.

J'ai acheté une maison l'an passé moyennant 24000 fr.;

elle me rapporte annuellement en loyers 600 francs; à quel denier mon argent est-il placé?

R. = au denier 40.

9e QUESTION.

J'ai une rente de 999 livres 19 sous 9 deniers, constituée à 8 $\frac{1}{2}$ p. $\frac{0}{0}$, quel est le principal?

R. = 11764 l. 11 s. 2 d. $\frac{2}{17}$.

10e QUESTION.

Louis demande à Paul 648 livres d'intérêts pour argent prêté à 5 p. $\frac{0}{0}$ il y a 9 mois 10 jours; on demande quelle étoit la somme prêtée.

R. = 16662 l. 17 s. 1 $\frac{5}{7}$.

11e QUESTION.

27000 francs ayant produit 6243 francs 75 c. pour l'intérêt au denier 20, on demande pour combien de temps.

R. 4 ans 7 mois 15 jours.

Prouver, en cherchant le capital, la rente et le denier.

12e QUESTION.

75000 francs ayant produit 19409 l. 14 s. 5 d. $\frac{1}{3}$ d'intérêt pour 4 ans 7 mois 27 jours, on demande à quel denier.

R. au denier 18.

Prouver comme dessus, ainsi que les suivantes.

13e QUESTION.

Quel est le capital qui a produit 6307 l. 4 s. 1 d. $\frac{649}{1125}$

pour l'intérêt de 7 ans 11 mois 29 jours au denier 25 ?

R. = 19716 l. 17 s. 4 d.

14e QUESTION.

Prendre l'intérêt de 61710 l. 17 s. 3 d. à 3 $\frac{1}{2}$ p. $\frac{0}{0}$ pour 3 ans 4 mois 19 jours.

R = 7313 l. 11 s. 10 d. $\frac{5059}{8000}$.

15e QUESTION.

48000 francs ayant produit 16680 francs pour l'intérêt de 4 ans 7 mois 18 jours, on demande à combien pour $\frac{0}{0}$.

R. = 7,5 p. $\frac{0}{0}$.

16e QUESTION.

Quel est le capital qui a produit 10914 l. 16 s. 5 d. $\frac{1}{30}$ pour l'intérêt de 3 ans 7 mois 18 jours à 4 p. $\frac{0}{0}$?

R. = 75101 l. 19 s. 7 d.

17e QUESTION.

J'ai une rente, et je ne sais en quoi elle consiste ; feu mon grand père m'a dit qu'elle étoit constituée à 4 $\frac{1}{2}$ p. $\frac{0}{0}$: j'ai trouvé dans ses papiers un modèle de quittance de 6000 l. causée pour 4 ans 7 mois 18 jours. Je demande quels sont la rente et le capital.

R. = la rente de 1294 l. 19 s. 3 d. $\frac{51}{139}$.
le principal 28776 l. 19 s. 6 d. $\frac{114}{139}$.

18e QUESTION.

On demande l'intérêt de 75890 livres au denier 25 pour 4 ans 7 mois 18 jours, déduction faite des impositions $\frac{3}{20}$ et 2 sous pour livre du $\frac{1}{10}$.

R. = 11814 l. 11 s. 1 d. $\frac{31}{125}$.

On divisera le capital par le denier pour avoir la rente, on multipliera par le temps, et, sur ce dernier produit, on prendra pour $\frac{2}{20}$ le $\frac{1}{10}$, pour $\frac{1}{20}$ la moitié du $\frac{1}{10}$, et, pour les sous pour livre, on prendra le $\frac{1}{10}$ du premier dixième; on ajoutera ces trois produits, qu'on retranchera du montant des années.

Trouver le capital qui a produit 11814 l. 11 s. 1 d. $\frac{31}{125}$ pour l'intérêt de 4 ans 7 mois 18 jours au denier 25, déduction faite des $\frac{3}{20}$ et 2 sous pour livre du $\frac{1}{10}$.

R. =

On cherchera d'abord l'intérêt des années sans déduction; pour cela, on réunira le montant des impositions en une seule fraction $\frac{3}{20} + \frac{1}{100} = \frac{16}{100} = \frac{4}{25}$; on retranchera 4 de 25, ou le numérateur du dénominateur, reste 21, et on dira: si 21 viennent de 25, d'où proviennent 11814 livres 11 sous 1 denier $\frac{31}{125}$ = 14064 l. 18 s. 11 d. $\frac{1}{5}$; ensuite on cherchera l'intérêt d'un an par cette proportion,

4 ans 7 mois 18 jours : 1 an :: 14064 l. 18 s. 11 d. $\frac{1}{5}$: x = 3035 l. 12 s. × 25 = 75890 l.

75890 livres ayant produit 11814 l. 11 s. 1 d. $\frac{31}{125}$ pour l'intérêt de 4 ans 7 mois 18 jours, déduction faite des $\frac{3}{20}$ et 2 sous pour livre du $\frac{1}{10}$, on demande à quel denier.

R. =

On cherchera d'abord l'intérêt des années sans déduction, comme dessus, ensuite l'intérêt d'un an, et, divisant le capital par l'intérêt d'un an, on trouvera le denier.

75890 l. ayant produit 11814 l. 11 s. 1 d. $\frac{31}{125}$ pour l'intérêt au denier 25, déduction faite des $\frac{3}{20}$ et 2 sous pour livre du $\frac{1}{10}$, on demande pour combien de temps.

R. =

On cherchera, comme dessus, l'intérêt des années sans déduction; ensuite, divisant le capital par le denier, on aura l'intérêt d'un an, et l'on fera cette proportion, si 3035 liv. 12 sous donnent 1 an, combien d'ans mois et jours donneront 14064 l. 18 s. 11 d. $\frac{1}{5}$? on aura la réponse.

19e QUESTION.

Quel est le capital qui a produit 20872 l. 14 s. 7 d. $\frac{131}{400}$ pour l'intérêt à 4 $\frac{1}{2}$ p. $\frac{0}{0}$ de 5 ans 7 mois 15 jours, déduction faite des $\frac{3}{20}$ et des deux sous pour livre du $\frac{1}{20}$.

R. = 97586 livres.

Prouver, et la suivante, en cherchant l'intérêt, le temps et le denier.

20e QUESTION.

21396 l. 16 s. 4 d. $\frac{22004}{61411}$ ayant produit 6570 l. à 7 $\frac{3}{4}$ p. $\frac{0}{0}$, déduction faite des $\frac{3}{20}$ et des deux sous pour livre du $\frac{1}{10}$, on demande pour combien de temps.

R. = 4 ans 8 mois 18 jours.

21e QUESTION.

Quel est le nombre dont les $\frac{3}{20}$ et les 2 sous pour livre du $\frac{1}{10}$ déduits donnent 797 l. 17 s. 10 d.?

R. = 949 l. 17 s. 5 d. $\frac{1}{21}$.

22e QUESTION.

Déduire les $\frac{3}{20}$ et les 2 sous pour livre du $\frac{1}{10}$ de 949 l. 17 s. 5 d. $\frac{1}{21}$.

R. =

23e QUESTION.

1101 l. 17 s. 0 d. $\frac{2}{21}$ contiennent une première somme, les $\frac{3}{20}$ et les 2 sous pour livre du $\frac{1}{10}$ de cette première somme; quelle est cette somme?

R. = 949 l. 17 s. 5 d. $\frac{1}{21}$.

24e QUESTION.

46070 l. contiennent une première somme, les $\frac{3}{20}$, et les 2 sous pour liv. du $\frac{1}{10}$ de cette première somme; quelle est cette somme?

R. = 39715 l. 10 s. 4 d. $\frac{4}{29}$.

25e QUESTION.

Quel est le nombre dont les $\frac{3}{20}$ et les 2 s. pour liv. du $\frac{1}{20}$ donnent 529 l. 17 s. 11 d.?

R. = 3418 l. 13 s. 7 d. $\frac{27}{31}$.

26e QUESTION.

Quel est le nombre dont les $\frac{3}{20}$ et les 2 s. pour liv. du $\frac{1}{10}$ donnent 151 l. 19 s. 7 d. $\frac{1}{21}$?

R. = 949 l. 17 s. 5 d. $\frac{1}{21}$.

27e QUESTION.

Trouver la finance d'une charge dont le $\frac{1}{10}$ et le $\frac{1}{300}$ denier se montent à 368 l. 19 s. 6 d.

R. = 3570 l. 14 s. 6 d. $\frac{6}{31}$.

28e QUESTION.

Que faut-il payer pour rembourser une rente

de 264 l. 18 s. 4 d., déduction faite des $\frac{3}{20}$ et 2 sous pour livre du $\frac{1}{10}$ à 5 pour $\frac{0}{0}$, avec l'intérêt de 13 mois 5 jours de surplus?

R. = 6307 l. 10 s. 9 d. $\frac{41}{21}$ pour le remboursement.
290 l. 13 s. 5 d. $\frac{7}{18}$ pour l'intérêt du surplus.

On calculera d'abord ce qui revient pour le remboursement, ensuite l'intérêt du surplus.

29e QUESTION.

Que faut-il donner pour avoir 900 liv. de rente, déduction faite du $\frac{1}{20}$, 1° en viager, à 10 pour $\frac{0}{0}$; 2° en perpétuel, à 5 pour $\frac{0}{0}$?

R. en viager, 9473 l. 13 s. 8 d. $\frac{4}{19}$.
en perpétuel,

30e QUESTION.

On a retenu 145 l. 12 s. 9 d. pour les impositions, $\frac{3}{20}$ et 2 sous pour livre du $\frac{1}{10}$ d'une rente, de combien étoit la rente?

R. = 910 l. 4 s. 8 d. $\frac{1}{4}$.

Remboursement des capitaux.

186. On opère ces sortes de questions par fausse position, en supposant un capital plus ou moins fort (que nous avons pris de 100 l., comme le plus commode), dont on tire l'intérêt au même denier, au même temps, et en déduisant les mêmes impositions que dans la proposée; on ajoute cet intérêt au principal supposé, et, par cette proportion, ces nouveaux principal et intérêt sont aux principal et intérêt de la question comme le principal supposé est à un quatrième terme, on aura la réponse.

On fait la preuve par cette simple question d'intérêt: Telle somme trouvée est un capital qui rapporte à tel denier, etc.; quelle somme aura-t-on en y joignant l'intérêt demandé ?

1re QUESTION.

Quel est le capital qui a produit 18000 liv., tant pour la rente que pour le fonds, qui rapporte à 5 p. $\frac{0}{0}$?

R. 17142 l. 17 s. 1 d. $\frac{5}{7}$.

Je suppose 100 livres, qui, à 5 p. $\frac{0}{0}$ donnent 5 l.; ainsi 105 livres représentent le remboursement du capital et de la rente; je dis ensuite, par proportion,

105 : 18000 :: 100 : x = la réponse.

Preuve.

17142 l. 17 s. 1 d. $\frac{5}{7}$ sont un capital qui rapporte à 5 p. $\frac{0}{0}$; quelle somme aura-t-on en y joignant la rente?

R. = 18000 livres.

2e QUESTION.

Quel est le capital qui a donné 22000 livres, tant pour la rente que pour le fonds, qui rapporte à 5 $\frac{1}{2}$ p. $\frac{0}{0}$, déduction faite du $\frac{1}{10}$?

R. = 20962 l. 7 s. 3 d. $\frac{267}{2099}$.

3e QUESTION.

Quelle est la finance d'une charge qui a produit 20000 livres, tant pour la finance que pour les intérêts de 7 ans 8 mois 28 jours, à 5 $\frac{1}{2}$ p. $\frac{0}{0}$?

R. = 14025 l. 15 s. 10 d. $\frac{1270}{25667}$.

4e QUESTION.

Béhic a reçu 30000 livres, tant pour le remboursement d'une charge que pour ses gages de 4 ans 6 mois 21 jours, à $4\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$, déduction faite du $\frac{1}{100}$ denier; quelle étoit la finance de ladite charge?

R. = 24936 l. 2 s. 6 d. $\frac{496470}{962459}$.

5e. QUESTION.

Un particulier a reçu 100000 livres pour le remboursement de deux principaux de rentes égales; l'une au denier 18 $\frac{1}{2}$, l'autre au denier 16 $\frac{2}{3}$, et pour les arrérages desdites deux rentes pendant 6 ans 5 m. 3 j.: on demande de combien sont les deux principaux en particulier, quels sont les arrérages, et combien perdra par an le principal au denier 18 $\frac{1}{2}$ étant réduit au den. 20, et celui du denier 16 $\frac{2}{3}$ étant réduit au denier 18.

Réponses.

Somme des deux principaux.....	73238l	9s	2d	$\frac{370}{2881}$	100000 liv.
Somme des arrérages des 2 rentes pendant 6 ans 5 mois 3 jrs.	26761	10	9	$\frac{2511}{2881}$	
Principal au den. 18 $\frac{1}{2}$	38528	5	9	$\frac{891}{2881}$	73238 9 2 $\frac{370}{2881}$
id. au denier 16 $\frac{2}{3}$	34710	3	4	$\frac{2360}{2881}$	
Rente commune.....	2082	12	2	$\frac{1924}{2881}$ = $\frac{7764}{8643}$.	
Le principal au d. 18 $\frac{1}{2}$ réduit au den. 20, au lieu de la reute rapporte.....	1926	8	3	$\frac{1341}{2881}$.	
Perte de la rente commune.....	156	3	10	$\frac{2834}{2881}$.	
Le principal au denier 16 $\frac{2}{3}$ réduit au d. 18, ne rapporte plus que	1928	6	10	$\frac{2314}{8643}$.	
Perte de la rente commune.....	154	5	4	$\frac{5450}{8643}$.	

Hypothèses. Opérations.

Les deux principaux $\left.\begin{matrix}18\frac{1}{2}\\16\frac{2}{3}\end{matrix}\right\}$ $35^{l}\frac{1}{6}$

A 1 liv. par an pour chaque rente, les arrérages des deux rentes pendant 6 ans 5 mois 3 jours, font 12 liv. $\frac{17}{20}$.

Somme des principaux $35^{l}\frac{1}{6}$
Somme des arrérages $12\frac{17}{20}$ $\Big\}$ $48^{l}\frac{1}{60}$

Pour avoir les deux véritables principaux, dites:

$48^{l}\frac{1}{60} : 35^{l}\frac{1}{6} :: 100000^{l} : x = 73238^{l}\ 9^{s}\ 2^{d}\ \frac{370}{2881}$.

Pour avoir la somme des arrérages,

$48^{l}\frac{1}{60} : 12^{l}\frac{17}{20} :: 100000^{l} : x = 26761^{l}\ 10^{s}\ 9^{d}\ \frac{2571}{2881}$.

Pour séparer les deux principaux,

$48^{l}\frac{1}{60} : 18\frac{1}{2} :: 100000^{l} : x = 38528^{l}\ 5^{s}\ 9^{d}\ \frac{891}{2881}$.

$48^{l}\frac{1}{60} : 16\frac{2}{3} :: 100000^{l} : x = 34710\ 3\ 4\ \frac{2360}{2881}$.

Pour avoir la rente commune.

$48^{l}\frac{1}{60} : 1^{l} :: 100000^{l} : x = 2082^{l}\ 12^{s}\ 2^{d}\ \frac{1924}{2881}$.

Pour savoir ce que perdra par an celui du denier $18\frac{1}{2}$ réduit au denier 20:

Divisez $38528^{l}\ 5^{s}\ 9^{d}\ \frac{891}{2881}$ par 20 $= 1926^{l}\ 8^{s}\ 3^{d}\ \frac{1341}{2881}$.

Pour connoître la perte par an de celui au denier $16\frac{2}{3}$ réduit au denier 18:

Divisez $34710^{l}\ 3^{s}\ 4^{d}\ \frac{2360}{2881}$ par 18 $= 1928^{l}\ 6^{s}\ 10^{d}\ \frac{2314}{8643}$.

Par des soustractions on connoîtra la perte sur la rente commune.

6e QUESTION.

Michel a reçu 12000 liv. pour le remboursement d'un principal et de ses arrérages de 3 ans 11 mois 29 jours au denier 30, déduction faite du $\frac{1}{10}$ et des deux sous pour livre du $\frac{1}{10}$. Trouver le capital.

$R. = 10727^{l}\ 16^{s}\ 11^{d}\ \frac{133507}{1290871}$.

7e QUESTION.

Michel demande à Benoît 4100 liv. pour argent

prêté, et l'intérêt de 3 ans, à $4\frac{1}{2}$ p°. Michel accordant à Benoît la déduction des impositions $\frac{1}{10}$ et 2 sous pour livre du $\frac{1}{10}$, on demande quelle étoit la somme prêtée.

$R. = 3660^{l.}\ 4^{s.}\ 5^{d.}\ \frac{17441}{22403}$.

8e QUESTION.

Lauro doit payer 64000 liv. en trois paiemens, savoir : 30000l. dans 1 an.

28000 dans 4 ans 6 mois 10 jours.

6000 dans 7 11 29.

Voulant payer le tout à la fois, il demande au bout de quel temps, aux conditions qu'il paiera 4 p° d'intérêt pour les paiemens qui seront en retard, et qu'il gagnera le même intérêt que sur les paiemens d'avance.

$R. = 3$ ans 2 mois 11 jours $\frac{25}{32}$.

On multipliera chaque paiement par son temps, on ajoutera ces divers produits, et, en divisant la somme par 64000 liv., on aura la réponse.

La preuve se fait par autant de règles d'intérêts qu'il y a de paiemens. On verra que l'intérêt que perd Lauro pour les paiemens en retard est égal à celui qu'il gagne par ceux en avance.

9e QUESTION.

L'intérêt de 32000 liv. au denier 20, depuis le 14 août 1710 jusqu'au 3 janvier 1716, sur quoi :

Reçu à compte 30000 liv. le 11 avril 1714.

On demande ce qui reste dû, tant en principal qu'en intérêt, audit jour 3 janvier 1716.

$R.$ = 8531$^{l.}$ 15$^{s.}$ 5$^{d.}$ $\frac{7}{9}$.

On calculera l'intérêt du principal jusqu'au 11 avril 1714, on ajoutera cet intérêt audit principal pour en soustraire de la somme l'à compte de 30000 liv. ensuite, on prendra l'intérêt de ce reste, pour le temps écoulé depuis le 11 avril 1714 jusqu'au 5 janvier 1716, qu'on ajoutera au premier reste, et on aura la réponse. S'il y avoit divers à compte, on suivroit la même marche d'à compte en à compte.

Pour la preuve, on ajoutera au capital les divers intérêts échus, et on soustraira de la somme celle des à compte; on doit trouver la même réponse.

10e QUESTION.

L'intérêt de 25000 liv. au denier 25, depuis le 19 novembre 1768 jusqu'au 4 janvier 1776, sur quoi:

Reçu à compte 12000$^{l.}$ le 16 septembre 1771.

id. 13000 le 10 mai 1774.

On demande ce qu'il reste dû, tant en principal qu'en intérêt, audit jour 4 janvier 1776?

$R.$ = 4799$^{l.}$ 12$^{s.}$ 2$^{d.}$ $\frac{101}{125}$.

11e QUESTION.

L'intérêt de 36000 liv. à 4 p. $\frac{o}{o}$, depuis le 19 vendémiaire l'an 1er jusqu'au 18 fructidor de l'an sept, sur quoi:

Reçu à compte 12000$^{l.}$ le 14 ventose l'an 2.

id. 12000 le 10 germinal 4.

id. 12000 le 6 messidor 6.

On demande ce qui reste dû, tant en principal qu'en intérêt, audit jour 18 fructidor de l'an sept.

R. =

12e QUESTION.

Ma femme a pris pour 30000l. de modes à crédit, voulant m'acquitter avec le marchand, je lui propose 5 p.$\frac{o}{o}$ d'intérêt de ses fonds, et 4000l. par chaque année. Je demande au bout de quel temps je serai quitte.

R. = 10 ans.

La 10e année il reste 2555l 5s 4d $\frac{1225397}{2500000}$.

SECTION II.

Intérêt de l'intérêt ou intérêts composés.

187. On appelle intérêt sur intérêt, ou intérêts composés, la surcharge, chaque année, de l'intérêt joint au principal.

EXEMPLE.

A combien se montent le principal et les intérêts composés de 30000 fr. au denier 20 pour 3 ans?

R. = 34728 fr.,75 c.

30000 ($\frac{20}{1500^{l.}}$ rente, 1re année.

Intérêt et principal, 1re année $\overline{31500.}$

($\frac{20}{1575}$ rente, 2e année.

Intérêt et principal, 2e année $\overline{33075}$

($\frac{20}{1653,75}$ rente, 3e année.

Intérêt et principal, 3e année $\overline{34728,75.}$

Preuve.

Intérêt, 1re année.....	1500 fr. »
id. 2e *id*,.....	1575 »
id. 3e *id*.....	1653,75
Capital.....	30000
	34728,75.

1re QUESTION.

A combien se montent le principal et les intérêts composés de 8000 fr. pour 6 ans, à 5 $\frac{1}{2}$ p$\frac{0}{0}$.

R. = 11030 fr.,73.

Annuité.

188. On appelle annuité le calcul d'une somme qu'il faut payer chaque année pour rembourser un capital avec ses intérêts composés, pendant un nombre d'années déterminées; comme 12 ans en France, pour l'acquisition des domaines nationaux; en Angleterre, 3 ans pour les emprunts qui portent le nom d'annuités, c'est-à-dire, que, dans cet intervalle, on rembourse aux prêteurs le capital et ses intérêts composés.

189. Pour résoudre ces sortes de questions l'arithmétique est insuffisante; mais l'algèbre donne cette formule générale.

1° Élevez le denier plus un à la puissance indiquée par le nombre des années; 2° retranchez-en le denier élevé à la même puisssance; 3° multipliez le reste par le denier, et établissez cette proportion:

Le produit n° 3 est au produit n° 1 comme le capital est à la réponse.

EXEMPLE pour 3 ans.

Quelle est l'annuité du remboursement de 30000l. au denier 20 pour 3 ans?

R. = 11016l. 5s. 1d. $\frac{1}{2}$.

Opérations.

denier + 1 =	21	denier =	20
	21		20
	441		400
	21		20
N° 1. de	9261. = 3e puissance =		8000.
N° 2. ôter	8000		
reste	1261 × 20 = 25220 n° 3.		

Proportion.

25220 : 9261 :: 30000 : x =

x = 11016l. 5s. 1d. $\frac{1}{2}$ annuité.

Preuve de la question d'annuité.

	30000 liv. Capital			
à 5 p$\frac{o}{o}$ =	1500			
	31500			
ôter	11016l.	5s.	1d. $\frac{1}{2}$	
reste dû	20483	14	10 $\frac{1}{2}$	1re année.
à 5 p$\frac{o}{o}$ =	1024	3	8 $\frac{3}{4}$	
	21507	18	7 $\frac{1}{4}$	
ôter	11016	5	1 $\frac{1}{2}$	
reste	10491	13	5 $\frac{3}{4}$	2e année.
à 5 p$\frac{o}{o}$ =	524	11	8 $\frac{2}{4}$	
	11016	5	2 $\frac{1}{4}$	
ôter	11016	5	1 $\frac{1}{2}$	
reste rien		=		3e année.

On remarquera que les premier et deuxième termes de la proportion une fois calculés, quelque soit le capital, on trouvera pour le quatrième terme l'annuité.

Mais il faut calculer de nouveau ces deux premiers termes lorsque le nombre des années n'est plus le même. Ainsi, dans l'exemple suivant, il faut élever le denier plus un à la douzième puissance, etc.

Exemple d'achat d'un domaine national.

2e QUESTION.

Voto achète un domaine national moyennant 35520 francs, dont il paie comptant, aux termes du décret, le douzième = 2960 fr., reste 32560 fr.; combien Voto doit-il payer d'annuité pendant douze ans, à 5 p. $\frac{0}{0}$?

R. = 3673 fr., 59.

Proportion pour toute espèce d'acquisition dont le capital est la seule variante.

65196550 : 7355827 :: 32560 : x =

Observez que l'opération prescrite par la formule donneroit pour premier et deuxième termes de la proportion

651965502277328 20 : 7355827511386641 ::

Mais on peut, sans erreur sensible, supprimer sur l'antécédent et le conséquent neuf chiffres sur la droite, et on aura le rapport réduit 65196550 : 7355827, bien suffisant pour les opérations de ce genre.

Prouver de la même manière que pour l'annuité de trois ans.

3e QUESTION.

L'état a emprunté 25976860 fr., 0238 pour 5 ans, au denier 20, on demande ce qu'il doit payer par an pour avoir remboursé ladite somme et ses intérêts composés dans ledit temps.

R. = 6000000 francs, annuité.

Proportion.

17682020 : 4084101 : : le capital : x.

Prouver comme dessus, ou par la question suivante.

4e QUESTION.

On demande quelle somme l'état peut emprunter afin de payer tous les ans 6000000 francs, pendant 5 ans, tant pour le capital que pour ses intérêts composés, à 5 p. $\frac{0}{0}$, de manière que l'état soit libéré dans ledit espace de temps.

R. 25976860 fr., 0238.

Il ne s'agit que de changer de place les premier et deuxième termes de la proportion, et on aura (144) :

4084101 : 17682020 :: 6000000 : x.

On pourra appliquer cette question aux premières ; ce qui leur servira de preuve.

Nota. Cette manière d'emprunter peut offrir de grandes ressources au gouvernement, en affectant au paiement de l'emprunt une partie des revenus publics.

Formule algébrique pour l'annuité.

$d =$ le denier.
$n =$ le nombre d'années.
$a =$ le capital.
$x =$ l'annuité.

$$\frac{\overline{d+1}^{n} \times a}{\left(\overline{d+1}^{n} - \overline{d}^{n} \times d\right) \times x}$$

ou bien

$$\overline{d+1}^{n} - \overline{d}^{n} \times d \; : \; \overline{d+1}^{n} :: a : x.$$

SECTION III.

Combinaisons d'intérêts.

190. On appelle ainsi les calculs qui font connoître l'avantage de prendre tel effet de préférence à tel autre, à la Bourse.

Pour opérer ces sortes de questions, il suffit de chercher à quel denier ou à combien p. $\frac{0}{0}$ rapporte le prix qu'on en donne; car il est évident que plus le denier est grand et moins il est avantageux : voilà pourquoi, dans les trois premières questions proposées, j'ai donné la préférence aux nouettes, qui produisent au denier 14, tandis que les autres produisent à des deniers plus élevés. C'est le contraire quand on estime à tant p. $\frac{0}{0}$ ce que les effets rapportent; celui-là est le meilleur qui produit davantage : aussi les nouettes produisent $7\frac{1}{7}$ p. $\frac{0}{0}$, tandis que les autres produisent moins p. $\frac{0}{0}$.

J'ai pris pour exemple d'anciens effets de 1780; nous verrons ensuite ceux qui leur ont succédé sous le titre d'opérations de bourse.

Compagnie des Indes, emprunt du 27 août 1765.

Les coupons de 400 liv. étant à 69 liv. de perte, rapportent 5 p^{o}_{o}; on déduit le dixième.

Édit de 1771.

Les nouettes perdent 37 p^{o}_{o}, et rapportent 5 p^{o}_{o}; on déduit le dixième.

Édit de décembre 1764. — Arrêt du Conseil, 20 janvier 1770.

Les lots de la loterie perdent 21 p^{o}_{o}, et rapportent au denier 20; on déduit le dixième.

On demande lequel de ces trois sortes d'effets est le plus avantageux.

R. Les nouettes.

Opération.

1° Les coupons de 400 l.		Produisent 5 p^{o}_{o}; donc
perdent	69	pour 400 = 20
reste	331	on déduit $\frac{1}{10}$ = 2
	151	D. 18
	7	

Quotient 18 $\frac{7}{18}$ den. auquel produisent lesdites actions.

Pour trouver à combien pour cent.

Si 331 rapportent 18, combien 100 = 5 $\frac{145}{331}$ p. $\frac{o}{o}$?

Preuve.

100 d. 5 $\frac{145}{331}$ = 18 $\frac{7}{18}$.

2° Les nouettes perdent 37 p. $\frac{o}{o}$, et produisent au denier 20.

De 100 l.		Pour 100 l. = 5.	dont on ôte le $\frac{1}{10}$
ôter	27		0,5
reste	63	diviser par reste	4,5
	180		
	00		14 denier auquel

produisent lesdites actions.

Pour trouver à combien pour cent.

$$63 : 4{,}5 :: 100 : x = 7\tfrac{1}{7}.$$

3° Les lots de la loterie perdent 21 p. $\frac{0}{0}$, et produisent au denier 20.

De	100l.	Pour 100 = 5l. dont on ôte	
ôter	21	le $\frac{1}{10}$ = 0,5.	
reste	79	D.	4,5
	340		
	25		17 $\frac{5}{9}$ denier

auquel produisent lesdites actions.

Pour trouver à combien pour cent.

$$79 : 4{,}5 :: 100 : x = 5\tfrac{55}{79}.$$

On demande quel est l'effet le plus avantageux, pour acheter, de tous ceux qui suivent.

Nota. Dans tous les exemples qui suivent, comme dans les précédens, on suppose toujours un effet de 100 liv. Il faut excepter les Indes et les Fermes.

Conversion, arrêt du Conseil, 20 janvier 1770.

Les 50 millions d'Alsace perdent 35 p. $\frac{0}{0}$, et rapportent à 5 p. $\frac{0}{0}$.

20 janvier 1770.

Les Canada perdent 44 p. $\frac{0}{0}$, et rapportent à 4 $\frac{1}{2}$ p. $\frac{0}{0}$.

Déclaration de juillet 1756. — Édit de déc. 1764. — Arrêt du Conseil 20 janv. 1770.

Les deux sous pour livre perdent 35 p. $\frac{0}{0}$ et produisent au denier 20.

Arrêt du Conseil 15 janvier 1724. — Déclaration des 24 et 29 décembre 1751. — 18 septembre 1755. — 27 août 1765.

Les actions de la Compagnie des Indes à 1240 livres produisent 80 liv. d'intérêts.

20 janvier 1770.

Les 30 millions perdent 36 p. $\frac{0}{0}$ et rapportent 5 p. $\frac{0}{0}$; on déduit le dixième.

Arrêt du Conseil, premier avril 1774.

Les actions des fermes à 840 liv. rapportent 5 p$^{o}_{o}$; on déduit le dixième.

Édit d'août 1777.

Les contrats sur la ville perdent 55 p$^{o}_{o}$ et rapportent au denier 40; on retient le dixième.

Édits d'août 1759, de mai 1760, de juillet 1761.

Les contrats sur les cuirs perdent 42 p$^{o}_{o}$, et rapportent 4 p$^{o}_{o}$.

Opérations de Bourse.

191. C'est aux Italiens que nous sommes redevables de l'établissement des banques, des loteries, des tontines, des affaires de finances, des lombards ou monts-de-piété, des assurances maritimes.

Dès le quinzième siècle, les Médicis et les Strozzi établirent des banques dans plusieurs villes de France, et principalement à Lyon.

En 1539, sous François Ier, s'établit une loterie, par lettres-patentes, et en 1653 fut établie la première tontine, espèce de rente viagère qui a pris son nom d'un Italien nommé Tonty. (*Voyez* Balance du Commerce, du citoyen Arnaud.)

Les opérations de bourse ont pour objet de spéculer :

1° Sur le cours des changes.

2° Le cours des matières d'or et d'argent.

3° Le cours de l'épicerie et de toutes espèces de marchandises. [1]

4° Le cours des effets publics qui se divisent quel-

[1] Ces trois parties seront traitées au cours des opérations de banque.

quefois en effets nationaux et de compagnie; les uns sont sous la garantie de la nation, les autres sous celle des compagnies. Je ne traiterai que des objets relatifs à ce quatrième cours.

192. *Enumération des effets qui se sont faits à la bourse de Paris, depuis* 1782 *jusqu'en* 1795 *an* 4 *de la république.*

EFFETS DE COMPAGNIES.

Caisse d'Escompte.

			Cours.
Actions, de	4000[l].	Petit remboursement de 400[l]. reste 3600[l].....	à 3500[l].
$\frac{1}{2}$ actions	2000	Petit remboursement de 200 reste 1800.....	à 1700

Nota. La Caisse d'Escompte, la $\frac{1}{2}$ Caisse, et les nouvelles Indes, ne sont point sujettes aux droits de l'enregistrement, mais bien à l'impôt du $\frac{1}{4}$. Pour percevoir ce droit, la Compagnie tient registre des effets en circulation, et retient le $\frac{1}{4}$ de la rente.

Nouvelles Indes à 1000 liv. de création, sont au cours de 835 et 36, et, depuis 1790 à 1795, se font par transfert.

Caisse Patriotique, à 400 liv. sans cours.

Actions des parcs d'Etrétat, pour les huîtres, à 400 liv. sans cours.

Reconnoissances viagères sur la ville, pour dettes qu'elle avoit contractées à 144 liv. sans cours.

Eaux Perrier, dites eaux de Paris, depuis qu'elles sont au compte de la ville, se font rarement.

Assurances contre les incendies, se font par transfert depuis 1790 à 1795. Elles sont hypothéquées sur la Compagnie des assurances à vie pour 4 millions, sur les 30 têtes genevoises, et sur les anciennes Indes pour 7 à 8 millions, (par cette raison la nation est garante en partie) sur les caisses pour 13 millions.

Assurances à vie, sont hypothéquées sur 30 millions d'immeubles.

EFFETS NATIONAUX.

Contrats de rentes en cinq classes, en différentes parties, toutes à cinq pour cent.

1re classe à 5 p$\frac{o}{o}$	sans retenue	à 86 p$\frac{o}{o}$.
2e *id.*	sujette au $\frac{1}{15}$	76 $\frac{1}{4}$.
3e *id.*	*id.* $\frac{1}{10}$.	66.
4e *id.*	*id.* $\frac{2}{20}$ et 2s. p. # du $\frac{1}{10}$	60.
5e *id.*	*id.* $\frac{1}{5}$	56 $\frac{1}{2}$.

Actions des Indes anciennes.

	Création.	Cours et variations.		
Actions.	2500l. »s.	1887 $\frac{1}{2}$	1875	1880.
$\frac{16}{25}$.	1600 »	1305	. . .	. . . .
$\frac{1}{8}$.	312 10	. . .	. . .	. . . .
$\frac{1}{25}$.	100 »	. . .	. . .	. . . .
Billets d'Emprunt	500 »	405	404	403.

Quittances de finances.

Emprunt de décembre 1782, de 100 millions à 12 $\frac{1}{2}$ p$\frac{o}{o}$ de perte.

Nota. Se fait par parties de 6000 et de 3000l. ; en général les parties les plus fortes perdent davantage, parce qu'il est plus difficile de s'en défaire.

100 : 12 $\frac{1}{2}$ :: 6000 : x = 750l. perte.

3000 : x = 375 *id.*

Emprunt de décembre 1784, de 125 millions à 9 $\frac{1}{2}$ p$\frac{o}{o}$ de perte.

Nota. Se fait par 1000 liv., il y a par sortie 300 liv. ce qui porte le capital à 1300 liv. à la fin de l'année. Les numéros sortis de cet emprunt perdent 4 $\frac{1}{2}$ p. $\frac{o}{o}$ n'ayant pas été remboursés.

100 : 9 $\frac{1}{2}$ :: 1000 : x = 95l. perte.

Emprunt de décembre 1785, de 80 millions avec bulletin.

Partie de..... 1000l 4 p$\frac{o}{o}$ de bénéfice.
id. sans bulletins..... 10 $\frac{1}{2}$ p.$\frac{o}{o}$ perte.
id. en quittances sorties ayant un lot 8 p.$\frac{o}{o}$ bénéfice.

Bulletin dudit emprunt de 80l. au cours de 64l.

Reconnoissances de bulletin, valent 72l. et sont effets de banque.

Les reconnoissances sorties peuvent être échangées contre viager à 9 p$\frac{o}{o}$ sur une tête; à 8 p$\frac{o}{o}$ sur deux têtes.

Emprunt de nov. 1787, de 120 millions à 4 p$\frac{o}{o}$.

Autre de 1788 . . . . . à 5 p$\frac{o}{o}$.

Emprunt national de 80 millions, créé par l'Assemblée Constituante, en différentes parties, de 3000l., de 2000l., de 1000l., etc. perdent, par parties de mille 12 p$\frac{o}{o}$, et plus quand les parties sont plus fortes, étant difficiles à placer.

193. Seuls effets qui se font à la bourse de Paris, depuis l'an 4 jusqu'à l'an 7 (en germinal.)

Rentes viagères.....
Rentes provisoires, au cours de 7fr.,75 les 100 f. espèces.
Tiers consolidé..... 10 ,25 *id.*
Bons $\frac{2}{3}$..... 1 ,15 *id.*
Bons $\frac{3}{4}$..... »
Bons $\frac{1}{4}$..... »
Bons des deniers 6m. de l'an six 75 ,88 *id.*

1re QUESTION *et opérations indiquées.*

Combien faut-il débourser pour acquérir 6000 l. de contrats

de la 1re classe ? 100 : 86 :: 6000l : x = 5160l.
2e *id.* ? : 76 $\frac{1}{4}$ = 4575
3e *id.* ? : 66 = 3960
4e *id.* ? : 60 =
5e *id.* ? : 56 $\frac{1}{2}$ =

2e QUESTION *qui sert de preuve.*

Combien aura-t-on en contrats, moyennant 5160l. de la 1re classe? 86 : 100 :: 5160 : x = 6000.

2e ?	76 $\frac{1}{4}$	4575	: x = 6075
3e ?	66	3960	: x = 6000
4e ?	60		: x =
5e ?	56 $\frac{1}{2}$		: x =

3e QUESTION.

Acquérir de toutes les classes pour 100000 livres, combien aurai-je de chacune en particulier proportionnellement à leurs cours?

Première opération.		Deuxième opération.
86 76 $\frac{1}{4}$ 66 60 56 $\frac{1}{2}$	Partager 100000l. en parties proportionnelles à chaque classe.	Acquérir des contrats pour les différents capitaux trouvés par classes.
344 $\frac{3}{4}$: 86 :: 100000l : x = a		86 : 100 :: a : x =
: 76 $\frac{1}{4}$ = b		76 $\frac{1}{4}$ :: b =
: 66 = c		66 :: c =
: 60 = d		60 :: d =
: 56 $\frac{1}{2}$ = e		56 $\frac{1}{2}$ :: e =

4e QUESTION.

Combien faut-il débourser pour avoir 600 livres de rente sur chaque classe?

1re Classe sans retenue, 600l. rente × 20d = 12000

100 : 86 :: 12000 : x = 10320.

Autre moyen plus simple qui sert de preuve.

1re Classe à 86 p$\frac{o}{o}$ sans retenue.

86 D. 5

17 $\frac{1}{5}$d × 600 = 10320.

2e Classe, retenue du $\frac{1}{15}$.

14 : 15 :: 600 : $x = 642\frac{6}{7} \times 20$ d. $= 12857$ l. $\frac{1}{7}$.

100 : $76\frac{1}{4}$ :: $12857\frac{1}{7}$: $x = 9803$ l. $\frac{4}{7}$.

Autre moyen plus simple qui sert de preuve.

2e Classe, à $76\frac{1}{4}$ p. $\frac{0}{0}$, on déduit le $\frac{1}{15}$.

de 5

ôter $0\frac{5}{15} = \frac{1}{3}$.

76 D. $4\frac{2}{3}$

$16\frac{19}{56} \times 600 = 9803$ l. $\frac{4}{7}$.

3e Classe, retenue du $\frac{1}{10}$.

9 : 10 :: 600 : $x = 666\frac{2}{3} \times 20$ d. $= 13333\frac{1}{3}$.

100 : 66 :: $13333\frac{1}{3}$: $x = 8800$ l.

Autre moyen qui sert de preuve.

3e Classe, à 66 p. $\frac{0}{0}$, on déduit le $\frac{1}{10}$.

de 5

ôter $0\frac{1}{2}$

66 ($4\frac{1}{2}$

$14\frac{2}{3}$ d. $\times 600 = 8800$ l.

Récapitulation servant de réponse à la 4e question.

1re Classe, on déboursera 10320 livres.

2e *id.* . . . $9803\frac{4}{7}$.

3e *id.* 8800.

4e *id.* $8089\frac{79}{89}$.

5e *id.* 8475.

La quatrième classe est la plus avantageuse, puisqu'on débourse moins.

5e QUESTION.

Quelle est la plus avantageuse des cinq classes ?

Pour résoudre cette question, il suffit de chercher à quel denier ou à combien p. $\frac{0}{0}$ elles produisent : ainsi ayant calculé, comme précédemment, le capital d'une rente quelconque, on établira cette proportion:

Le capital trouvé, 1re classe, : à la rente :: 100 : x.

$$10320 : 600 :: 100 : x = 5\ \tfrac{35}{43}\ \text{p.}\ \tfrac{0}{0}.$$

ou bien, on divisera le capital par la rente, et on aura le denier

$$10320\ \text{d.}\ 600 = 17\ \tfrac{1}{5}\ \text{denier.}$$

2e Moyen plus simple.

1re Classe,

à 86 p. $\frac{0}{0}$. 86 D. 5 rente

$17\ \frac{1}{5}$ denier.

ou

$$86 : 5 :: 100 : x\ 5\ \tfrac{35}{43}.$$

Récapitulation servant de réponse à la 5e question.

1re Classe, rapporte au denier $17\ \frac{1}{5}$ ou à $5\ \frac{35}{43}$ p. $\frac{0}{0}$.
2e *id.* . . . . . $16\ \frac{19}{56}$ *id.* $6\ \frac{22}{183}$.
3e *id.* . . . . . $14\ \frac{2}{3}$ *id.* $6\ \frac{9}{11}$.
4e *id.* . . . . . $13\ \frac{43}{89}$ *id.* $7\ \frac{5}{12}$
5e *id.* . . . . . $14\ \frac{1}{8}$ *id.* $7\ \frac{9}{113}$.

On voit que la quatrième classe est la plus avantageuse, puisqu'elle produit au denier le plus bas, ou a plus pour cent.

6e QUESTION.

Un particulier a employé une partie de ses fonds en

acquisition d'actions sur lesquelles il arrive une baisse considérable ; que doit-il faire pour se soustraire à une perte certaine et profiter de la première augmentation ?

R. Acheter de nouveau au plus bas, pour vendre à un prix moyen, lors de la première augmentation.

Comment trouver ce prix moyen ?

R. En mêlant tous les prix, et divisant par le total des actions.

Exemple, commune des actions.

Pierre a acheté 100 actions des Indes à 900l. chaque.

id.	80	*id.*	890.
id.	200	*id.*	860.

au bout de quelques jours elles se font :

à 800 liv. à 790 liv. à 720.

Alors Pierre achète :

100	actions à	800 liv.
50	*id.*	790
200	*id.*	720.

Opérations.

1er Achat	100	× 900	=	90000 livres.
	80	× 890	=	71200
	200	× 860	=	172000
2e Achat	100	× 800	=	80000.
	50	× 790	=	
	200	× 720	=	

730 actions pour 596700 liv.

Divisant le prix par la quantité, on trouvera 817 $\frac{29}{73}$ pour prix moyen ; ce qui réglera Pierre pour vendre

lorsqu'elles auront augmenté au-dessus de ce taux, sans attendre qu'elles soient revenues à leur valeur primitive.

Variations du denier des rentes et de l'intérêt des capitaux.

En 1560, les condamnations d'intérêt pouvoient être prononcées, et les rentes constituées sur le pied du denier 10, ou à 10 p. $\frac{0}{0}$.

En 1567, par édit de mars, l'intérêt fut réduit au denier 12 ou à 8 $\frac{1}{3}$ p. $\frac{0}{0}$.

En 1572, *id.* 16 $\frac{2}{3}$ 6 *id.*

En 1580, l'art. 309 de la coutume de Paris fixe sur le pied du d. 20, ou 5 p. $\frac{0}{0}$, l'intérêt des rapports aux successions en ligne directe.

En 1602, au denier 16 ou à 6 $\frac{1}{4}$ p. $\frac{0}{0}$.

1634, *id.* 18 5 $\frac{5}{9}$ *id.*

1666, *id.* 20 5 *id.*

1720, *id.* 50 2 *id.*

1724, *id.* 30 3 $\frac{1}{3}$ *id.*

1725, *id.* 20 5 *id.*

1766, *id.* 25 4 *id.*

Mais un mois après il fut permis de stipuler que les rentes qui seroient constituées au denier 25 seroient exemptes de la retenue des impositions.

1770, au denier 20 ou à 5 p. $\frac{0}{0}$.

Toutes ces fixations n'ont pas eu lieu pour les rentes viagères; on pouvoit les constituer sur tel pied que l'on le jugeoit à propos, relativement à l'âge de la personne sur la tête de laquelle on constituoit la rente.

Tableau annuel des impositions sur les rentes.

Du 14 fév. 1710 au 31 décemb. 1717, le dixième = $\frac{1}{10}$.
De 1718 à 1724, aucunes.
Du 1er août 1725 au 31 déc. 1727, le cinquantième = $\frac{1}{50}$.
De 1728 à 1733, aucunes.
Du 1er janv. 1734 au 1er janvier 1737, le $\frac{1}{10}$.
De 1737 à 1740, aucunes.
Du 1er octob. 1741 au 31 décemb. 1746, le $\frac{1}{10}$.
Du 1er janv. 1747 au 1749, le $\frac{1}{10}$ et 2 s. pour liv. du $\frac{1}{10}$, ou le $\frac{1}{10} + \frac{1}{100}$.
Du 1er janvier 1750 au 1er octobre 1756, les 2 sous pour liv. du $\frac{1}{10}$ et le 20e, ou $\frac{1}{100} + \frac{1}{20} = \frac{6}{100}$.
Du 1er octob. 1756 au 1er octob. 1759, les 2 sous pour liv. du 10e et $\frac{2}{20}$, ou $\frac{1}{100} + \frac{2}{20} = \frac{11}{100}$.
Du 1er octob. 1759 au 31 décemb. 1763, les 2 s. pour liv. du $\frac{1}{10}$, les $\frac{3}{20}$ et $\frac{1}{200}$, ou $\frac{1}{100} + \frac{3}{20} + \frac{1}{200} = \frac{33}{200}$.
Du 1er janvier 1764 au 1er juillet 1772, les 2 s. pour liv. du $\frac{1}{10}$ et $\frac{2}{20}$, ou $\frac{1}{100} + \frac{2}{20} = \frac{11}{100}$.
Du 1er juillet 1772 au 1er janv. 1781, $\frac{2}{20}$ + 4 s. pour liv. du $\frac{1}{20}$, ou $\frac{2}{20} + \frac{1}{100} = \frac{11}{100}$.
Continues jusqu'en 1792. =

Nota. Ces deux tableaux sont extraits de l'excellent ouvrage du citoyen *Gayot*, intitulé, *Pratique des Négocians*, etc.

QUESTIONS DIVERSES.

A 4 p. $\frac{0}{0}$ l'an, combien est-ce par mois ?
R. Le $\frac{1}{12}$ de 4 l. = $\frac{4}{12}$ = $\frac{1}{3}$ p. $\frac{0}{0}$ par mois.

2e QUESTION.

A $\frac{3}{8}$ p. $\frac{0}{0}$ par mois, combien est-ce par an ?
R. 12 fois + = $\frac{3}{8} \times 12 = \frac{36}{8} = 4\frac{1}{2}$ p. $\frac{0}{0}$ par an.

3e QUESTION.

A 5 p. $\frac{0}{0}$ l'an, combien est-ce pour 7 mois ?

$R. = 2\ \frac{11}{12}$ p. $\frac{0}{0}$.

12 mois : 7 mois :: 5 l. : x =

4e QUESTION.

A 5 p. $\frac{0}{0}$ l'an, combien est-ce pour 7 mois 24 jours?

$R. = 3\ \frac{1}{4}$ p. $\frac{0}{0}$.

12 mois : 7 mois 24 jours :: 5 : x

5e QUESTION.

A 6 p. $\frac{0}{0}$ l'an, combien est-ce pour 12 jours?

$R. = \frac{1}{5}$ p. $\frac{0}{0}$.

6e QUESTION.

A 4 $\frac{1}{2}$ p. $\frac{0}{0}$ l'an, combien est-ce pour 5 ans?

$R. = 22\ \frac{1}{2}$ p. $\frac{0}{0}$.

CHAPITRE X.

Escompte ou Excompte.

194. L'ESCOMPTE est l'intérêt que retire celui qui paie des billets avant l'échéance, ou, en général, qui paie, billets ou marchandises, avant le temps convenu.

195. On prend l'escompte de deux manières; en dehors, et en dedans.

1° De la même manière que l'intérêt. Par exemple, si l'escompte est à 2 p. $\frac{0}{0}$, sur 100 l. on ôte 2, reste 98, ou on établit cette proportion :

100 : 2 : : le capital : x = l'escompte à retrancher du capital ;

ou bien par cette autre :

100 : 98 : : le capital : x = la somme escomptée.

On opère ainsi en France toutes les fois que l'escompte a pour objet la remise que l'on fait sur une lettre-de-change ou billet, ou sur quelqu'autre dette que ce puisse être qui n'est pas encore échue, pour que l'accepteur ou le débiteur en avance le paiement. On fait aussi des escomptes, c'est-à-dire, des remises, pour être payé des dettes qui sont douteuses.

2° L'escompte des marchandises vendues à terme ne se rabat pas seulement sur cent, mais sur cent et l'escompte joints ensemble ; ainsi, escomptant en fabrique des marchandises à 6 p. $\frac{0}{0}$, on rabat 6 sur 106, reste 100 ; ou on établit cette proportion :

106 : 6 : : le capital : x = l'escompte à retrancher du capital ;

ou bien par cette autre :

106 : 100 : : le capital : x = la somme escomptée.

Cette manière de prendre l'escompte, qu'on nomme en dedans, a lieu toutes les fois que parmi les marchands ils achètent, en fabrique, à crédit, sous la convention que l'acheteur fait avec le vendeur d'en faire l'escompte à tant pour cent, à chaque paiement qu'il lui fera avant l'échéance de son billet.

A Paris tous les escomptes se prennent en dehors, de la première manière.

1re QUESTION.

J'ai acheté pour 80000 livres de marchandises, le

8 janvier 1780, payables le 1er décembre, à condition d'escompte à 6 p. $\frac{0}{0}$ pour prompt paiement; voulant m'acquitter le 9 mai, combien gagnerai-je?

R. Escompte en dehors, 2693 l. 6 s. 8 d.

id. en dedans, 2540 . 17 . 6.

Faire les preuves comme dans les intérêts, en cherchant capital, combien p. $\frac{0}{0}$, et temps.

Cette question se reduit à celle-ci:

Prendre l'escompte, en dehors et en dedans, de 80000 livres pour 6 mois 22 jours à 6 p. $\frac{0}{0}$.

1° En dehors,

100 : 6 :: 80000 : x = 4800 liv. pour un an.

Pour 6 mois	2400			
16 jours	200			
6	80			
1	13	6 s.	8 d.	
	2693	6	8	

2° En dedans,

106 : 6 :: 80000 l. : x = 4528 l. 6 s. 0 d. pour un an.

Pour 6 mois	2264	3	0
15 jours	188	13	7
6	75	9	5
1	12	11	6
	2540	17	6

2e QUESTION.

Sur 40000 livres de marchandises achetées le 17 novembre 1789, j'ai fait un billet de ladite somme, payable au 17 novembre 1790; voulant payer au

9 mai 1790, combien aurai-je à payer à $\frac{1}{2}$ p. $\frac{0}{0}$ par mois ?

R. = 38746 l. 13 s. 4 d.

Nota. Cette question et celles qui suivent sont établies pour l'escompte en dehors. On remarquera que 6 p. $\frac{0}{0}$ par an ou $\frac{1}{2}$ p. $\frac{0}{0}$ par mois, sont la même chose.

3e QUESTION.

Combien perdrai-je, par chaque billet et sur le tout, pour l'escompte des trois billets suivans à 6 p. $\frac{0}{0}$?

Le 1er de 6000 fr. ayant à courir 6 mois 18 jours.

2e	12000	*id.*	4	17
3e	8000	*id.*	9	10

R. = Pour le 1er = 198 fr. } Pour la totalité
2e = 274 } 845 fr.,33.
3e = 373,33 }

4e QUESTION.

On a payé 80 fr. pour l'escompte d'un billet à 6 p. $\frac{0}{0}$ de 7 mois 19 jours, quel étoit le montant du billet ?

R. = 2096 fr.,52 ou 1 s. 4 d. $\frac{176}{229}$.

Cette question se réduit à trouver le principal qui a produit 80 fr. pour l'intérêt à 6 p. $\frac{0}{0}$ de 7 mois 19 jours.

5e QUESTION.

On a payé 4200 fr. pour la valeur d'un billet escompté à 6 p. $\frac{0}{0}$ pour 9 mois 17 jours, quel étoit le montant du billet ?

R. = 4410 fr.,99 ou 19 s. 10 d. $\frac{1106}{5713}$.

On opérera par fausse position.

6e QUESTION.

On a payé 9700 francs pour une lettre-de-change

escomptée à 12 p. $\frac{0}{0}$ pour 4 mois 19 jours, combien a-t-on pris d'escompte ?

R. = 471 fr., 27 ou 5 s. 4 d. $\frac{1456}{2861}$.

On cherchera, comme dessus, le principal par fausse position, ensuite on en prendra l'escompte.

Méthode abrégée par analogie de prendre l'escompte en dehors.

196. On peut par une simple proportion trouver l'escompte d'une somme pour un nombre de jours quelconque.

Ayant réduit les mois en jours, on dira :

A 36 p. $\frac{0}{0}$ par an,

1000 : au nombre de jours : : le capital : x = l'escompte.

A 24 p. $\frac{0}{0}$ par an,

1500 : au nombre de jours : : le capital : x = *id.*

A 18 p. $\frac{0}{0}$ par an,

2000 : au nombre de jours : : le capital : x = *id.*

A 12 p. $\frac{0}{0}$ par an,

3000 : au nombre de jours : : le capital : x = *id.*

A 10 p. $\frac{0}{0}$ par an,

3600 : au nombre de jours : : le capital : x = *id.*

A 9 p. $\frac{0}{0}$ par an,

4000 : au nombre de jours : : le capital : x = *id.*

A 8 p. $\frac{0}{0}$ par an,

4500 : au nombre de jours : : le capital : x = *id.*

A 6 p. $\frac{0}{0}$ par an,

6000 : au nombre de jours : : le capital : x = *id.*

A 5 p. $\frac{0}{0}$ par an,

7200 : au nombre de jours : : le capital : x = *id.*

A 4 p. $\frac{0}{0}$ par an,

9000 : au nombre de jours : : le capital : x = l'escompte.

A 3 p. $\frac{0}{0}$ par an,

12000 : au nombre de jours : : le capital : x = *id.*

A 2 p. $\frac{0}{0}$ par an,

18000 : au nombre de jours : : le capital : x = *id.*

A 1 p. $\frac{0}{0}$ par an,

36000 : au nombre de jours : : le capital : x = *id.*

A $\frac{1}{2}$ p. $\frac{0}{0}$ par an,

72000 : au nombre de jours : : le capital : x = . *id.*

Preuve et démonstration de l'analogie pour l'escompte en dehors.

Prendre l'escompte à 6 p. $\frac{0}{0}$ pour 4 mois 18 jours sur 12000 francs.

R. = 276 francs.

100 : 6 : : 12000 : x

$\times \frac{138}{360}$ fraction d'année = 4 mois 18 j^{rs}.

Se transforme en

100 $\times$ 360 : 6 $\times$ 138 :: 12000 : x

Donc, en prenant le $\frac{1}{6}$ des deux premiers termes,

100 $\times$ 60 : 1 $\times$ 138 :: 12000 : x.

Effectuant les multiplications,

6000 fr. : 138 jours :: 12000f. : x = 276.

2e *Application.*

Prendre l'escompte de 12000 francs à 5 p. $\frac{0}{0}$ pour 6 mois 20 jours.

R. = 333 fr., 33.

100 : 5 : : 1200 : x

$\times \frac{200}{360}$ fraction d'année = 6 mois 20 jours.

Se transforme en

100 × 360 : 5 × 200 :: 12000 : x.

Donc, en prenant le $\frac{1}{5}$,

100 × 72 : 1 × 200 :: 12000 : x.

Effectuant les multiplications,

7200 fr. : 200 jours :: 12000 f. : x = 333,33.

On peut, par le même moyen, calculer une analogie pour toute espèce de denier dans l'escompte.

Nota. A 2 p. $\frac{0}{0}$ par mois, pour 85 jours sur un capital de 12000 liv. on auroit :

100 : 2 :: 12000 : x

× $\frac{85}{30}$.

1500 : 85 :: 12000 : x.

Méthode abrégée de prendre l'escompte en dedans par analogie.

197. On peut, par une simple proportion, trouver l'escompte en dedans d'une somme pour un nombre de jours quelconque.

Ayant réduit les mois en jours, on dira :

A 36 p. $\frac{0}{0}$ par an,

1360 : au nombre de jours : : le capital : x = l'escompte.

A 24 p. $\frac{0}{0}$ par an,

1860 : au nombre de jours : : le capital : x = *id.*

A 18 p. $\frac{0}{0}$ par an,

2360 : au nombre de jours : : le capital : x = *id.*

A 12 p. $\frac{0}{0}$ par an,

3360 : au nombre de jours : : le capital : x = *id.*

A 10 p. $\frac{0}{0}$ par an,

3960 : au nombre de jours : : le capital : x = l'escompte.

A 9 p. $\frac{0}{0}$ par an,

4360 : au nombre de jours : : le capital : x = *id.*

A 8 p. $\frac{0}{0}$ par an,

4860 : au nombre de jours : : le capital : x = *id.*

A 6 p. $\frac{0}{0}$ par an,

6360 : au nombre de jours : : le capital : x = *id.*

A 5 p. $\frac{0}{0}$ par an,

7560 : au nombre de jours : : le capital : x = *id.*

A 4 p. $\frac{0}{0}$ par an,

9360 : au nombre de jours : : le capital : x = *id.*

A 3 p. $\frac{0}{0}$ par an,

12360 : au nombre de jours : : le capital : x = *id.*

A 2 p. $\frac{0}{0}$ par an,

18360 : au nombre de jours : : le capital : x = *id.*

A 1 p. $\frac{0}{0}$ par an,

36360 : au nombre de jours : : le capital : x = *id.*

A $\frac{1}{2}$ p. $\frac{0}{0}$ par an,

72720 : au nombre de jours : : le capital : x = *id.*

Preuve et démonstration de l'analogie, pour l'escompte en dedans.

Prendre l'escompte en dedans de 2120 francs pour 5 mois 10 jours à 6 p. $\frac{0}{0}$.

R. = 53 fr., 33.

106 : 6 : : 2120 : x

$\times \frac{160}{360}$ fraction d'année = 5 mois 10 jours.

Se transforme en

$$106 \times 360 : 6 \times 160 :: 2120 : x.$$

Donne, en prenant le $\frac{1}{6}$ des facteurs,

$$106 \times 60 : 1 \times 160 :: 2120 : x.$$

Effectuant les multiplications,

$$6360 \text{ fr.} : 160 \text{ jours} :: 2120 \text{ fr.} : x = 53{,}33.$$

2° *Application.*

Prendre l'escompte en dedans de 23600 francs pour 7 mois 20 jours à 18 p. $\frac{0}{0}$.

R. 2300 francs.

$$118 : 18 :: 23600 : x$$

$$\times \tfrac{230}{360} \text{ fraction d'année} = 7 \text{ mois } 20 \text{ j.}$$

Se transforme en

$$118 \times 360 : 18 \times 230 :: 23600 : x.$$

Donne, en prenant le $\frac{1}{18}$ des facteurs,

$$118 \times 20 : 1 \times 230 :: 23600 : x.$$

Effectuant la multiplication,

$$2360 \text{ fr.} : 230 \text{ jours} :: 23600 \text{ fr.} : x = 2300.$$

Nota. La marche est constante pour trouver les analogies des autres taux de l'escompte.

CHAPITRE XI.

198. Les règles du cent et du millier, pour le roulage, de la tare, de provision et de courtage, de troc ou d'échange, de profit et de perte, d'assurance, d'avarie,

ne sont que de simples règles de trois directes ou inverses, qui prennent leur nom de leur usage.

Règle du cent et du millier.

1re QUESTION.

Combien paiera-t-on pour 8349 kilogrammes de marchandises à voiturer, à 14 fr. 30 du cent, ou quintal?

R. 1193 fr., 90.

100 : 8349 :: 14,30 : x = 1193,90.

Preuve.

Il en a coûté 1193 fr., 90 pour 8349 kilogrammes pesant de marchandises, on demande combien a coûté le cent.

R. = 14 fr., 30.

Autre preuve.

Combien aura-t-on de kilogrammes de marchandises pour 1193 fr., 90, à raison de 14 fr., 30 du cent?

R. =

2e QUESTION.

A 12 fr., 11 le quintal, combien le kilogramme?

R. 0 fr., 1211.

Preuve.

A 0 fr., 1211 le kilogramme, combien le quintal ou cent pesant?

R. =

3e QUESTION.

Combien coûteront 4800 plumes à écrire, à raison de 9 fr., 5 du millier?

R. 45 fr., 6.

1000 : 4800 :: 9,5 : x = 45,6.

Preuve.

Lorsque 4800 plumes reviennent à 45,6, à combien revient le millier ?

R. 9 fr., 5.

4800 : 1000 :: 45,6 : x = 9,5.

Autre preuve.

Combien aura-t-on de plumes pour 45 fr., 6, à raison de 9 fr., 5 du millier ?

R. = 4800 plumes.

9,5 : 45,6 :: 1000 : x = 4800.

4e QUESTION.

A 20 francs le millier, combien le cent ?

R. = 2 francs.

Preuve.

A 2 francs le $\frac{0}{0}$, combien le $\frac{00}{0}$?

R. = 20 francs.

5e QUESTION.

A 20 francs le $\frac{00}{0}$ de plumes, à combien revient la plume ?

R. = 0 fr., 02.

20 fr., D. $\frac{1000}{0,02}$.

6e QUESTION.

Combien coûtera le $\frac{00}{0}$ de soude, si 900000 kilogrammes ont coûté 30000 fr. ?

R. = 33 fr., 34.

Règle de tare.

199. On appelle *poids brut* des marchandises, le total de ce qu'elles pèsent avec les tonneaux, caisses,

vases, sacs ou autres choses qui les contiennent.

200. Et on appelle *poids net* le total de ce que pèsent les marchandises, déduction faite de la *tare*, ou du poids des tonneaux, caisses, etc., et, en général, des enveloppes qui les contiennent.

Comme il seroit difficile de connoître, séparément du poids des marchandises, celui des tonneaux, caisses ou enveloppes qui les contiennent, le vendeur et l'acheteur conviennent entr'eux de rabattre tant pour cent, comme 5, 6 ou 8, plus ou moins, du quintal pour la tare. L'usage de la place détermine le tant pour cent sur chaque espèce de marchandise, et encore la manière de rabattre ladite tare, qui peut se faire de deux manières, en dedans ou en dehors, comme dans l'escompte.

1re QUESTION.

On demande quel est le poids *net* d'une marchandise pesant brut 7800 kilogrammes, en rabattant 8 p. $\frac{0}{0}$ pour la tare.

R. = 7176 poids net en dehors, et 7222 en dedans.

Tare en dehors.

100 : 8 :: 7800 : x = 624 kilog. pour la tare.

de 7800
ôter 624

reste net 7176 poids net.

ou bien

100 : 92 :: 7800 : x = 7176 tare déduite.

Tare en dedans.

108 : 8 :: 7800 : x = 578.

ôter 578

reste net 7222 k. poids net,

ou bien

108 : 100 :: 7800 : x = 7222.

Nota. En prenant la tare on néglige le reste, à moins qu'il ne fasse au-delà de la $\frac{1}{2}$ d'un entier, auquel cas on ajuste un de plus.

Dans les questions qui vont suivre, nous prendrons la tare en dehors.

2e QUESTION.

Combien paiera-t-on pour 78000 kilogrammes brut de marchandises à 20 fr. le $\frac{0}{0}$ net, déduction de 10 p. $\frac{0}{0}$ de tare?

R. = 14040 francs.

1° Rabattre la tare.

100 : 90 :: 78000 : x = 70200 poids net.

2° Calculer le prix.

100 : 70200 :: 20 f. : x = 14040 francs.

Preuve.

On a payé 14040 francs pour une certaine quantité de marchandise, à raison de 20 francs le $\frac{0}{0}$ net, en rabattant 10 p. $\frac{0}{0}$ de tare; on demande quel étoit le poids brut de cette marchandise.

R. =

kilog. kilogr.

20 : 14040 :: 100 : x = 70200 net.

kilog.

90 : 100 :: 70200 : x = 78000 brut.

Autre preuve.

A combien p. $\frac{0}{0}$ net reviennent 78000 kilog. brut de marchandises qui ont coûté 14040 fr., en rabattant 10 p. $\frac{0}{0}$ de tare?

R. =

100 : 90 :: 78000 : x = 70200 poids net.
70200 : 100 :: 14040 : x = 20 francs.

3e QUESTION.

Combien coûteront 12 milliers brut de savon à 1 f.,4 le kilogramme de savon, la tare à 8 p. $\frac{0}{0}$?

R. = 15456 francs.

100 : 92 :: 12000 : x = 11040.
11040 × 1 f.4 = 15456 francs.

Règle de provision et courtage.

201. On appelle *provision* ou *commission*, le droit que prend un commissionnaire sur le montant des affaires qu'il a faites pour son commettant. Il est juste en effet de donner un salaire ou bénéfice à celui qui a géré et exécuté fidellement les affaires qu'on lui a confiées.

Le droit de commission varie suivant la nature des affaires : dans certains cas l'usage le fixe à $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{3}$ p. $\frac{0}{0}$, et dans d'autres à 2 ou 3 p. $\frac{0}{0}$; ce qui dépend aussi des conditions particulières qui se font entre le commettant et le commissionnaire.

202. On appelle *courtage*, le *droit des agens de change*, c'est-à-dire des personnes publiques qui, par charges ou par serment, servent d'entremetteurs entre

les négocians pour clorre et arrêter les parties de lettres-de-change qui se négocient : ce droit est fixé différemment en chaque place ; il y en a où il est de $\frac{1}{3}$ p. $\frac{0}{00}$; à Paris, il est de $\frac{1}{8}$ p. $\frac{0}{0}$. On entend encore par *courtage*, le droit qui est dû aux courtiers en marchandises, qui servent aussi à préparer et conclure les marchés entre le vendeur et l'acheteur.

C'est l'application de la règle du cent et du mille.

1re QUESTION.

Combien revient-il à un commissionnaire pour sa provision, sur 20000 francs, à 2 $\frac{1}{2}$ p. $\frac{0}{0}$?

R. 500 francs.

Preuve.

Quelle est la somme dont la provision donne 500 fr., à 2 $\frac{1}{2}$ p. $\frac{0}{0}$?

R. =.

Autre preuve.

On demande à combien p. $\frac{0}{0}$ étoit la provision qui a donné 500 fr. sur 20000 fr.

R. =

2e QUESTION.

Prendre 1 $\frac{1}{2}$ p. $\frac{0}{0}$ de commission sur 48000 fr.

R. = 720 francs.

Preuve.

Quelle est la somme qui produit 720 fr. de droit de commission à 1 $\frac{1}{2}$ p. $\frac{0}{0}$?

R. =.

3e QUESTION.

Quel est le droit d'un agent de change sur une

négociation de 18400 fr. de lettres-de-change à $\frac{1}{8}$ p. $\frac{0}{0}$?

R. = 23 francs.

Preuve.

Quel est le montant d'une négociation qui a produit 23 fr. à l'agent de change à $\frac{1}{8}$ p. $\frac{0}{0}$?

R. =

Règle de troc ou d'échange.

203. Quand deux marchands troquent ensemble, chacun veut passer sa marchandise à un prix un peu plus haut que s'il la vendoit argent comptant, par la raison que s'il recevoit de l'argent comptant il pourroit le faire valoir utilement, au lieu que la marchandise peut rester long-temps en magasin, où elle ne rapporte rien et où elle peut péricliter; cela posé:

1re QUESTION.

Jacob a du café dont le prix courant est de 2 fr., 8 le kilogramme; mais il veut le passer en troc à 3 fr.,4. Lévi a du thé dont le prix courant est de 7 fr., 5 le kilogramme; il demande à combien il doit le passer en troc pour l'augmenter dans la même proportion que Jacob augmente son café.

R. = 9 fr., 107 ou 9 fr., 11.

Opération:

2,8 : 3,4 :: 7,5 : x = 9 f., 107.

2e QUESTION.

Jacob livre à Lévi 300 kilogrammes de café à 3 f.,4; on demande combien Lévi doit fournir de livres de thé à Jacob, à raison de 9 fr. 11 le kilogramme de thé.

R. = 111 k., 96.

Il est évident que, le thé étant plus cher que le café, Lévi doit donner moins de kilogrammes de thé : par conséquent la règle est inverse, puisque le plus donne le moins (159); on aura donc cette proportion :

3f.,4 : 9,11 : : 300 : x *inverse.*

9,11 : 3,4 : : : x = 111k.,96.

204. On peut donner dans ces sortes de questions cette règle générale : Multipliez toujours la marchandise qu'on livre par son prix, et divisez le produit par le prix de celle qu'on donne en échange.

3e QUESTION.

Combien faut-il de louis d'or neufs à 24 francs en échange de 800 guinées à 25 francs ?

R. = 833,33.

4e QUESTION.

Combien faut-il de pièces de 5 francs en échange de 1200 piastres à 5f.,48 ?

R. = 1315 pièces, 2.

5e QUESTION.

Combien faut-il de pièces de 24 francs, en échange de 360 ducats de Hollande de 11 fr.,03 ?

R. = 165,45 pièces de 24 francs.

Règle de profit et de perte.

1re QUESTION.

Combien faut-il vendre des marchandises qui ont coûté 6000 francs, pour y gagner 10 p. $\frac{0}{0}$?

R. = 6600.

Il est évident que ce qui a coûté 100 fr. doit être vendu 110 fr., pour y gagner 10 p. $\frac{0}{0}$; donc :

100 : 110 :: 6000 : x =

Preuve.

Combien avoient coûté des marchandises qui ont été vendues 6600 fr. à 10 p. $\frac{0}{0}$ de bénéfice ?

R. =

110 : 100 :: 6600 : x =

Autre preuve.

Des marchandises qui ont coûté 6000 fr. ayant été vendues 6600 francs, on demande combien on a gagné p. $\frac{0}{0}$.

R. =

de 6600 fr.
ôter 6000
Reste 600

6000 : 100 :: 600 : x = 10 p. $\frac{0}{0}$.

2e QUESTION.

Des marchandises qui avoient coûté 9900 francs ont été vendues 8000 fr., combien a-t-on perdu p. $\frac{0}{0}$?

R. = 23 $\frac{3}{4}$ perte.

Preuve.

Combien faut-il vendre 9900 fr. de marchandises à 23 $\frac{3}{4}$ p. $\frac{0}{0}$ de perte ?

R. =

123 $\frac{3}{4}$: 100 :: 9900 : x =

Autre preuve.

Des marchandises ayant été vendues 8000 fr. à $23\frac{3}{4}$ p. $\frac{0}{0}$ de perte, on demande ce qu'elles avoient coûté.

R.

$$100 : 123\tfrac{3}{4} :: 8000 : x =$$

3e QUESTION.

Un marchand a vendu, dans une année, pour 231000 fr. de marchandises en gagnant $15\frac{1}{2}$ p. $\frac{0}{0}$ sur chaque article; à quelle somme revient son gain?

R. = 31000 fr.

$$115\tfrac{1}{2} : 15\tfrac{1}{2} :: 231000 : x.$$

Preuve.

Un marchand ayant vendu pour 231000 francs de marchandises dans son année, a gagné 31000 fr.; on demande à combien p. $\frac{0}{0}$ se monte son gain.

R. =

de 231000 fr.
ôter 31000

fonds 200000 : 31000 :: 100 : x.

Autre preuve.

Un marchand a gagné sur tous les articles qu'il a vendus dans l'année $15\frac{1}{2}$ p. $\frac{0}{0}$, et le montant de son gain est de 31000 francs; on demande pour combien il a vendu de marchandises.

R. = 200000 francs.

$$15\tfrac{1}{2} : 100 :: 31000 : x.$$

Autre preuve.

Combien faut-il vendre 200000 fr. de marchandises pour y gagner 15 $\frac{1}{2}$ p. $\frac{0}{0}$?

R. = 231000 fr.

4e QUESTION.

Combien faut-il vendre 18 milliers de savon à 12 s. 6 d. la livre pour y gagner 12 p. $\frac{0}{0}$, la tare à 8 p. $\frac{0}{0}$?

R. = 11592 l.

On commencera par rabattre la tare, on multipliera le net par 12 s. 6 d., et on établira cette proportion :

100 : 112 :: 10350 : x =

Pour avoir le prix de la *livre pesant*, on divisera 11592 liv. par le poids net, et on trouvera 14 sous, ou 7 décimes.

5e QUESTION.

18 milliers de savon, poids brut, ayant été vendus 11592 liv. à 12 p. $\frac{0}{0}$ de bénéfice, la tare à 8 p. $\frac{0}{0}$, on demande ce qu'avoit coûté la livre pesant avant la vente?

R. = 12 s. 6 d.

On cherchera la valeur de la marchandise sans bénéfice par cette proportion :

112 : 100 :: 11592 : x = 10350, que l'on divisera par le poids net 16560 = 12 s. 6 d.

6e QUESTION.

Combien avoient coûté 64000 kilogrammes de sucre si la vente, à 8 p. $\frac{0}{0}$ de bénéfice, a donné 57400 f., la tare à 10 p. $\frac{0}{0}$?

R. = 53148 fr. $\frac{4}{27}$.

Preuve.

Combien faut-il vendre 64000 kilogrammes de sucre qui ont coûté 55148 fr. $\frac{4}{27}$ pour y gagner 8 p. $\frac{0}{0}$?

R. =

7e QUESTION.

Combien faut-il vendre le cent net d'huile pour y gagner 12 p. $\frac{0}{0}$ sur une barrique pesant ort 18000 livr. qui a coûté 1968 l. 12 s. 6 d., la tare à 4 p. $\frac{0}{0}$, 14 liv. de trait et 30 liv. pour le plâtre ?

R. = 12 l. 15 s. 10 d. $\frac{530}{4309}$.

On déduira d'abord la tare, plus 44 livres pesant pour le trait et le plâtre, pour avoir le net, ensuite on cherchera ce qu'il faut vendre lesdites huiles pour y gagner 12 pour cent ; enfin, on dira :

Le net de ces huiles : à leur vente :: 100 liv. pes. : x, et on trouvera la réponse.

8e QUESTION.

Combien a coûté une barrique d'huile pesant 18000 kilog. ort, la tare à 4 p. $\frac{0}{0}$, 14 kilog. pour le trait, 30 kilogrammes pour le plâtre, si, en vendant le $\frac{0}{0}$ net $12^{l}.\ 15^{s}.\ 10^{d}.\ \frac{530}{4309}$, on a eu 12 p. $\frac{0}{0}$ de bénéfice ?

R. = 1968 l. 12 s. 6 d.

9e QUESTION.

Combien ont coûté deux balles de café pesant brut ou ort 5800 livres, à 60 l. le $\frac{0}{0}$, la tare à 5 p. $\frac{0}{0}$, et combien faut-il les vendre pour y gagner 8 p. $\frac{0}{0}$?

R. Elles ont coûté 3306 l. s. d.

Il faut les vendre 3570 l. 9 s. 7 d. $\frac{1}{5}$.

10e QUESTION.

Deux balles de café pesant ort 5800, la tare à 5 p. $\frac{0}{0}$, qui ont coûté 3306l., ont été vendues 3570 l. 9 s. 7 d. $\frac{1}{5}$ avec 8 p. $\frac{0}{0}$ de tare; on demande ce que valoit le $\frac{0}{0}$.

R. = 60 l.

11e QUESTION.

640 livres pesant de vanille ayant été vendues 17409 l. 10 s. 7 d., à 11 p. $\frac{0}{0}$ de bénéfice, combien ont-elles coûté au marchand, et que faut-il les vendre le $\frac{0}{0}$ net pour y gagner 6 p. $\frac{0}{0}$, la tare à 8 p. $\frac{0}{0}$?

R. Elles ont coûté $15684^{l}.\ 5^{s}.\ 2^{d}.\frac{58}{111}$.

Il faut les vendre 2823 . 11 . 10 $\frac{13999}{40848}$ le $\frac{0}{0}$.

12e QUESTION.

Combien faut-il vendre 640 livres pesant de vanille pour y gagner 11 p. $\frac{0}{0}$, et ce qu'elles ont coûté, la tare à 8 p. $\frac{0}{0}$, le $\frac{0}{0}$ net ayant été vendu 2823 l. 11 s. 10 d. $\frac{13999}{40848}$, avec 6 pour $\frac{0}{0}$ de bénéfice?

R. = 17409 l. 10 s. 7 d.

Règle d'assurance.

205. L'assurance est un contrat, ou convention, par lequel un particulier, que l'on appelle *assureur*, se charge des risques d'une négociation maritime, en s'obligeant aux pertes et dommages qui peuvent arriver sur mer à un vaisseau ou aux marchandises de son chargement pendant le voyage, soit par tempêtes, naufrages, échouemens, abordages, changement de route, de voyage ou de vaisseau, jet en mer, feu, prise, pillage,

arrêt de puissances, déclaration de guerre, représailles, et généralement toutes sortes de fortunes de mer, moyennant une certaine somme de 7, 8 et 10 p. $\frac{0}{0}$, plus ou moins, selon le risque qu'il y a à courir, laquelle somme doit être payée comptant à l'acquéreur par les assurés, en signant la police d'assurance.

Cette somme s'appelle ordinairement *prime* ou *cours d'assurance* autorisé par l'ordonnance de la marine du mois d'août 1681, livre 3, art. 1er du tit. 6.

Un marchand veut assurer pour 90000 livres de denrées des colonies; on lui demande 10 p. $\frac{0}{0}$, combien doit-il payer?

R. = 9000 l.

Preuve.

On demande pour quelle somme de marchandises on a payé 9000 l. de prime d'assurance à 10 p. $\frac{0}{0}$.

R. =

Autre preuve.

Si pour 90000 livres on a payé 9000 l. de prime, on demande à combien p. $\frac{0}{0}$.

R. =

2e QUESTION.

Connoître la prime d'assurance d'une cargaison estimée 78000 fr., à 4 $\frac{3}{4}$ p. $\frac{0}{0}$.

N. = 3705 francs.

Preuve.

Combien pour cent a-t-on pris de prime d'assurance, si pour 78000 francs on a pris 3705 francs?

R. =

Autre preuve.

Quel est le montant d'une cargaison qui a produit 3705 francs de prime à $4\frac{3}{4}$ p. $\frac{0}{0}$?

R. =

Règle d'avarie.

206. On appelle *avaries*, les accidens ou mauvaises aventures qui arrivent aux vaisseaux et aux marchandises de leur cargaison, depuis leur chargement et départ jusqu'à leur retour et déchargement.

On distingue trois sortes d'avaries :

1° Les simples ou particulières, qui ne tombent que sur la chose.

2° Les menues, qui doivent être supportées un tiers par le navire, et deux tiers par les marchandises.

3° Les grosses ou communes, qui doivent tomber sur le vaisseau et les marchandises, pour être réglées au sou la livre. (*Voyez* l'ordonnance de la marine du mois d'août 1681, au titre 7 du livre 3.)

1re QUESTION.

Un vaisseau chargé de 780000 francs de marchandises a avarié de 36000 francs, combien perd-on p. $\frac{0}{0}$?

R. = 4 fr. $\frac{8}{13}$.

Preuve.

Quel est le capital qui a produit 4 fr. $\frac{8}{13}$ d'avarie si 780000 francs ont produit 36000 francs?

R. =

Autre preuve.

Quel est le capital qui a produit 36000 francs d'avarie à 4 fr. $\frac{8}{13}$ p. $\frac{0}{0}$?

R. =

Autre preuve.

A combien se monte l'avarie d'un vaisseau chargé pour 780000 fr. à 4 fr. $\frac{8}{13}$ p. $\frac{0}{0}$?

R. =

2e QUESTION.

Un vaisseau dont la cargaison étoit de 184800 liv. a fait avarie de 5840 livres, on demande ce que Pierre doit supporter d'avarie pour sa part de la cargaison, montant à 6845 liv., et combien le vaisseau a avarié p. $\frac{0}{0}$?

R. Pierre supportera $216^{l}.\ 6^{s}.\ 3^{d}.\ \frac{25}{77}$.
Le vaisseau a avarié de $3\ \frac{37}{231}$ p. $\frac{0}{0}$.

Preuve.

Quelle étoit la cargaison d'un navire qui a avarié de 5840 liv. à $3\ \frac{37}{231}$ p. $\frac{0}{0}$?

R. =

Autre preuve.

Quel étoit l'intérêt de Pierre sur une cargaison de 184800 liv. qui a avarié de 5840 liv., si Pierre en a supporté, pour sa part, $216^{l}.\ 6^{s}.\ 3^{d}.\ \frac{25}{77}$?

R. = 6845.

CHAPITRE XII.

Règle d'Alliage.

207. ALLIAGE, en termes d'arithmétique, se dit du mélange de certaines espèces de marchandises ou denrées de divers prix ou de valeur différente.

208. Cette règle a pour objet de faire connoître le prix commun résultant du mélange de choses de différentes valeurs, et combien il faut de chacune de ces choses pour en composer un mélange sur un certain pied, afin de les réduire à un certain prix ou à un certain nombre.

Des titres.

209. Dans le commerce de l'or et de l'argent, le *titre* signifie le fin, l'aloi et la bonté intérieurs de ces deux métaux.

Le titre de l'or se mesuroit et s'évaluoit autrefois par *carats* de 32 grains; le titre de l'argent par *deniers* de 24 grains. L'or le plus fin, c'est-à-dire, celui qui a le moins de mélange d'aucun autre métal, s'appeloit de l'or à 24 carats, qui étoit le plus haut titre que l'on avoit fixé pour exprimer la bonté de l'or. Le titre le plus haut de l'argent étoit de 12 deniers.

210. Ainsi, carat étoit le nom estimatif qui exprimoit la bonté, ou le titre ou le fin de l'or.

211. Denier étoit le nom estimatif qui exprimoit la bonté, ou le titre ou le fin de l'argent.

Dans la règle d'alliage, et en termes de monnoie, le titre signifie particulièrement la qualité de l'or ou de l'argent employé à la fabrication des espèces, estimé par rapport à l'alliage de quelque autre métal que le souverain permet qu'on y mêle, et du remède ou diminution aussi permis par la loi. Ainsi, on disoit qu'un louis d'or étoit au titre de 22 carats et $\frac{1}{4}$ de remède, quand il avoit de fin 21 carats $\frac{3}{4}$ ou 21 car. 24 grains; l'on disoit de même d'un écu, qu'il étoit au titre de 11 deniers et 2 grains de remède, quand il avoit 10 deniers 22 grains de fin.

Le titre dépendant de la volonté du souverain, on voit, en Europe, des espèces d'or depuis le titre de 23 carats $\frac{3}{4}$ de fin jusqu'à 20 carats, et même 17 et moins; des espèces d'argent depuis 11 deniers et 8 grains de fin, jusqu'à 7 deniers et même au-dessous, ce qui n'est guère que du billon.

212. Aujourd'hui l'échelle est la même en France pour les deux titres; l'or le plus pur est à 1000 millièmes de fin; l'argent le plus pur est à 1000 millièmes de fin.

Extrait de la loi du 28 thermidor an 3, sur la monnoie d'or.

Art. Ier Il sera fabriqué des pièces d'or.

II. Le titre sera de 9 parties de ce métal pur et une partie d'alliage = ,900.

III. La tolérance du titre sera de trois millièmes

en dedans, et de trois millièmes en dehors du titre fixé par l'article précédent.

IV. Chaque pièce sera à la taille de dix grammes = 10 grammes.

V. La tolérance du poids sera d'un quatre-centième en dedans, et d'un quatre-centième en dehors du poids fixé par l'article précédent.

Monnoie d'argent.

Art. Ier Le titre de la monnoie d'argent sera de neuf parties de ce métal pur et d'une partie d'alliage = ,900.

II. La tolérance du titre sera de sept-millièmes en dedans et de sept-millièmes en dehors du titre fixé par l'article précédent.

III. Il sera fabriqué des pièces d'un, de deux et de cinq francs.

IV. La pièce d'un franc sera à la taille de cinq grammes; celle de deux francs sera à la taille de dix grammes; celle de cinq francs sera à la taille de 25 grammes.

V. La tolérance du poids sera d'un deux-centième en dedans, et d'un deux-centième en dehors du poids fixé par l'article précédent.

213. Pour estimer le titre ancien en titre nouveau, on se sert du procédé formulaire de la règle de trois (157).

Soit proposé d'estimer 23 carats en millièmes, en observant que 24 carats = 1000 millièmes.

$$x = 23 \text{ carats.}$$
$$24 = 1000 \text{ millièmes.}$$
$$x = 0{,}958.$$

Pour preuve, soit proposé de réduire 958 millièmes en carats.

$$x = 958 \text{ millièmes.}$$
$$1000 \text{ millièmes} = 24 \text{ carats.}$$
$$x = 22{,}99.$$

On voit bien qu'on doit trouver 23 carats.

S'exercer sur les titres suivans :

22 carats	20 grains.	,943 millièmes.
21	23	,905
16	18	,690.

Pour l'argent.

Estimer 11 deniers en millièmes, en observant que 12 deniers = 1000 millièmes.

$$x = 11 \text{ deniers.}$$
$$12^{d.} = 1000 \text{ millièmes.}$$
$$x = 0{,}917.$$

Pour preuve, soit proposé de réduire ,917 millièmes en deniers.

$$x = ,917$$
$$1000 \text{ mill.} = 12 \text{ deniers.}$$
$$x = 11 \text{ deniers.}$$

S'exercer sur les titres suivans :

9 den.	20 grains.	,819 millièmes.
10	12	,875
6	8	,527

SECTION PREMIÈRE.

Première sorte d'alliage.

Trouver le prix moyen des marchandises mélangées.

214. Pour opérer cette première sorte d'alliage, on peut poser cette règle générale : cherchez par les données de la question la totalité des prix ou des titres; et, divisant la somme des prix ou des titres par celle des marchandises, vous aurez la valeur de l'unité des marchandises mélangées, qu'on sub-divisera s'il est nécessaire.

1re QUESTION.

On demande le prix moyen du kilogramme et de l'hectogramme mélangé des marchandises suivantes:

kilogrammes		francs		
2,23	de cannelle à	7	le kilogramme	=
2,11	de muscade	5,5		=
5,25	de poivre	4,60		=
4,16	de girofle	7,46		=
13,75 kilogrammes.			Valent	82fr.,38.

82,38 D. 13,75 = 5fr.,99, valeur du kilogr. mélangé.

Et prenant le $\frac{1}{10}$ = 0 ,59, val. de l'hectogr.

2e QUESTION.

On demande le prix moyen de l'once mélangée des marchandises suivantes:

liv.	onc.	gros.		liv.		
4	14	5	de cannelle à	14	la livre.	=
5	3	7	de muscade	11	10s.	=
10	5	4	de poivre	8	15	=
8	3	6	de girofle	15	10	=
28	11	6			Valent	347l. 4s. 5d. $\frac{7}{16}$.

R. = L'once vaut 15s. 1d. $\frac{633}{2452}$.

3e QUESTION.

On a acheté des laines de différentes qualités ; les mêlant ensemble, on demande quel sera le prix du kilogramme et de l'hectogramme mélangés.

330 kilogrammes	à	40 fr. le $\frac{0}{0}$.	=
65	à	36 le $\frac{0}{0}$.	=
445 kilogrammes		valent	175fr.,4.

R. = Le kilogramme vaut 0 fr.,39.
L'hectogramme 0 ,03.

4e QUESTION.

Low a acheté quatre sortes de laines de divers prix, savoir :

3220 livres	à	522l. 10s.	le $\frac{0}{0}$.
2325		341 5	
845		310 »	
922		400 »	
			31066l. 1s. 3d.

A combien lui revient la livre du mélange ?

R. = 4l. 4s. 11d. $\frac{4927}{7312}$.

5e QUESTION.

Un épicier à mêlé quatre sortes d'épiceries ; com-

bien doit-il vendre la livre pesant, l'once et le gros mélangés?

livres	onc.	gros.					
7	6	4	cannelle à	15l.	6s.	7d.	la livre.
2	13	4	girofle .	13	12	»	
12	»	7	poivre	3	10	»	
2	2	»	muscade	9	7	»	

214l. 5s. 4d. $\frac{1}{32}$.

R. = La livre = 8l. 15s. 4d. $\frac{3068}{3127}$.
L'once = » 10 11 $\frac{7021}{12508}$.
Le gros = » 1 4 $\frac{44546}{100064}$.

6e QUESTION.

Un marchand de vin en a de différens prix, savoir :

30 muids à 100 liv. =
40 à 80 =
20 à 60 =
10 à 50 =
} 7900 liv.

Combien doit-il vendre le muid et la pinte mélangés, le muid contenant 288 pintes.

R. = Le muid 79 liv.
La pinte » 5s. 5d. $\frac{5}{6}$.

7e QUESTION.

Combien faut-il vendre l'hectolitre et le litre mélangés des vins ci-après:

200 hectolitres à 100 fr. =
160 à 120 =
140 à 160 =
} 61600 fr.

R. = L'hectolitre 123 fr.,2.
Le litre . 1 ,23.

8e QUESTION.

Combien un orfèvre doit-il vendre le marc, l'once et le gros, mélangés, des quantités d'argent ci-après, savoir :

marcs	onc.	gros.			
4	7	6	à 48 liv. le marc.	=	1250l. 16s. 3d.
8	3	7	50	=	
17	2	3	34	=	

R. = Le marc 40l. 13s. 6d. $\frac{18}{41}$.
L'once 5 1 8 $\frac{25}{82}$.
Le gros » 12 8 $\frac{353}{652}$.

9e QUESTION.

Quel sera le prix du marc, de l'once et du gros d'or mélangés, sur

7 marcs	4 onces	6 gros $\frac{1}{2}$	à 720 liv. le marc.	
10	7	1	640	
38	4	7	500	

R. =

10e QUESTION.

Quel sera le titre de quatre sortes d'ors mélangés ou fondus ensemble, savoir :

10 lingots	à	,900	=
12		,804	=
8		,716	=
20		,784	=

40056.

R. = ,801. 012.

11e QUESTION.

Quel sera le titre de trois sortes d'or mélangées ou fondues ensemble, savoir :

4 lingots au titre de 24 carats = } 396 carats.
6 *id.* 22 = }
8 *id.* 21 = }

R. = 22 carats.

Preuve.

4 lingots + 22 carats = 88 } 396 karats.
6 + 22 = 132 }
8 + 22 = 176 }

12e QUESTION.

Un affineur de quatre sortes d'or de différens titres, mais en égale quantité; quel est le titre du mélange?

à ,900 millièmes.
à ,876
à ,800
à ,724

R. = ,825.

Même question, aux anciens titres.

à 24 carats.
à 23
à 21
à 20

R. = 22 carats.

13e QUESTION.

On a fondu 18 lingots de différens titres; quel étoit le titre du mélange?

4 lingots au titre de 10 deniers } 176 deniers.
6 *id.* 8 }
8 *id.* 11. }

R. = $9^{d.}\frac{7}{9}$.

Preuve.

$$\left.\begin{array}{l} 4 \times 9\frac{7}{9} = \\ 6 \times 9\frac{7}{9} = \\ 8 \times 9\frac{7}{9} = \end{array}\right\} 176 \text{ deniers.}$$

14e QUESTION.

On a fondu 246 marcs d'argent de différens titres, savoir :

20 marcs au titre de 9 den. 20 grains.
116 *id.* 10 20
110 *id.* 11 9

Quel est le titre du mélange ?

R. = $10^{d}\cdot\frac{2935}{2952}$.

15e QUESTION.

On a fondu ensemble

4 marcs 6 onces 4 gros 36 gr. au titre de $9^{d}\cdot\frac{1}{2}$.
6 7 » » *id.* 10
5 » 6 » *id.* 11.

Quel est le titre du mélange?

R. = $10^{d}\cdot\frac{687}{4298}$.

16e QUESTION.

On a fondu ensemble

8 mars 4 onces 6 gros au titre de $10^{d}\cdot 8^{gr}\cdot\frac{188}{275}$.
6 7 4 *id.* 11 12.

Quel est le titre du mélange ?

R. = 10^{d}. 20 grains $\frac{440}{497}$.

Prouver à l'ordinaire.

SECTION II.

Seconde sorte d'alliage.

Combien faut-il mêler de chaque espèce de marchandises, pour en avoir une certaine quantité à un prix moyen?

215. Les questions qu'on peut proposer sur cette sorte d'alliage tiennent aux problêmes indéterminés dont la solution est du ressort de l'algèbre.

216. On appelle problèmes indéterminés, les questions qui sont susceptibles d'un plus ou moins grand nombre de solutions, qui peuvent aller quelquefois à l'infini.

217. L'arithmétique ne donne qu'une solution, encore est-elle imparfaite, et par tâtonnement; l'algèbre au contraire donne ou indique toutes les solutions possibles, par une marche aussi sûre que prompte.

Nous allons exposer le moyen arithmétique, qui suffira au plus grand nombre des lecteurs.

218. On appelle excédans, les prix au-dessus du prix moyen; et défaillans, ceux au-dessous du prix moyen.

219. Règle générale. Disposez sur une ligne verticale les prix ou les titres proposés, et placez ensuite le titre ou prix moyen, en face du milieu des titres ou prix proposés. Cette disposition établie, placez horizontalement, en avant des prix ou des titres de chaque excédant, la différence au prix ou au titre moyen de chaque défaillant. Placez de même, en avant des prix ou titres de chaque défaillant, la diffé-

rence au prix ou titre moyen de chaque excédant. La somme de toutes ces différences est la quantité de la marchandise qu'on peut vendre au prix moyen.

Si l'on demandoit de composer ou fixer une certaine quantité de marchandises pour être vendue à un prix moyen, après avoir calculé comme dessus, on partageroit proportionnellement, par la règle de compagnie, (170) la quantité fixée par les quantités déjà trouvées.

1re QUESTION.

Combien faut-il prendre de pintes de vin à 10s., 12s., 18s., pour en faire à 16s.

		Opérations.		Preuve.		
10		2	2 pintes	à 10s.	=	20s.
12	16	2	2	à 12	=	24
18		6+4	10	à 18	=	180
			14 p.	à 16s.	=	224

2e QUESTION.

Combien faut-il prendre de pintes de vin à 8s., 10s., 15s., 16s., 18s., pour en faire 3600 pintes à 12s.

		Opérations.		Preuve.		
8		6+4+3	13 pintes	à 8s.	=	
10		6+4+3	13	à 10	=	
15	12	4+2	6	à 15	=	
16		4+2	6	à 16	=	
18		4+2	6	à 18	=	
			44 p.	à 12s.	=	528s.

défaillans,

$44 : 13 :: 3600 : x.$

$x = 1063\frac{7}{11}.$

excédans,

$44 : 12 :: 6 : x.$

$x = 490\frac{10}{11}.$

Preuve.

1063 $\frac{7}{11}$ pintes	à	8s.	font	8509 $\frac{1}{11}$.
1063 $\frac{7}{11}$		10	*id.*	10636 $\frac{4}{11}$.
490 $\frac{10}{11}$		15	*id.*	7363 $\frac{7}{11}$.
490 $\frac{10}{11}$		16	*id.*	7854 $\frac{6}{11}$.
490 $\frac{10}{11}$		18	*id.*	8836 $\frac{4}{11}$.
3600 pintes	à	12s.	=	43200s.

Nota. Cette méthode arithmétique n'est bonne que lorsqu'il n'y a que de deux qualités de marchandises; mais, lorsqu'il y en a davantage, les solutions sont imparfaites, ne donnant que deux valeurs, une pour tous les excédans, l'autre pour tous les défaillans.

3e QUESTION.

Un marchand de vin veut avoir du vin à ,5 il n'en a qu'à ,4 et à ,6.

R. Mêler 1 litre à ,4.
1 à ,6.

4e QUESTION.

Faire 480 litres de vin à ,5 en ayant à ,35 à ,6 à ,9.

Réponse.

300 litres	à	,35	=	
90		,60	=	
90		,90	=	
480	à	,50	=	24000.

Questions à résoudre.

Ayant du vin à	10s.	12s.	18s.	24s.	en faire à	10s.
id.	6	8	16	24	*id.*	12.
id.	,35	,7	,25	,45	*id.*	,4.
id.	,6	1,f2	1,f8	2f	*id.*	1,1.

5e QUESTION.

Un orfèvre a de l'argent à 46 francs et à 30 fr. le marc, quel mélange doit-il faire pour en avoir à 40 fr.?

R. 10 marcs à 46 fr.
6 à 30.

6e QUESTION.

De l'or à 23 carats et 12 carats, quel sera le mélange pour en avoir à 20 carats?

R. = 8 marcs à 23 carats.
3 à 12.

7e QUESTION.

De l'argent à 48 liv. le marc et à 53 liv., en faire un ouvrage de 44 marcs à 50 liv.

R = $26\frac{2}{5}$ marcs à 48 liv.
$17\frac{3}{5}$ 53.

8e QUESTION.

De l'or à 23 carats et à 18 carats, quel mélange faut-il faire pour en avoir 20 marcs à 20 carats?

R. = 12 marcs à 18.
8 à 23.

9e QUESTION.

De l'argent à 18 fr. l'hectogramme et à 23 fr., en faire un ouvrage de 120 hectogrammes à 20 fr.

R. = 72 hectogrammes à 23 fr.
48 à 18.

10e QUESTION.

De l'or à ,958 et à ,750, quel mélange faut-il

faire pour en avoir 416 hectogrammes ou kilogrammes à ,875?

R. = 166 hect. ou kilogr. à ,750.
250 ,958.

IIe QUESTION.

Un directeur des monnoies a 246 marcs d'argent de différens titres, 20 marcs à 9 d. 20 grains.
116 à 10 20.
110 à 11 9.

On demande quel mélange il doit faire à ces trois sortes d'argent, pour en avoir 150 marcs à 10 den. 22 grains.

R. = 51 marcs $\frac{2}{3}$ à 9 d. 20 grains.
51 $\frac{2}{3}$ à 10 20.
46 $\frac{2}{3}$ à 11 29.

Pour opérer cette question, on réduira les titres en grains, et on opérera à l'ordinaire.

On voit, par cette réponse, qu'il faut plus de marcs à 9 deniers 20 grains que le directeur n'en a, et il faut qu'il en achète 31 marcs $\frac{2}{3}$ à 9 deniers 20 grains pour faire son opération, ou qu'il réduise le surplus de ce qui lui reste à ce titre; et c'est ce dernier parti qu'il convient de prendre. Dans la section suivante, nous allons traiter de la manière de réduire aux divers titres.

SECTION III.

Du fin de l'or et de l'argent.

220. Les questions sur cette partie ont pour objet les calculs nécessaires pour trouver:

1° Combien un lingot dont on connoît le titre contient de matières pures et d'alliage ou cuivre.

2° Combien il faut ajouter de cuivre à un lingot pour le rendre à un titre inférieur.

3° Combien il faut ajouter ou retrancher de fin et de poids à des lingots de divers titres pour les rendre à un titre supérieur.

Rapport entre le titre et le poids.

221. Le fin de l'or est à 24 carats, et le carat vaut 32 grains de fin; d'où il résulte que le grain de fin d'or ou le trente-deuxième = 6 grains de poids par rapport au marc. Ainsi 6 grains d'or fin ou $\frac{1}{32}$ sont même chose.

On peut le prouver de cette manière :

24 carats = 768 grains de fin.
1 marc = 4608 grains de poids.

Donc, par proportion,

Si 768 grains de fin donnent 4608 grains de poids, combien donnera 1 grain de fin ?

R. = 6 grains de poids.

Donc, pour réduire les grains de fin de l'or en grains de fin de poids, il faut les multiplier par six; le produit donnera les grains de poids.

222. Le fin de l'argent est à 12 deniers, et le denier vaut 24 grains de fin, d'où il résulte que le grain d'argent fin ou le $\frac{1}{24}$ = 16 grains de poids par rapport au marc; ainsi 16 grains d'argent fin ou $\frac{1}{24}$ sont même chose.

On peut le prouver de cette manière :

12 deniers = 288 grains de fin.
1 marc = 4608 grains de poids.

Donc, par proportion,

Si 288 grains de fin donnent 4608 grains de poids, combien donnera 1 grain de fin ?

R. = 16 grains de poids.

Donc, pour réduire les grains de fin d'argent en grains de poids, il faut les multiplier par seize; le produit donnera les grains de poids. (*Voir* le premier tableau.)

Rapport entre le nouveau titre et le nouveau poids.

223. Par les nouveaux titres et poids il n'est plus nécessaire, 1° d'opérations différentes pour l'or et l'argent; 2° de convertir des carats en $\frac{1}{32}$, ni des deniers en grains; le titre étant divisé en millièmes et pour l'or et pour l'argent, c'est la même règle qui sert pour l'un et pour l'autre; 3° le rapport du titre au poids donne constamment le millième du poids pour un millième de fin; le résultat des opérations donne aussi constamment la quantité de poids de matière fine ou de cuivre qu'il faut ajouter à la fonte, ainsi qu'il suit :

Un kilogramme d'or ou d'argent à $\frac{1}{1000}$ donne le $\frac{1}{1000}$ ou 1000 grammes de matières.
Un gramme *id.* donne 1000 milligramm.
849 millièmes de kilogram. *id.* donnent ,849 grammes.
439 millièmes d'hectogr. *id.* donnent ,439 décigramm.

Sur les anciens titres et poids.

1re QUESTION.

J'ai 300 marcs d'argent fin, quel mélange dois-je faire pour avoir des écus au titre de 10 deniers?

R. = 60 marcs de cuivre.

Pour résoudre cette question, je dis: Si, à 12 deniers, on a 300 marcs, combien en aura-t-on à 10 deniers? On en aura plus, puisqu'en ajoutant de l'alliage, le poids sera plus grand. Donc, plus le titre est haut, et moins il y a de poids : donc, la règle est inverse, et on aura :

$$\begin{array}{rl} x & = 12 \text{ deniers.} \\ 10 \text{ deniers} & = 300 \text{ marcs.} \\ \hline x & = 360 \text{ marcs.} \end{array}$$

Donc il faut ajouter 60 marcs de cuivre.

Preuve.

Combien un lingot de 360 marcs, au titre de 10 deniers, contient-il de fin et d'alliage?

R. = 300 marcs de fin.
= 60 marcs d'alliage.

Solution.

Si, au titre de 10 deniers, on a 360 marcs, combien en aura-t-on au titre de 12 deniers?

R. (*Inverse.*)

2e QUESTION.

Un affineur a fait essai d'un lingot d'argent pesant 18 marcs 4 onces; il l'a trouvé au titre de 10 deniers

de fin : on demande combien ce lingot contenoit de fin et d'alliage.

R. = { 15 marcs 3 onces 2 gros 2 den. de fin.
{ 3 0 5 1 cuivre.

3e QUESTION.

Un lingot d'or pèse 4 marcs 0 onces 2 gros 45 grains $\frac{1}{7}$, au titre de 24 carats ; quel mélange faut-il faire pour le rendre au titre de 21 carats ?

R. = 4 onces 4 gros 68 grains $\frac{8}{49}$ cuivre.

4e QUESTION.

Un lingot d'or pesant 11 marcs 4 onc. 7 gros 48 gr. $\frac{1}{2}$ est au titre de 22 carats $\frac{2}{3}$, on demande combien ce lingot contient de fin et d'alliage.

R. = 10 marcs 7 onces 6 gros 25 gr. $\frac{29}{36}$ de fin.
» marcs 4 onces 1 gros 22 gr. $\frac{25}{36}$ cuivre.

5e QUESTION.

Un lingot d'argent pur pèse 16 marcs 4 onc. 7 gros 54 gr. $\frac{2}{3}$, quel mélange faut-il faire pour le rendre au titre de 9 deniers $\frac{1}{2}$?

R. = 4 marcs 2 onces 7 gros 67 grains $\frac{25}{57}$.

6e QUESTION.

A un lingot d'or de 20 marcs de fin, quel mélange faut-il faire pour le rendre au titre de 22 carats 30 gr. ?

R. = 7 onces 3 gros 20 grains $\frac{36\frac{4}{7}}{36}$ de cuivre.

7e QUESTION.

On a fondu ensemble :

	marcs	onces	gros	grains.		
Piastres d'Espagne	4	6	4	36	au titre de	9d. $\frac{1}{2}$.
Philippes	6	7	»	»	*id.*	10
Écus de Gènes	5	»	6	»	*id.*	11.

On demande :

1° Le titre du mélange.

2° Combien ledit mélange contient de fin.

3° Combien chaque espèce contient de fin.

R. = $10^{d}.\ \frac{687}{4298}$.

	marcs	onces	gros	grains.	
=	14	1	6	71	$\frac{3017}{3149}$.
= Piastres	4	»	5	14	$\frac{107}{12894}$.
= Philippes	5	6	4	38	$\frac{3312}{12894}$.
= Écus de Gènes	4	2	5	18	$\frac{8783}{12894}$.

8e QUESTION.

On a fondu deux lingots d'argent,

Le 1er de 8 m. 4 onc. 6 gr. au titre de 10 d. 8 gr. $\frac{188}{275}$.

Le 2e de 6 m. 7 onc. 4 gr. au titre de 11 d. 12 gr.

Combien faut-il ajouter ou retrancher de fin et de poids pour les rendre au titre de 10 deniers 23 grains ?

R. Il faut ajouter 2 grains $\frac{57}{497}$ de fin par marc,
et retrancher 7 gros $\frac{43}{144}$ aux lingots.

Pour opérer cette question, on cherchera le titre du mélange, qu'on trouvera de 10 deniers 20 grains $\frac{440}{497}$; ensuite, retranchant du titre de la question, on trouvera pour différence 2 grains $\frac{57}{497}$.

On multipliera chaque lingot par cette différence; ce qui donnera une somme de grains de fin, qu'on réduira en grains de poids, en les multipliant par 16; et on terminera par réduire ces grains de poids en gros.

Opérations indiquées.

marcs	onc.	gros			
8	4	6	× 2 $\frac{57}{497}$ =	32 gr. $\frac{13419}{15904}$ × 16 = $525\frac{1}{2}$ grains de poids.	
6	7	4	× 2 $\frac{57}{497}$ =		

Divisant par 72 = $\frac{525\frac{1}{2}}{72}$ = 7 gros $\frac{43}{144}$.

9e QUESTION.

On a fondu trois lingots d'or,
Le 1er de 14 m. 7 onces 6 gros au titre de 23 carats $\frac{1}{2}$;
Le 2e de 20 m. 4 onces 3 gros au titre de 20 carats;
Le 3e de 30 m. 2 onces 7 gros au titre de 21 carats $\frac{2}{3}$.
Combien faut-il ajouter ou retrancher de fin et de poids pour les rendre au titre de 22 carats $\frac{1}{2}$?

R. =

10e QUESTION.

On a fondu trois lingots d'or de différens titres:
Le 1er contient 6 marcs 4 onces 0 gros à 21 carats $\frac{16}{32}$;
Le 2e contient 6 marcs 3 onces 4 gros à 20 carats $\frac{14}{32}$;
Le 3e contient 10 marcs 0 onces 1 gros à 24 carats.
On demande, 1° le titre du mélange; 2° combien chaque lingot contient de fin.

R. Le titre est de 22 carats $\frac{17211}{58776}$
Fin des lingots

Preuve.

Si, au titre de 22 car. $\frac{17211}{58776}$, on a eu 22 m. 7 onc. 5 gros, combien aura-t-on de marcs, onces et gros au titre de 24 carats?

R. = 21 marcs 2 onces 4 gros 36 grains $\frac{3}{4}$.

11e QUESTION.

On a donné à un affineur 30 marcs d'or pour en faire l'essai; il l'a trouvé au titre de 22 carats $\frac{8}{32}$: savoir combien il y aura de marcs au titre de 23 carats $\frac{8}{32}$?

R. = 28 marcs $\frac{22}{31}$.

Sur les nouveaux titres et poids.

224. Par la loi du 19 brumaire an 6, relative à la surveillance des titres et à la perception des droits de garantie des matières et ouvrages d'or et d'argent, les orfèvres ne peuvent travailler l'or qu'aux titres :

1° de 920 millièmes = 22 carats $\frac{2}{32}$ et $\frac{1}{2}$ pour $\frac{16}{25}$;
2° 840 = 20 $\frac{5}{32}$ et $\frac{1}{8}$ pour $\frac{3}{25}$;
3° 750 = 18.

Ils ne peuvent travailler l'argent qu'aux titres :

1° de 950 millièmes = 11 deniers 9 grains $\frac{3}{5}$;
2° 800 = 9 14 $\frac{2}{5}$.

La tolérance des titres pour l'or est de 3 millièmes, celle des titres pour l'argent est de 5 millièmes.

225. Les fontes en petites masses sont calculées par grammes, et on se souviendra que le rapport du titre au poids étant le millième de ce poids, un gramme d'or ou d'argent à 800 millièmes, contient 800 milligrammes d'or ou d'argent fin (223).

Les fontes en grandes masses sont calculées par kilogrammes, et on se souviendra que le rapport du titre au poids étant le millième de ce poids, un kilogramme d'or ou d'argent à 900 millièmes, contient 900 grammes, puisque le gramme est la millième partie du kilogramme.

1re QUESTION *sur de petites masses.*

Voulant faire une fonte à 750 millièmes, avec les matières suivantes, dont les titres sont *au-dessous*, on demande ce qu'il faut ajouter de fin à la fonte.

4 grammes au titre de 710 millièmes;
6 *id.* 680 *id.*
8 *id.* 740 *id.*

R. = 2 grammes, 640 de fin à 1000 millièmes,
ou 13 ,200 à 800 millièmes.

Pour résoudre cette question, calculez le déficit de chaque titre des matières à celui de la fonte, en disant :

Pour le premier titre 750 — 710 = 40 millièmes, ou 40 milligrammes de fin, de moins par grammes : donc, pour 4 grammes, on aura 40 × 4 = 160 milligrammes.

Pour le deuxième titre 750 — 680 = 70 millièmes, ou 70 milligrammes de fin, de moins par gramme : donc, pour 6 grammes on aura 70 × 6 = 420 milligrammes.

Pour le troisième titre 750 — 740 = 10 millièmes, ou 10 milligrammes de fin, de moins par gramme : donc, pour 8 grammes, on aura 10 × 8 = 80 milligrammes.

Ajoutant le montant du déficit, on aura ce qu'il faut ajouter à la fonte en milligrammes d'or fin.

Opération ordonnée.

grammes	millièmes	millièmes.	
4	à 710	Déficit à 750	= 160 milligr.
6	680	*id.*	= 420 *id.*
8	740	*id.*	= 80 *id.*
Total 18 grammes.		Déficit	660 milligr.

Maintenant, pour savoir ce qu'il faut ajouter en grammes d'un or à un titre quelconque supérieur :

1° A 1000 millièmes, prenez la différence du titre de la fonte 750 millièmes à 1000 millièmes = 250 millièmes ou 250 milligrammes par gramme, et établissez cette proportion :

Si 250 milligrammes donnent 1 gramme, combien donnera le déficit 660 milligrammes, ou bien, à cause de l'unité, faites cette simple division :

Divisez le déficit 660 par 250 = 2 grammes, 640, première réponse.

2° A 800 millièmes, prenez la différence de la fonte à 800 millièmes = 50 millièmes ou 50 milligrammes, et, divisant le déficit 660 par 50, vous aurez 13 grammes, 200, deuxième réponse.

Ce seroit la même marche avec de l'or à 906 millièmes, à ,917 à ,875, etc.

Preuve de la 1re réponse.

La preuve de cette opération consiste à démontrer que la quantité de grammes qu'on avoit réunie à celle qu'on a ajoutée est au titre commun de 750 millièmes; c'est-à-dire, qu'il y a 750 milligrammes d'or fin par gramme. Pour établir cette démonstration, voyons ce que 18 grammes qu'on avoit et 2,640 grammes qu'on a ajoutés doivent contenir de milligrammes de fin.

18 grammes.
2,640.

Total 20,640.

Disons, par règle de trois,

Si 1 gramme contient 750 milligrammes, combien contiendront 20,640 grammes ?

R. = 15,480 grammes.

Opération.

1 : 20,640 :: ,750 : x

750.

1032000

144480..

15,480000.

Maintenant, voyons ce que contiennent de milligrammes de fin les différentes masses de la fonte, en les multipliant par leurs titres.

Position.

4 gramm.	à 710 millièmes	contiennent	2 gramm.	,840
6	à 680	*id.*	4	,080
8	à 740	*id.*	5	,920
2,640	à 1000	*id.*	2	,640
20,640			15	,480

20 grammes 640 millièmes, au titre de 750 millièmes, doivent contenir 15 grammes 480 millièmes d'or fin; les quatre masses de fonte, s'élevant à 20 grammes 640 millièmes, contiennent ces 15 grammes 480 millièmes : donc, elles sont au titre de 750 millièmes; ce qu'il falloit prouver.

Preuve de la 2e réponse.

18 grammes.

13,200 ajoutés.

Total 31,200 × 750 millièmes = 23 grammes, 400.

Position.

4 gramm.	à 710 millièmes	=	2 grammes	,840
6	à 680	=	4	,080
8	à 740	=	5	,920
13,200	à 800	=	10	,560.
31,200			23	,400.

2e QUESTION.

Voulant faire une fonte à 750 millièmes avec les matières suivantes, dont les titres sont *au-dessous*, on demande ce qu'il faut ajouter de fin à la fonte.

2 grammes au titre de 700 millièmes.
3 *id.* 650
6 *id.* 730.

R. = 10 gramm.,400 de fin à 800 millièmes.
ou 3 ,466 *id.* à 900.

3e QUESTION.

On veut faire une fonte à 840 millièmes avec les matières suivantes, dont les titres sont *au-dessous*, combien faudra-t-il ajouter de fin à la fonte?

8 grammes au titre de 800 millièmes.
10 *id.* 790
12 *id.* 700

R. = 15 grammes,625 de fin à 1000 millièmes
ou 41 ,666 *id.* à 900.

4e QUESTION.

Voulant faire une fonte à 750 millièmes avec les matières suivantes, dont les titres sont *au-dessus*, on demande la quantité de cuivre qu'il faut ajouter à la fonte.

4 grammes à 920 millièmes.
3 à 880.
2 à 800.

R. = 1,560 milligrammes.

Première méthode.

1° Cherchez ce que le fin des matières qu'on a doit contenir de cuivre pour être au titre.

2° Calculez ce que ces matières en contiennent.

3° Retranchez ce que les matières contiennent de cuivre, de la quantité qu'elles doivent contenir.

Le restant donne la quantité de cuivre à ajouter.

Opérations.

grammes		millièmes		milligrammes de fin.
4	×	920	=	3,680
3	×	880	=	2,640
2	×	800	=	1,600
9				7,920 milligr. de fin.

1° Cherchez ce que les 7,920 milligrammes doivent contenir de cuivre pour être au titre de 750 millièmes.

Je retranche 750 millièmes de 1000 millièmes, reste 250 millièmes, et je dis, par règle de trois,

Si 750 millièmes prennent 250 milligrammes de cuivre, combien en prendront 7,920?

$$750 : 7{,}920 :: 250 : x = 2{,}640.$$

Donc il faut 2,640 milligrammes de cuivre pour porter 7,920 milligrammes d'or fin au titre de 750 millièmes.

2° Calculez ce que les masses des matières contiennent de cuivre, à savoir:

grammes	millièmes		millièmes		milligrammes.
4	à 920	à ôter de 1000	= 80 × 4	=	320
3	à 880	*id.*	= 120 × 3	=	360
2	à 800	*id.*	= 200 × 2	=	400
			Total.....		1,080 milligr.

3° Soustrayez ce que contiennent les masses de la quantité qu'elles doivent contenir.

Elles doivent contenir 2,640.
Mais comme elles n'en contiennent que 1,080.

Il faut ajouter 1,560 milligr.

Deuxième méthode plus simple, et qui sert de preuve à la première.

1° Cherchez la quantité de fin que contiennent les matières à allier.

2° Divisez la quantité de fin par le titre de la fonte.

3° Soustrayez du quotient de la division le poids des matières destinées à la fonte.

Opération.

1° Cherchez la quantité de fin que contiennent les matières à allier.

4 grammes	× 920 millièmes	= 3,680 milligrammes.
3	× 880	= 2,640
2	× 800	= 1,600.
9		7,920.

2° Divisez ces 7,920 par 750: c'est le titre de la fonte = 10,560 milligrammes.

3° Soustrayez du quotient de la division 10,560 milligr.
Le poids des masses à fondre 9.

Reste à ajouter en cuivre 1,560 milligr.
comme par la première méthode.

5e QUESTION.

On veut faire une fonte à 750 millièmes avec les

matières suivantes, dont les titres sont *au-dessus;* on demande la quantité de cuivre qu'il faut ajouter à la fonte.

2 grammes au titre de 800 millièmes.
3 *id.* 850.
6 *id.* 830.

R. = 1,173 $\frac{1}{2}$ milligrammes de cuivre.

6e QUESTION.

On veut faire une fonte à 800 millièmes avec les matières suivantes, dont les titres sont *au-dessus;* on demande la quantité de cuivre qu'il faut ajouter à la fonte.

4 grammes au titre de 980 millièmes.
5 *id.* 900
7 *id.* 860.

R. = 2,050 milligrammes de cuivre.

7e QUESTION.

On veut faire une fonte à 840 millièmes avec les matières suivantes dont les titres sont *au-dessus et au-dessous.* On demande la quantité de fin ou de cuivre qu'il faut ajouter à la fonte.

2 grammes au titre de 980 millièmes.
4 *id.* 900
3 *id.* 700
5 *id.* 650.

R. Il faut ajouter du fin, savoir:

5,312 $\frac{1}{2}$ milligrammes à 1000 millièmes.
ou 8,500 à 940.

Pour résoudre cette question,

1° Etablissez le fin de chacune des masses;

2° Additionnez le tout;

3° Voyez ce que votre poids devroit contenir de fin.

Si c'est le fin qui manque, suivez les procédés des trois premières questions.

Si c'est le cuivre, vous opérerez comme il est dit à la quatrième question.

Opérations.

1° Etablissez le fin de chacune des masses en multipliant chaque masse par son titre.

$$2 \times 980 = 1960$$
$$4 \times 900 = 3600$$
$$3 \times 700 = 2100$$
$$5 \times 650 = 3250.$$

2° 14 — 10,910 milligrammes.

× 840 titre de la fonte.

3° 11,760.

Les 14 grammes à 840 millièmes doivent contenir :

11,760 milligrammes.

Ils n'en contiennent que 10,910.

Donc, déficit en fin de ,850 milligrammes.

Voyez, première question (Maintenant pour savoir, etc.)

1° A 1000 millièmes,

850 D. 160 = 5,312 $\frac{1}{2}$ milligrammes.

2° A 940 millièmes,

850 D. 100 = 8,500 *id.*

8e QUESTION.

On veut faire une fonte à 800 millièmes avec les matières suivantes, dont les titres sont au-dessus et au-dessous, on demande la quantité de fin ou de cuivre qu'il faudra ajouter à la fonte.

8 grammes à 960 millièmes.
6 à 920
4 à 750
3 à 700

R. Il faut ajouter 375 milligrammes de cuivre.

Opérations.

1°. Etablissez le fin de chacune des masses.

8	×	960	=	7680 milligram.
6	×	920	=	5520.
4	×	750	=	3000.
3	×	700	=	2100.
21.				18,300 milligram.

2° × 800

3° 16800 titre de la fonte.

Les 21 grammes contiennent 18,300
Ils devoient contenir 16,800.
Donc, l'on a de trop 1,500.

Voyez quatrième question (Cherchez ce que les milligrammes doivent contenir de cuivre.)

Si 800 milligrammes prennent 200, combien 1,500?

R. = 3,750 milligrammes.

Autrement :

Si 800 milligrammes de fin pèsent 1000 grammes au titre, combien 1500 milligram. de fin pèseront-ils?

R. Ils pèseront 1875 milligrammes.
Ils ne pèsent que 1500.
Il manque en cuivre 375 milligrammes.

1re QUESTION.

Sur de grandes masses.

Elles sont les mêmes que celles des petites masses, aux poids près, c'est-à-dire que celles-ci sont les millièmes des premières, parce qu'on n'opère que par grammes, qui sont le millième du kilogramme, dont on se sert pour les alliages à fortes masses (225).

On veut faire une fonte à 950 millièmes avec les matières suivantes qui sont *inférieures* au titre, quelle sera la quantité de fin à ajouter à la fonte?

Un lingot de 8 kilogrammes à 910 millièmes.
Matières de 20 à 820.
Matières de 40 à 880.

R. Il faudra ajouter:

114 kilogram., 4 à 1000 millièmes.
ou 143 à 990.

J'ai suivi la méthode de la première question sur les petites masses; voici une autre manière d'opérer qui est plus courte:

Cherchez la quantité de fin que donnent vos masses, voyez ce qu'en devoit contenir le nombre de vos kilogrammes, déterminez le déficit l'un par l'autre; puis, comme dans la première manière d'opérer, divisez le déficit par l'excédant de fin que donnent les matières à plus haut titre.

Opération.

8 kilog.	× 910 =	7280.
20	× 820 =	16400.
40	× 880 =	35200.
68		58,880.
× 950		
64,600	fin qu'elles devoient contenir.	
58,880	*id.* qu'elles contiennent.	
5,720	déficit.	

Le reste, comme dans la première manière.

2e QUESTION.

On veut faire une fonte à 950 millièmes avec les matières suivantes, *inférieures*, combien faudra-t-il ajouter de fin à la fonte ?

5 kilog.	à 900 millièmes.
24	à 833.
50	à 920.

R. Il faudra ajouter :

91 kilog., 16	à 1000 millièmes.
113 ,95	à 990.

3e QUESTION.

On veut faire une fonte à 920 millièmes avec les matières suivantes, *supérieures*, combien faudra-t-il ajouter de cuivre à la fonte ?

6 kilog.	au titre de	940.
19	*id.*	960.
40	*id.*	980.

R. = 3 kilog., 565 cuivre à ajouter.

4e QUESTION.

On veut faire une fonte à 950 millièmes avec les matières suivantes, *supérieures*, combien faudra-t-il ajouter de cuivre à la fonte ?

5 kilog. au titre de 960.
24 . *id.* 980.
50 *id.* 965.

R. = 1 kilog.,600 cuivre à ajouter.

5e QUESTION.

On veut faire une fonte à 840 millièmes avec les matières suivantes, dont les titres sont *au-dessus* et *au-dessous*, on demande la quantité de fin ou de cuivre qu'il faut ajouter à la fonte.

2 kilog. au titre de 980 millièmes.
4 *id.* 909.
3 *id.* 700.
5 *id.* 650.

R. Il faut ajouter de fin, savoir :

5 kilog.,312 $\frac{1}{2}$ grammes à 1000 millièmes.
ou 8 ,500 à 940.

6e QUESTION.

On veut faire une fonte à 800 millièmes avec les matières suivantes, dont les titres sont *au-dessus* et *au-dessous*, on demande la quantité de fin ou de cuivre qu'il faut ajouter à la fonte.

8 kilog. au titre de 960 millièmes.
6 *id.* 920.
4 *id.* 750.
3 *id.* 700.

R. Il faut ajouter en cuivre 375 grammes.

Apperçu de la manipulation des essais.

L'objet des essais est de connoître la quantité de fin contenue dans une masse quelconque d'or ou d'argent, en détruisant tout l'alliage d'une portion donnée de ces métaux.

Essai d'argent.

On coupe une petite portion du lingot ou de l'ouvrage dont on veut connoître le titre, et on en constate le poids en la pesant avec la semelle; on met ensuite dans une coupelle placée au fourneau, un petit morceau de plomb, qui doit être proportionné au poids et à la qualité de la portion d'argent que l'on se propose d'essayer.

Nota. Cette proportion est fixée pour l'argent d'affinage à deux parties de plomb pur, ou le double du poids destiné à l'essai; pour l'argent à 11ᵈ. 12 grains ou 958 millièmes, titre prescrit pour la vaisselle plate, quatre parties de plomb; pour l'argent à 11 deniers ou 916 millièmes et au-dessous, six parties de plomb; pour l'argent à 9 deniers ou 750 millièmes et au-dessous, dix parties de plomb; pour l'argent à 8 deniers ou 666 millièmes et au-dessous, douze parties de plomb; pour l'argent à 7 deniers ou 583 millièmes et au-dessous, quatorze parties de plomb; et pour l'argent à 6 deniers ou 500 millièmes et au-dessous, seize parties de plomb.

Lorsque le plomb est fondu et bien découvert, on y met le petit morceau d'argent, qui entre bientôt après en fusion.

Ces deux matières, ainsi mêlées, circulent dans la coupelle jusqu'à ce que tout le plomb soit absorbé ou évaporé, et qu'il ait entraîné avec lui la totalité de

l'alliage que contenoit l'argent, ce que l'on reconnoît lorsque le bouton d'argent a rendu parfaitement les couleurs de l'arc-en-ciel ou de l'opale, et qu'il est d'une forme bien convexe.

Peu de temps après que le bouton s'est fixé au fond de la coupelle, on la retire du fourneau ; on laisse refroidir le bouton, après quoi on le gratte-bosse en dessous, et on le pèse : la différence qui se trouve entre son nouveau poids et celui qu'il représentoit avant l'opération, détermine le titre de l'argent que l'on s'est proposé d'essayer, en indiquant la portion d'alliage qu'il contenoit.

Essai d'or.

La préparation pour cet essai est la même que pour l'essai d'argent, à cette différence près que l'on ajoute pour l'essai d'or une quantité d'argent pur proportionnée au titre auquel on présume que doit être la matière que l'on se propose d'essayer. Plus l'or est bas, moins on emploie d'argent fin ; quand il est, par exemple, à 22 carats, ou 916 millièmes, on met deux parties $\frac{1}{2}$ d'argent sur une d'or, et ainsi de suite.

On fait passer ces matières à la coupelle, comme dans l'essai d'argent ; quand le bouton est retiré de la coupelle et refroidi, on le bat sur une enclume nommée tas ; on le passe ensuite au laminoir jusqu'à ce qu'il soit réduit en lame très-mince ; après quoi, on le fait recuire et on le roule en son état de lame, pour lui donner à peu près la forme d'un cornet, nom qu'il conserve jusqu'à la fin de l'opération.

On met ce cornet dans un matras, espèce de bou-

teille ou fiole à long col, dans laquelle on verse à-la-fois de l'eau-forte affoiblie, avec de l'eau commune bien pure ; cet affoiblissement doit être proportionné au degré de concentration de l'eau-forte que l'on emploie.

On expose ce matras à un feu doux, on laisse l'eau-forte en ébullition jusqu'à ce qu'il ne s'élève plus du cornet d'essai que quelques filets. On retire ensuite cette eau-forte affoiblie, pour y en substituer d'autre qui ne l'est pas, et on expose de nouveau le matras à un feu doux : on l'y laisse jusqu'à ce qu'il ne s'élève plus de son fond que des globules de la grosseur d'un pois; alors on en retire l'eau-forte et on la remplace par de l'eau commune.

On retire le cornet de dedans le matras, en le renversant dans un petit creuset (dont on a eu soin de faire égoutter l'eau), et qui sert ensuite à faire recuire le cornet ; lorsque l'on s'apperçoit qu'il est bien rouge, on le retire et on le laisse refroidir, après quoi on le pèse : la différence qui se trouve entre son nouveau poids et celui qu'il représentoit avant l'opération détermine le titre de l'or que l'on s'est proposé d'essayer, en indiquant la portion d'alliage qu'il contenoit.

Table de la pesanteur spécifique des principaux métaux.

		onces	gros	grains		hectogrammes.
Un pouce cube	d'or, pèse	12	2	17	=	3,75
	de mercure	8	6	8	=	2,68
	de plomb	7	3	29	=	2,27
	d'argent	6	5	28	=	2,04
	de cuivre	5	6	36	=	1,78
	de fer	5	1	24	=	1,58
	d'étain	4	6	17	=	1,46

Tableau abrégé de la valeur des carats et grains de fin, en grains de poids, réduits en marcs, onces et gros.

OR.

Carats.	Grains de fin.	Grains de poids.	Marcs.	Onces.	Gros.	Grains.
24	= 768	= 4608	= 1	»	»	»
12	384	2304	»	4	»	»
8	256	1536	»	2	5	24
6	192	1152	»	2	»	»
4	128	768	»	1	2	48
3	96	576	»	1	»	»
2	64	384	»	»	5	24
1	32	192	»	»	2	48
$\frac{1}{2}$	16	96	»	»	1	24
$\frac{1}{4}$	8	48	»	»	»	48
$\frac{1}{8}$	4	24	»	»	»	24
$\frac{1}{16}$	2	12	»	»	»	12
$\frac{1}{32}$	1	6	»	»	»	6

ARGENT.

Deniers.	*id.*	*id.*	*id.*	*id.*	*id.*	*id.*
12	288	4608	1	»	»	»
6	144	2304	»	4	»	»
4	96	1536	»	2	5	24
3	72	1152	»	2	»	»
2	48	768	»	1	2	48
1	24	384	»	»	5	24
$\frac{1}{2}$	12	192	»	»	2	48
$\frac{1}{4}$	6	96	»	»	1	24
$\frac{1}{8}$	3	48	»	»	»	48
$\frac{1}{12}$	2	32	»	»	»	32
$\frac{1}{24}$	1	16	»	»	»	16

Tableau abrégé de conversion des millièmes en grains d'or ou d'argent fin, et en poids.

Millièmes.	Grains.	Marcs.	Onces.	Gros.	Grains.
1000 =	4608 =	1	»	»	»
500	2304	»	4	»	»
250	1152	»	2	»	»
125	576	»	1	»	»
100	460	»	»	6	28,8
50	230	»	»	3	14,4
25	115	»	»	1	43,2
20	92	»	»	1	20,16
10	46	»	»	»	46,08
5	23	»	»	»	23,04
4	18	»	»	»	18,432
2	9	»	»	»	9,216
1	4	»	»	»	4,608

Addition à la table.

900 =	4147 =	»	7	1	47,2
800	3686	»	6	3	14,4
700	3225	»	5	4	57,6
600	2764	»	4	6	28,8
400	1843	»	3	1	43,2
300	1382	»	2	3	14,4
200	921	»	1	4	57,6
90	414	»	»	5	54,72
80	368	»	»	5	8,64
70	322	»	»	4	34,56
60	276	»	»	3	60,48
40	184	»	»	2	40,32
30	138	»	»	1	66,24

On a négligé les fractions de grains de fin.

Tableau abrégé de l'évaluation des carats et des 32emes de fin, calculée sur 828l. 12s. *valeur du marc d'or fin*, par les édits des 15 mai 1773 et 30 octob. 1785.

Carats.	liv.	s.	d.	32èmes.	liv.	s.	d.
24 =	828	12	»	32 =	34	10	6
12	414	6	»	30	32	7	4 1/8
10	345	5	»	20	21	11	6 3/4
9	310	14	6	9	9	14	2 7/16
8	276	4	»	8	8	12	7 1/2
7	241	13	6	7	7	11	» 9/16
6	207	3	»	6	6	9	5 5/8
5	172	12	6	5	5	7	10 11/16
4	138	2	»	4	4	6	3 3/4
3	103	11	6	3	3	3	8 13/16
2	69	1	»	2	2	3	1 7/8
1	34	10	6	1	1	1	6 15/16

Tableau abrégé de l'évaluation des deniers et grains de fin, calculée sur 53l. 9s. 2d. 234/261, *valeur du marc d'argent fin*, par édits des 15 mai 1773 et 30 octob. 1785.

Deniers.	liv.	s.	d.	Grains.	liv.	s.	d.
12 =	53	9	2 234/261	24 =	4	9	1 62/261
11	49	»	1 171	20	3	14	2 9
10	44	11	» 108	10	1	17	1 135
9	40	1	11 45	9	1	13	4 251
8	35	12	9 243	8	1	9	8 108
7	31	3	8 180	7	1	5	11 225
6	26	14	7 117	6	1	2	3 81
5	22	5	6 54	5	»	18	6 198
4	17	16	4 252	4	»	14	10 54
3	13	7	3 189	3	»	11	1 171
2	8	18	2 126	2	»	7	5 27
1	4	9	1 62	1	»	8	8 144

Tableau abrégé de l'évaluation des millièmes d'or fin, calculée sur 3387fr.,95 centimes, *valeur du kilogramme d'or fin, suivant le tarif du* 29 *ventose an* 2.

Millièmes.	Francs.	Centimes.	Millièmes.	Francs.	Centimes.
1000 =	3387	95	50 =	169	39
900	3049	15	40	135	52
800	2710	36	30	101	64
700	2371	56	20	67	76
600	2032	77	10	33	88
500	1693	97	9	30	49
400	1355	18	8	27	10
300	1016	38	7	23	72
200	677	59	6	20	33
100	338	79	5	16	94
90	304	92	4	13	55
80	271	04	3	10	16
70	237	16	2	6	78
60	203	28	1	3	39

Argent, calculé sur 218fr.,59 centimes, *valeur du kilogramme.*

Millièmes.	Francs.	Centimes.	Millièmes.	Francs.	Centimes.
1000 =	218	59	50 =	10	93
900	196	73	40	8	74
800	174	87	30	6	56
700	153	01	20	4	37
600	131	15	10	2	19
500	109	29	9	1	97
400	87	43	8	1	75
300	65	57	7	1	53
200	43	71	6	1	31
100	21	86	5	1	09
90	19	67	4	»	87
80	17	49	3	»	66
70	15	30	2	»	44
60	13	12	1	»	22

LOTERIE NATIONALE.

*Formule pour calculer ce que produit d'*ambes, *de* ternes, *de* quaternes *et de* quines, *un nombre quelconque de numéros.*

$$m \cdot \frac{m-1}{2} \cdot \frac{m-2}{3} \cdot \frac{m-3}{4} \cdot \frac{m-4}{5}.$$

m. représente le nombre des numéros ou les extraits.

$m \times \frac{m-1}{2}$ *id.* les ambes.

$m \times \frac{m-1}{2} \times \frac{m-2}{3}$ *id.* les ternes.

$m \times \frac{m-1}{2} \times \frac{m-2}{3} \times \frac{m-3}{4}$ *id.* les quaternes.

$m \times \frac{m-1}{2} \times \frac{m-2}{3} \times \frac{m-3}{4} \times \frac{m-4}{5}$ *id.* les quines.

Explication et règle générale.

Pour avoir les *ambes*, multipliez votre nombre d'extraits par le même nombre moins un, et prenez la moitié du produit.

Pour avoir les *ternes*, multipliez les ambes par le nombre d'extraits moins deux, et prenez le tiers du produit.

Pour avoir les *quaternes*, multipliez les ternes par le nombre d'extraits moins trois, et prenez le quart du produit.

Pour avoir les *quines*, multipliez les quaternes par le nombre d'extraits moins quatre, et prenez le cinquième du produit.

1re QUESTION.

Combien 28 numéros donneront-ils d'ambes, de ternes, de quaternes et de quines?

28
27
756
La $\frac{1}{2}$ = 378 ambes.
26
9828
Le $\frac{1}{3}$ = 3276 ternes.
25
81900
Le $\frac{1}{4}$ = 20475 quaternes.
24
491400.
Le $\frac{1}{5}$ = 98280 quines.

2e QUESTION.

Combien 49 numéros devront-ils produire d'ambes, de ternes, de quaternes et de quines?

R. 1176 ambes.
18424 ternes.
211876 quaternes.
1906884 quines.

3e QUESTION.

Combien 90 numéros, dont la loterie est composée, donnent-ils d'ambes, de ternes, de quaternes et de quines?

R. 4.005 ambes.
117.480 ternes.
2.555.190 quaternes.
43.949.268 quines.

4e QUESTION.

Combien 5 numéros doivent-ils donner d'ambes, de ternes, de quaternes et de quines?

R.
- 10 ambes.
- 10 ternes.
- 5 quaternes.
- 1 quine.

Nota. On donne pour l'extrait 15 fois la mise.

Pour l'ambe	270
le terne	5500
le quaterne	75000
le quine	1000000
Pour l'extrait déterminé	70
l'ambe déterminé	5100.

Calcul du prix de fabrique des couvertures de campement, d'après le maximum, (fabrique d'Orléans.)

La foulure des couverture est composée de seize, que les fabricans ont réduites à cinq livres pesant chacune, toute prête à livrer.

Les laines, sortant de chez le marchand en gros, se déchoient du tiers au quart; conséquemment, pour une foulure, il faut 112 livres pesant de laine, qui se réduisent, fabriquées, à 80 livres pesant.

Les 112 liv. pes. à 2l. 5 s. reviennent à .	252l.	»s.	»d.
Ballage et port à la fabrique, ...	»	10	»
12 liv. pes. d'huile de rabette à 13 s. 7 d. la livre, ...	8	3	»
Cardage, 26 paquets à 13 s.	16	18	»
	277l.	11s.	»d.

Ci-contre	277l.	11s.	»d.
Filage, 17 paquets de chaîne à 15s. .	12	15	»
9 paquets de trême à 8 s.	3	12	»
Ourdissage, ...	»	18	»
Robinage, ...	»	15	»
Tisserand, ...	11	3	6
Parage, ...	4	10	»
Ecurage de chardons, ...	»	15	»
Couleur pour barrer, ...	3	»	»
Outils, (A cet égard, on observe que les cardes se vendent 6 l., qu'à chaque foulure on en use presque une paire, et 300 de chardons qui coûtent 10 l. le mille; on porte le tout, avec les autres outils,) à	10	»	»
Foulage, ...	4	»	»
Total . . .	328l.	19s.	6d.
A diviser en 16 couvertures, dont la foulure est composée, c'est chacune, ...	20	11	$2\frac{5}{8}$.

On observe que dans le compte ci-dessus n'est point compris ce qu'il en coûte de temps pour épailler et nettoyer la laine, la faire battre, faire sécher les couvertures, les emballer et veiller à leur livraison.

Extraits de deux tableaux dressés par le Ministre de l'Intérieur, publiés les 24 germinal et 11 thermidor an 7.

Pour les grains et autres matières sèches.

100 litrons	= 81 litres.	10 boisseaux	= 13 décalitres.
1 $\frac{1}{4}$	= 1 *id.*	1 *id.*	= 13 litres.
$\frac{1}{8}$	= 5 décilitr.	8 boisseaux	= 1 hectolitre.
$\frac{1}{4}$	= 2 *id.*	2 setiers de Paris	= 3 *id.*
$\frac{1}{8}$	= 1 *id.*	à 1 franc le litron,	le litre
mesurette		vaut.....	1fr.,25.
ou $\frac{1}{16}$	= $\frac{1}{2}$ *id.*	5 décilitres	= 0,62.
12 $\frac{1}{2}$ litrons	= 1 décalitre.	$\frac{1}{2}$ hectolitre	= 4 boisseaux.

Pour les liquides.

15 pintes = 14 litres.

La pinte est de 7 p. $\frac{0}{0}$ plus petite que le litre.

100 pintes = 93 litres.

La chopine est remplacée par le demi-litre, qui est plus grand de $\frac{1}{14}$.

Le demi-setier est remplacé par le double-décilitre, qui est moindre de $\frac{1}{7}$.

6 demi-setiers = 7 doubles décilitres.

Le poisson est remplacé par le décilitre, qui est moindre de $\frac{1}{7}$.

$\frac{1}{2}$ décalitre = 5 pintes 3 poissons.
1 décalitre = 10 pintes $\frac{3}{4}$.
$\frac{1}{2}$ hectolitre = 53 $\frac{3}{4}$.
1 hectolitre = 107 $\frac{1}{2}$.
Le muid de 208 pintes = 258 litres.
3 muids = 8 hectolitres 4 litres $\frac{1}{2}$.

Ce qui vaut 100 fr. le muid, vaudra 37fr.,29 l'hectolitre.

Voyez à mon Cours de Banque, le moyen de calculer les prix sans tâtonnement et avec précision (page 268), à 1 franc la pinte, le litre vaut 1fr.,07.

CHAPITRE XIII.

Des progressions arithmétiques et géométriques.

SECTION PREMIÈRE.

Des progressions arithmétiques.

226. On appelle progression arithmétique une suite de termes dont chacun surpasse ou est surpassé, par celui qui le précède ou qui le suit, de la même quantité.

EXEMPLE.

Croissante ÷ 2.4.6.8.10.12.14.16.18.20., etc.
Décroissante ÷ 25.22.19.16.13.10.7.4.1.

Une progression est dite croissante ou décroissante, suivant que ses termes vont en augmentant ou en diminuant; mais leur propriété est toujours la même; seulement on change le mot d'ajouter en celui de soustraire, ou de plus en moins.

Les deux points séparés par une barre, mis en avant des progressions, servent à indiquer qu'en énonçant les progressions on doit répéter chaque terme, excepté le premier et le dernier, en disant: 2 est à 4, comme 4 est à 6, comme 6 est à 8, etc.

Il est évident, d'après la définition de la progression arithmétique, que, connoissant le premier terme et la différence ou raison de la progression, l'on formera

tous les autres termes en ajoutant consécutivement cette raison, et qu'ainsi :

Le second terme est composé du premier, plus la raison.

Le troisième est composé du second, plus la raison, ou du premier, plus deux fois la raison.

Le quatrième est composé du troisième, plus la raison, ou du premier, plus trois fois la raison, et ainsi de suite.

227. Donc *un terme quelconque d'une progression arithmétique est composé du premier, plus autant de fois la raison qu'il y a de termes avant lui*, quand elle est croissante.

Et lorsqu'elle est décroissante = *le premier, moins la raison* × *le nombre des termes qui le précèdent.*

Nota. Observez qu'une progression décroissante peut être rendue croissante en renversant ses termes.

1re QUESTION.

Quel sera le huitième terme d'une progression dont le premier est 4 et la raison 3, sans qu'on soit obligé de calculer ceux qui précèdent?

$$R. = 25.$$

Puisque le terme cherché est le huitième, il est précédé de 7; il est donc composé du premier terme 4, et de sept fois la raison 3, ou de

$$4 + 7 \times 3 \text{ ou } 4 + 21 = 25.$$

On prouvera en construisant la progression :

$$\div\ 4.\ 7.\ 10.\ 13.\ 16.\ 19.\ 22.\ 25.$$

2e QUESTION.

Trouver le douzième terme d'une progression dont le premier = 3, et la raison = 5.

R. = 58.

3e QUESTION.

Trouver le onzième terme d'une progression dont le premier terme = $\frac{3}{4}$, et la raison = $\frac{7}{8}$.

R. = 9 $\frac{1}{2}$.

4e QUESTION.

Trouver le douzième terme d'une progression dont le premier = 7, et la raison = 2 $\frac{3}{4}$.

R. = 37 $\frac{1}{4}$.

5e QUESTION.

Trouver le dixième terme d'une progression dont le premier est 8 $\frac{3}{4}$, et la raison $\frac{5}{6}$.

R. = 16 $\frac{1}{4}$.

6e QUESTION.

Trouver le quatorzième terme d'une progression dont le premier est 1 $\frac{2}{3}$, et la raison 2 $\frac{3}{4}$.

R. = 37 $\frac{5}{12}$.

7e QUESTION.

Trouver le dixième terme d'une progression dont le premier est 0, et la raison est de $\frac{2}{3}$.

R. = 6.

Insérer entre deux nombres donnés tant de moyens proportionnels arithmétiques qu'on voudra, ou lier deux nombres quelconques par une suite de tant

d'autres nombres qu'on voudra, de manière que le tout forme une progression arithmétique.

Par exemple, on peut lier 4 et 22 par cinq nombres qui fassent une progression arithmétique avec 4 et 22; ces nombres sont : $\div$ 4. 7. 10. 13. 16. 19. 22. Mais comme il n'est pas toujours aisé de voir du premier coup-d'œil quels doivent être ces nombres, voici comment on peut les trouver, à l'aide du principe ci-dessus établi. Il ne s'agit que de connoître la raison qui doit régner dans la progression.

Or le plus grand des deux nombres proposés, devant être le dernier terme de la progression, est composé du premier ou du plus petit, plus autant de fois la raison qu'il y a de termes avant lui; donc, si du plus grand on retranche le plus petit, le reste sera composé du produit de la raison par le nombre de termes qui précèdent le dernier ou le plus grand. Donc, si l'on divise ce reste par le nombre des termes qui précèdent le plus grand, on aura cette raison.

Or le nombre des termes qui doivent précéder le plus grand est égal au nombre des moyens proportionnels, plus un. Donc :

228. Pour insérer entre deux nombres donnés tant de moyens proportionnels arithmétiques qu'on voudra, il faut retrancher le plus petit de ces deux nombres du plus grand, et diviser le reste par le nombre des moyens augmenté d'une unité; le quotient sera la différence ou la raison qui doit régner dans la progression.

1re QUESTION.

Insérer quatre moyens proportionnels arithmétiques entre 7 et 40.

R. La raison $= 6\frac{3}{5}$.

Opération.

$40 - 7 = \frac{33}{5} = 6\frac{3}{5} = 6{,}6$.

Preuve.

$\div 7.\ 13\frac{3}{5}.\ 19\frac{6}{5}.\ 26\frac{4}{5}.\ 33\frac{2}{5}.\ 40.$

ou

$\div 7.\ 13{,}6.\ 20{,}2.\ 26{,}8.\ 33{,}4.\ 40.$

2e QUESTION.

Insérer six moyens proportionnels entre 4 et 25.

R. La raison $= 3$.

3e QUESTION.

Insérer dix moyens proportionnels entre 7 et $37\frac{1}{4}$.

R. $= 2\frac{3}{4}$.

4e QUESTION.

Insérer neuf moyens proportionnels entre $\frac{3}{4}$ et $9\frac{1}{2}$.

R. $= \frac{7}{8}$.

5e QUESTION.

Insérer douze moyens proportionnels entre $1\frac{2}{3}$ et $37\frac{5}{12}$.

R. $= 2\frac{3}{4}$.

6e QUESTION.

Insérer huit moyens proportionnels entre 7 et 11.

R. $= \frac{4}{9}$.

7e QUESTION.

Insérer neuf moyens proportionnels entre 1 et 3.

R. $= \frac{1}{5}$.

8e QUESTION.

Insérer douze moyens proportionnels entre o et 5.

$R. = \frac{5}{13}$.

9e QUESTION.

Insérer neuf moyens proportionnels entre o et 1.

$R = 0,1$.

10e QUESTION.

Insérer huit moyens proportionnels entre 4 et 11.

$R. = \frac{7}{9}$.

11e QUESTION.

Insérer cinq moyens proportionnels entre 1 et 7.

$R. =$

12e QUESTION.

Insérer huit moyens proportionnels entre o et 6.

$R. = \frac{2}{3}$.

QUESTION.

Si le revenu d'une ville composée de 14000 habitans en 1771 étoit de 20000 liv. quel a dû être ce même revenu de dix ans en dix ans, à commencer de 1717, en prenant pour base à cette époque une population de 6000 habitans?

$R. =$ En 1717 = 8571l. $\frac{3}{7}$
1727 = 10857 $\frac{1}{7}$
1737 = 13142 $\frac{6}{7}$
1747 = 15428 $\frac{4}{7}$
1757 = 17714 $\frac{2}{7}$
1767 = 20000

Pour opérer cette question, on cherchera:

1° La progression arithmétique de la population de 6000 à 14000 hommes pendant les quatre époques intermédiaires de dix en dix ans.

De 14000
ôter 6000

8000. D. 5 nombre des moyens augmenté de l'unité = 1600 raison de la progression, ÷ 6000. 7600. 9200. 10800. 12400. 14000.

2° On calculera ce que doit payer proportionnellement chaque produit de population; il suffit d'en calculer deux qui se suivent, leur différence donne la raison.

14000 hommes : 7600 h. :: 20000l. : x = 10857l. $\frac{1}{7}$
: 6000 :: : x = 8571 $\frac{3}{7}$

Différence ou raison 2285l. $\frac{5}{7}$

De manière qu'en ajoutant cette somme de 2285l. $\frac{5}{7}$ à chaque produit qui suit, on parvient au dernier de 20000l. ce qui sert de preuve.

229. La somme de tous les termes d'une progression arithmétique égale le premier plus le dernier × le nombre des termes, ce produit divisé par deux.

QUESTION *servant d'application.*

Il y a 60 vaisseaux sur le Rhin, dans le premier il y a un homme, sur le second 4 hommes, sur le troisième 7 hommes, sur le quatrième 10 hommes, ainsi des autres jusqu'au dernier. On demande combien il y avoit d'hommes sur le 60e vaisseau et toute la flotte?

R. 178 et 5570.

1° On calculera le 60e terme de la progression.

2° On sommera ladite progression.

230. Le nombre de termes d'une progression arithmétique égale le dernier moins le premier, le reste divisé par la raison, en ajoutant un au quotient.

QUESTION *servant d'application.*

Un horloger a un certain nombre de cachets de montres, il vend le premier 4 liv., le second 10 liv., le dernier 478 liv.; on demande combien il y avoit de cachets en suivant la progression arithmétique, et combien il doit recevoir du total?

R. 80 cachets et 19280 liv.

Un particulier, en mourant, laisse tous ses louis à ses parens, à condition que le premier en prendra 4, le 2e 11, le 3e 18, ainsi des autres jusqu'au dernier parent qui en a eu pour sa part 662. On demande combien il avoit de parens et combien de louis?

R. 95 parens et 31635 louis.

231. Connoissant la somme des termes d'une progression arithmétique, la raison et le nombre des termes, trouver le premier et le dernier terme.

1° On doublera la somme des termes, et, divisant par le nombre de ces termes, on aura la somme du premier et du dernier.

2° Pour trouver le premier terme ou le plus petit, on retranchera de ce quotient le produit de la raison × le nombre des termes moins un, et, divisant par deux, on aura le premier ou le plus petit terme.

3° Pour trouver le plus grand, on ajoutera au

quotient le produit de la raison × le nombre des termes moins un, et, divisant par deux, on aura le dernier ou le plus grand terme.

QUESTION *servant d'application.*

Un réservoir a 12 canaux par lesquels il laisse écouler 168 muids d'eau par heure, savoir: par le 2e canal il s'écoule en une heure deux muids d'eau de plus que par le premier; par le 3e il s'est écoulé aussi deux muids d'eau de plus que par le deuxième, ainsi des autres jusqu'au douzième. On demande combien chaque canal en laissera couler pendant une heure.

R. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23. 25.

Formule de la somme des termes d'une progression arithmétique.

s = la somme des termes.
a = le plus petit, ou le 1er.
u = le plus grand ou le dr.
n = le nombre des termes.

$$s = a + u \times \frac{n}{2}$$

La formule du nombre des termes se tire de celle d'un terme quelconque.

u = un terme quelconque.
a = le 1er terme.
d = la raison.
n = le nombre des termes.

$$u = a + (n-1)\,d$$

donc

$$n = \frac{u-a}{d} + 1.$$

QUESTION.

Combien contient de boulets la base d'une pile triangulaire dont le côté est 6 boulets.

R. = 21 boulets.

1° Chaque bande parallèle au côté 6 va en diminuant continuellement de 1, et se réduit à 1.

2° Le nombre de bandes est 6.

Ainsi il s'agit de trouver la somme des termes d'une progression, dont le 1er terme est 1, le dernier est 6, et le nombre des termes 6.

$$6 + 1 = 7 \times \tfrac{6}{2} = 21 \text{ boulets.}$$

SECTION II.

Des progressions géométriques.

252. On appelle progression géométrique une suite de termes dont chacun contient, ou est contenu par celui qui le précède ou qui le suit, le même nombre de fois.

Croissante $\div\!\!\div$ 3 : 6 : 12 : 24 : 48 : 96 : 192 : 384, etc.

Décroissante $\div\!\!\div$ 4096 : 1024 : 256 : 64 : 16 : 4 : 1, etc.

Une progression géométrique est croissante ou décroissante, suivant que ses termes vont en augmentant ou diminuant; mais cela ne change rien à leur propriété, on se contente de changer les mots de *multiplier* en *diviser*, ou de *contient* en *est contenu*.

Les quatre points séparés par une barre, mis en avant de la progression, servent à indiquer qu'en énonçant les progressions géométriques, on doit répéter chaque terme, excepté le premier et le dernier, en disant: 3 est contenu dans 6 comme 6 est contenu dans 12, comme 12 est contenu dans 24, etc.

Il suit de la définition de la progression géométrique, que, connoissant le premier terme et la raison de la progression, on formera tous les autres termes en multipliant consécutivement par cette raison, et qu'ainsi :

Le second terme est composé du premier × la raison.

Le troisième terme est composé du second × la raison ou du premier × par deux fois la raison ou par le carré de la raison.

Le quatrième terme est composé du troisième × la raison ou du premier × le cube de la raison, et ainsi de suite.

233. Donc un terme quelconque d'une progression géométrique est toujours composé du premier × la raison élevée à une puissance marquée par le nombre des termes qui le précèdent, dans les progressions géométriques croissantes.

Et, dans celles décroissantes, du premier, divisé par la raison élevée à une puissance marquée par le nombre des termes qui le précèdent.

Nota. Observez qu'une progression décroissante peut être rendue croissante en renversant ses termes.

Ire QUESTION.

Quel sera le septième terme d'une progression géométrique dont le premier terme est 4 et la raison 5, sans qu'on soit obligé de calculer ceux qui précèdent ?

R. = 62500.

Puisque le terme cherché est le septième, il est

précédé de 6; il est donc composé du premier terme 4, × la raison 5 élevée à la sixième puissance, ou

$$4 \times \overline{5}^{6} \text{ ou } 4 \times 15625 = 62500.$$

Preuve en construisant la progression :

$$\div 4 : 20 : 100 : 500 : 2500 : 12500 : 62500.$$

2e QUESTION.

Quel est le huitième terme d'une progression géométrique dont le premier est 3 et la raison 7 ?

R. = 2470629.

3e QUESTION.

Quel est le sixième terme d'une progression dont le premier est 5 et la raison 3?

R. = 1215.

4e QUESTION.

Quel est le douzième terme d'une progression dont le premier = 3 et la raison = 2?

R. = 6144.

5e QUESTION.

Quel est le huitième terme d'une progression dont le premier = 3 et la raison = 2?

R. = 384.

6e QUESTION.

Quel est le septième terme d'une progression dont le premier = 1, et la raison 4?

R. = 4096.

7e QUESTION.

Quel est le neuvième terme d'une progression dont le premier = 0, et la raison = 10 ?

R. =

8e QUESTION.

Quel est le septième terme d'une progression dont le premier = 5, et la raison = $2\frac{1}{2}$?

R. = 1220 $\frac{45}{64}$.

9e QUESTION.

Quel est le sixième terme d'une progression dont le premier terme = $\frac{1}{2}$, et la raison = $\frac{2}{3}$?

R. = $\frac{16}{243}$.

10e QUESTION.

Quel est le huitième terme d'une progression dont le premier = $\frac{3}{4}$, et la raison = $\frac{3}{4}$?

R. = $\frac{6561}{65536}$.

Insérer entre deux nombres donnés tant de moyens proportionnels géométriques qu'on voudra, ou lier deux nombres quelconques par une suite de tant d'autres nombres qu'on voudra, de manière que le tout forme une progression géométrique.

Par exemple, on peut lier 1 et 64 par cinq nombres qui fassent une progression géométrique avec 1 et 64; ces nombres sont :

$\div\div$ 1 : 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64.

Mais comme il n'est pas toujours aisé de voir du premier coup-d'œil quels doivent être ces nombres, voici comment on peut les trouver, à l'aide du principe ci-dessus établi.

Il ne s'agit que de connoître la raison qui doit régner dans la progression.

Or le plus grand des deux nombres proposés, devant être le dernier terme de la progression, est composé du premier ou du plus petit × la raison élevée à une puissance désignée par le nombre des termes qui le précèdent : donc, si on divise le plus grand par le plus petit, le reste sera composé de la raison élevée à une puissance indiquée par le nombre des termes qui précèdent le dernier ou le plus grand : donc, si l'on extrait de ce quotient une racine indiquée par le nombre des termes qui précèdent le plus grand, on aura cette raison.

Or le nombre des termes qui doivent précéder le plus grand, est égal au nombre des moyens proportionnels plus un; donc :

234. Pour insérer tant de moyens proportionnels géométriques qu'on voudra entre deux nombres donnés, il faut diviser le plus grand de ces deux nombres par le plus petit, et extraire du quotient une racine du degré exprimé par le nombre des moyens augmenté de l'unité. Cette racine sera la raison qui doit régner dans la progression.

1re QUESTION.

Insérer neuf moyens proportionnels géométriques entre 2 et 2048.

R. La raison = 2.

Opération.

2048 *D.* 2 = 1024 }
et $\sqrt[10]{1024} = 2$. } *Voyez* la remarque qui suit.

Preuve en établissant la progression.

∴ 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64 : 128 : 256 : 512 : 1024 : 2048.

2e QUESTION.

Insérer six moyens proportionnels géométriques entre 3 et 6561.

R. La raison = 3.

3e QUESTION.

Insérer sept moyens proportionnels géométriques entre 1 et 65536.

R. La raison = 4.

4e QUESTION.

Insérer quatre moyens proportionnels entre 11 et 34375.

R. La raison = 5.

Nota. Comme nous n'avons pas vu de moyens d'extraire des racines au-dessus de la cubique, il a fallu tâtonner par la méthode ci-dessous pour résoudre ces questions. (Remarque de *Bezout.*)

1er Prob. $\overline{2}^{10} = 1024 \times 2 = 2048.$

2e *id.* $\overline{3}^{7} = 2187 \times 3 = 6561.$

3e *id.* $\overline{4}^{8} = 65536 \times 1 = 65536.$

4e *id.* $\overline{5}^{5} = 3125 \times 11 = 34375.$

Ce tâtonnement est fondé sur cette remarque, que la $\sqrt{\ }$ ne doit avoir qu'un chiffre, lorsque le nombre proposé n'en a pas plus de deux.

Que la $\sqrt[3]{\ }$ ne doit avoir qu'un chiffre, lorsque le nombre proposé n'en a pas plus de trois.

Que la $\sqrt[10]{\ }$ ne doit avoir qu'un chiffre, lorsque le nombre proposé n'en a pas plus de dix.

Il en est de même pour toutes les autres racines.

Que la $\sqrt[30]{\ }$ ne doit avoir qu'un chiffre, lorsque le nombre proposé n'en a pas plus de trente.

Ainsi, au premier coup-d'œil, je vois si la racine doit être un des nombres naturels. Alors il ne s'agit plus que d'élever tous les nombres naturels, en commençant par 2, aux différentes puissances de l'exposant de la racine.

235. La somme de tous les termes d'une progression géométrique est égale au plus grand terme $\times$ la raison; on retranche du produit le plus petit terme, et le reste se divise par la raison diminuée d'une unité.

Lorsque la progression est décroissante à l'infini, la somme de tous ses termes est égale au plus grand terme $\times$ la raison, le produit divisé par la raison diminuée d'une unité.

Car, dans cette hypothèse, le plus petit terme étant infiniment plus petit doit être regardé comme nul.

Application à quelques exemples.

1re QUESTION.

S. veut faire bâtir une tour de 30 toises de haut, et, par marché passé devant notaire, il convient avec l'entrepreneur à 1 denier la première toise, 2 deniers la seconde, 4 deniers la troisième, 8 deniers la quatrième, ainsi des autres jusqu'à la 30e suivant la même progression; on demande à combien se montera la façon de la tour.

R. = 4.473.924 liv. 5s. 3d.

1° On calculera le 30e terme.

2° On sommera la progression, et on réduira les deniers en livres.

2e QUESTION.

Trouver la valeur de 24 tabatières garnies de diamans de grand prix, qu'on veut vendre, la 1re 4 épingles, la 2e 20, la 3e 100, ainsi des autres en progression jusqu'à la 24me, à 10s. du mille d'épingles.

R. = 29802322387695 liv. 6 s. 2 d. $\frac{22}{25}$.

3e QUESTION.

Victor a six coupes de bois qui sont en progressions géométriques : la 1re coupe contient 120 hectares, et la 6e 3840 hectares, on demande combien contiendroient d'hectares les 2e, 3e, 4e, 5e coupes, et combien il en doit couper d'hectare pendant un bail de six ans.

R. = 7560 hectares.

1° Insérer 4 moyens progr. géométriques.

2° Sommer ladite progression.

236. Le nombre des termes d'une progression géométrique est égal au logarithme du plus grand, moins le logarithme du plus petit, le reste divisé par le logarithme de la raison ; à ce quotient on ajoutera l'unité.

Nota. La question qui sert d'application à ce principe ne doit se faire qu'après avoir vu les logarithmes.

QUESTION *de Bezout.*

On a placé 60000 liv. au denier 20, à condition d'intérêts sur-intérêts, ou que les intérêts que cette

somme produira chaque année soient traités comme un nouveau fonds qui produira également intérêts, et ainsi d'année en année jusqu'à ce que le fonds soit monté à 1000000 liv., on demande combien on doit attendre de temps pour toucher cette dernière somme.

$R. =$ 58 ans 8 mois $\frac{1}{2}$.

Dans cette question le 1er terme $=$ 60000.
le dernier terme $=$ 1000000.
la raison $=$ $\frac{21}{20}$.

Formule de la somme des termes d'une progression géométrique.

$s =$ la somme des termes.
$u =$ le dernier.
$a =$ le premier.
$q =$ la raison.

$s = \frac{qu-a}{q-1}$ croissante.
$s = \frac{qu}{q-a}$ décroiss. à l'infini.

La formule du nombre des termes se tire de celle d'un terme quelconque.

$u =$ un terme quelconque.
$a =$ le premier.
$n =$ le nombre des termes.
$q =$ la raison.

$u = aq^{n-1}$.

D'où l'on tire par logarithme :

$$Lu = La + Lq^{n-1}$$
ou $$Lu = La + (n-1)\,Lq.$$
transposant $$(n-1)\,Lq = Lu - La$$
donc $$n-1 = \frac{Lu-La}{Lq}$$
enfin $$n = \frac{Lu-La}{Lq} + 1.$$

CHAPITRE XIV.

Des logarithmes.

ON appelle logarithmes des nombres en progression arithmétique qui correspondent, termes pour termes, à pareille suite en progression géométrique.

EXEMPLE.

Soient :

∺ 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64 : 128 : 256 : 512 : 1024 : 2048 : 4096 : etc.

÷ 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23. 25. etc.

Chaque terme de la suite inférieure est dit le logarithme du terme qui lui correspond dans la suite supérieure.

Il suit de là, qu'un même nombre peut avoir une infinité de logarithmes, parce qu'à la même progression géométrique, on peut faire correspondre une infinité de progressions arithmétiques différentes.

Mais, pour la formation des tables de logarithmes, on a choisi pour progression géométrique la progression décuple, et pour progression arithmétique la suite des nombres naturels.

EXEMPLE.

∺ 1 : 10 : 100 : 1000 : 10000 : 100000 : 1000000 : etc.

÷ 0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. etc.

où l'on remarque que les logarithmes expriment à quelle décade appartient un nombre, puisqu'il y a toujours autant d'unités dans la suite arithmétique que de zéros dans la géométrique. Ces logarithmes prennent dans

les tables le nom de caractéristiques; on les sépare des décimales par un point.

Donc, si on ajoute ou diminue une unité à la caractéristique, le logarithme appartiendra à un nombre dix fois plus grand ou dix fois plus petit.

En examinant ces deux progressions, on voit que les logarithmes des nombres entre 1 et 10, tels que 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ne peuvent avoir que zéro de caractéristique avec une fraction décimale. Pareillement les logarithmes des nombres entre 10 et 100, de 11, 12, 13, etc., jusqu'à 99, auront, pour logarithme, 1 de caractéristique avec une fraction décimale. Ainsi des autres, de 100 à 1000 auront 2, etc.

Construction des tables.

Voici maintenant comme on s'y est pris pour trouver et les nombres intermédiaires entre 1 et 10, par exemple, et leurs logarithmes.

On a inséré entre 1 et 10 dix millions de moyens proportionnels géométriques, et nécessairement dans cette longue progression on a dû trouver des nombres qui approchoient infiniment près de 2, 3, 4, etc.; on a mis tous ces nombres en ordre.

On a pareillement inséré dix millions de moyens proportionnels arithmétiques entre 0 et 1, et on a rangé toutes ces fractions sous les termes correspondans de la progression géométrique. Alors on a porté dans la même colonne les nombres 1, 2, 3, etc., et on a écrit, dans une colonne à côté, les termes correspondans à ceux de la progression arithmétique.

On a inséré pareil nombre de moyens proportionnels entre 10 et 100, etc.; et, suivant la même marche, on a formé les tables de logarithmes.

Telle est l'idée qu'on doit se former des tables; les découvertes modernes ont heureusement abrégé ce travail des inventeurs.

Propriétés des logarithmes des tables.

Comparons termes à termes une progression géométrique quelconque, mais dont le premier terme soit l'unité, avec une progression arithmétique quelconque, mais dont le premier terme soit zéro.

∷ 1 : 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64 : 128 : 256 : 512 : 1024 :
÷ 0. 3. 6. 9. 12. 15. 18. 21. 24. 27. 30:
∷ 2048 : 4096 : 8192 : 16384 : 32768 : 65536 : 131072 :
÷ 33. 36. 39. 42. 45. 48. 51.
∷ 262144 : 524288 : 1048576 : 2097152 : 4194304 :
÷ 54. 57. 60. 63. 66.
∷ 8388608 : etc.
÷ 69. etc.

Il suit de la nature et de la correspondance parfaite de ces deux progressions, qu'autant de fois la raison de la première est facteur dans l'un quelconque de ses termes, autant de fois la raison de la seconde est contenue dans l'un quelconque de ses termes correspondans à ceux de la première.

EXEMPLE.

∷ Dans le 7me terme 64 la raison 2 est six fois facteur.
÷ Dans le 7me *id.* 18 *id.* 3 est contenue six fois.

C'est une suite de la formation des termes des deux progressions.

Donc un terme quelconque de la progression géométrique aura toujours pour correspondant dans la progression arithmétique, un terme qui contiendra la raison de celle-ci autant de fois que la raison de la première est facteur dans le terme quelconque dont il s'agit.

Donc, si on multiplie l'un par l'autre deux termes de la progression géométrique, et si l'on ajoute en même temps les deux termes correspondans de la progression arithmétique, le produit et la somme se correspondront dans ces progressions.

EXEMPLE.

$$\div\ 1024 \times 8192 = 8.388.608$$
$$\div\ \ 30 + \ \ 39 = \ \ \ \ 69.$$

Donc on peut, par l'addition seule de deux termes de la progression arithmétique, connoître le produit des deux termes correspondans de la progression géométrique.

EXEMPLE.

Ajoutant 21 et 36 qui correspondent à 128 et 4096 on aura 57 qui correspondent à 524288.
D'où je conclus que le produit de 128 par 4096 = 524288.

Donc 1° les logarithmes changent les multiplications en additions, puisqu'en ajoutant les logarithmes des deux nombres, on trouve celui de leur produit.

Usage des logarithmes.

Pour faire une multiplication par logarithmes, il faut ajouter le logarithme du multiplicande au loga-

rithme du multiplicateur; la somme sera le logarithme du produit, que l'on trouvera à côté dans les tables.

EXEMPLE par les tables.

139 × 106 = 14734.

Opération.

Log. 2.143015 + Log. 2.025306 = Log. 4.168321 = 14734.

512 × 32 =
256 × 16 =
1024 × 16 =
256 × 64 =

2° Les logarithmes changent les divisions en soustractions.

Pour trouver le quotient de la division d'un nombre par un autre, il faut retrancher le logarithme du diviseur du logarithme du dividende, chercher dans la table à quel nombre répond ce logarithme restant; ce nombre sera le quotient.

EXEMPLE par les tables.

14734. D. 106 = 139.

Opération.

Log. 4. 168321 — Log. 2. 025306 = Log. 2. 143015 = 139.

16384. D. 32 =
4096. D. 256 =
16384. D. 1024 =
16384. D. 64. =

Cette règle est fondée sur ce que le quotient, multiplié par le diviseur, égale le dividende : donc, par logarithmes, logarithme quotient plus logarithme diviseur

égale logarithme dividende : donc aussi, logarithme dividende moins logarithme diviseur égale logarithme quotient, comme logarithme dividende moins logarithme quotient égale logarithme diviseur.

3° Les logarithmes changent les élévations de puissances en multiplications.

Pour trouver une puissance quelconque d'un nombre, il faut chercher son logarithme et le multiplier par la puissance indiquée; chercher dans les tables à quel nombre appartient ce logarithme trouvé; ce nombre sera la puissance.

EXEMPLE par les tables.

$$\overline{3}^{7} = 2187.$$

Opération.

Log. 3 = 0. 477121 × 7 = Log. 3. 339847 = 2187.

Élever 2 à la 8e puissance.

$\overline{4}^{7}$ = 7e *id.*

$\overline{64}^{2}$ =

$\overline{123}^{2}$ =

$\overline{12}^{4}$ =

En effet, pour carrer un nombre, il faudroit, par logarithme, ajouter deux fois le logarithme de ce nombre, ou le doubler; pour avoir son cube, ajouter trois fois son logarithme, ou le tripler.

Donc, en général, pour trouver la puissance, etc.

$\overline{10}^{4}$ =

4° Les logarithmes changent les extractions de racines en divisions.

Pour trouver une racine quelconque d'un nombre, il faut chercher son logarithme, et le diviser par la racine indiquée : chercher, dans les tables, à quel nombre appartient ce logarithme trouvé; ce nombre sera la racine.

EXEMPLE par les tables.

$$\sqrt[5]{3125} = 5$$

Opération.

Log. 3125 = 3. 494850 D. 5 = Log. 0. 698970 = 5.

$$\sqrt[8]{156} =$$

$$\sqrt[7]{16384} =$$

$$\sqrt[3]{4096} =$$

$$\sqrt[3]{15129} =$$

$$\sqrt[4]{20736} =$$

En effet, si pour élever un nombre à une puissance quelconque, par logarithme, il faut multiplier son logarithme par le nombre qui désigne la puissance, donc, pour revenir de sa puissance à la racine, il faut diviser le logarithme de la puissance par le nombre qui désigne cette puissance, et qu'on appelle son exposant.

$$\sqrt[4]{10000} =$$

Usages des tables de logarithmes.

On peut mettre sous deux questions l'usage des tables

de logarithmes ; ces deux solutions lèveront toutes difficultés.

1re QUESTION.

Trouver le logarithme d'un nombre donné.

Cette question a quatre cas ; car :

1° Ou le nombre est entier, et est contenu dans les tables ;

2° Ou le nombre est mixte, c'est-à-dire, partie en tiers et partie fractionnaire ;

3° Ou le nombre n'est pas contenu dans les tables ;

4° Ou le nombre est une fraction.

Premier cas.

Le nombre est entier, et est contenu dans les tables.

Celui-ci ne présente aucune difficulté.

Le logarithme de 3548 = 3. 549984.
id. 10756 =
id. 20000 =
id. 10000 =
id. 8796 =
id. 9 =
id. 5 =

Second cas.

Trouver le logarithme d'un nombre mixte.

On cherchera d'abord le logarithme du nombre entier, puis, pour trouver la petite quantité qu'il faut ajouter à ce logarithme pour la fraction décimale, *on multipliera la différence tabulaire par cette fraction, en ôtant du produit autant de chiffres qu'il y a de zéros dans le dénominateur*, obser-

vant que si le premier à droite des chiffres qu'on supprime est 5, ou plus grand que cinq, on augmentera le reste d'une unité : dans l'exemple ci-dessous, j'ai placé 92 au lieu de 91.

EXEMPLES.

Soit 3548,75 dont on cherche le logarithme.

1° Log. 3548 = Log. 3.549984
2° 3549 = 3.550106.

reste 122 différ. tabulaire.

3° 122 × ,75 = 9150, donc 92 ou par règle de trois.

Si 1 donne ,000122, combien donneront ,75.

Proportion.

$\frac{1}{100} : ,000122 :: ,75 : x = 92.$

Donc log. de 3548,75 = 3. 550076.

Trouver le logar. de 18754,649 =
id. 8009,107 =
id. 1758,7139 =
id. 20157,63 =
id. 4313,137 =
id. 11719,7 =

Nota. Si la fraction qui accompagne le nombre n'étoit pas décimale, on la réduiroit.

Si le nombre mixte étoit petit, de manière qu'en le considérant dans l'ensemble comme entier, il se trouvât dans les tables, alors on le chercheroit ainsi, et on diminueroit à la caractéristique autant d'unités qu'on auroit rendu entiers de décimales.

EXEMPLE.

Quel est le logarithme de 35,67 ?

Je cherche le logarithme de 3567 nombre entier, = 3. 552303; mais par cette opération j'ai rendu mon nombre cent fois trop grand : je rends son logarithme cent fois plus petit en retranchant deux unités de la caractéristique, et j'ai pour logarithme cherché = 1. 552303.

Quel est le logarith. de 175,39 =
id. 69,35 =
id. 11,139 =
id. 1748,7 =
id. 13,513 =

Troisième cas.

Trouver le logarithme d'un nombre qui passe les limites des tables.

Retranchez assez de chiffres pour que le nombre soit contenu dans les tables; cherchez le logarithme du nombre réduit, et augmentez sa caractéristique d'autant d'unités qu'on a retranché de chiffres. Ensuite, pour estimer ce que les entiers retranchés peuvent donner de fraction à ajouter à celle du logarithme, établissez cette proportion :

1 : différence tabulaire :: les entiers retranchés qui deviennent fraction : x.

Traduisant pour l'exemple qui suit :

$\frac{100}{100}$: 0,00081 :: ,83 : x = 67.

Soit 535483, dont on cherche le logarithme.

Je cherche le log. de 5354 = 3. 728678.
donc log. de 535400 = 5. 728678. reste ,83.
logarith. 83 = 67.
donc log. de 535483 = 5. 728745.

1 : 81 :: 83 : x.

ou

$\frac{100}{100}$: 81 :: ,83 : x = 67.

Soit 5346973 dont on cherche le log. = 6. 728108.
97487636 = 7. 988950.
20700678 = 7. 315984.
53540 =
5354000 =

Quatrième cas.

Trouver le logarithme d'une fraction.

On cherchera le logarithme du numérateur, qu'on retranchera du logarithme du dénominateur, et l'on mettra devant le reste le signe —.

Ce signe est destiné à rappeler dans le calcul que les logarithmes des fractions doivent être employés selon une règle tout opposée à celle que nous avons prescrite pour les logarithmes des nombres entiers, c'est-à-dire, que si l'on a à multiplier par une fraction, il faut retrancher le logarithme de cette fraction; si, au contraire, on a à diviser par une fraction, il faut ajouter son logarithme.

EXEMPLE.

Soit $\frac{11}{91}$ son log. = — 0. 917648 nombre négatif.

Soit $\frac{15}{16}$ = Log. —	Soit $\frac{154}{219}$ = Log. —
$\frac{7}{8}$ =	,759 =
$\frac{11}{12}$ =	,38 =
$\frac{2}{3}$ =	,9 =

Si l'on demande le logarithme d'un nombre entier joint à une fraction, on pourra encore réduire le tout en fraction; ensuite on retranchera le logarithme du dénominateur de celui du numérateur.

EXEMPLE.

Soit $8\ \frac{3}{11} = \frac{91}{11} =$ 0. 917648.

Car les fractions sont des divisions indiquées.

La méthode du deuxième cas est préférable.

Si le nombre proposé contenoit, avec des unités, des fractions de ces mêmes unités, on les réduiroit en décimales.

Soit 583 toises 5 pieds 8 pouces 10 lig.
réduisant, on aura 583,956. dont le log. = 2. 766379.

Soit 17 liv. 17 sous 9 den.
34 ans 11 mois 18 jours.

2° QUESTION.

Un logarithme étant donné, trouver à quel nombre il appartient.

Cette question a quatre cas; car,

1° Le logarithme est contenu dans les tables;

2° Le logarithme n'est pas contenu dans les tables;

3° Le logarithme appartient à des unités déterminées, comme marcs, toises, livres, etc.;

4° Le logarithme appartient à une fraction.

Premier cas.

Trouver à quel nombre appartient un logarithme contenu dans les tables.

Point de difficulté si le logarithme est exact; mais s'il diffère d'une fraction, alors on calculera la différence au plus approchant, et l'on établira cette proportion :

La différence tabulaire : l'unité :: la fraction reste : x = une fraction que je joins au nombre entier.

EXEMPLE.

Soit 3. 789543 = 6159,47.

Je cherche le logarithme le plus approchant du proposé . . . . . = 3. 789543

Qui est . . . . . 3. 789510 = 6159.

Reste . . . . 33.

Ce qui m'apprend que le nombre cherché est 6159, plus une fraction. Pour trouver la fraction, je dis : 70 : 1 :: 33 : x = ,47 que je joins aux entiers, et je trouve 6159,47, nombre cherché.

EXEMPLES à résoudre.

A quel nombre appartient log. 3. 550076 = 3548,75

id. 1. 552303 = 35,67

id. 0. 356783 = 2,273

id. 4. 266960 = 18491.

id. 1. 058325 = 11,437

id. 1. 552303 = 35,67

Nota. Lorsque la caractéristique du nombre donné est très-petite, comme 0, ou 1 ou 2, on cherche le même

log. mais avec 3 ou 4 de caractéristique, et alors sur le nombre correspondant on sépare des entiers autant de chiffres sur la droite qu'on a ajouté d'unités à la caractérisque du nombre proposé.

EXEMPLE.

On avoit pour log. 1.552303, je l'ai cherché avec 3 unités de caractéristique, et j'ai trouvé qu'il répondoit à 3567 dont j'ai retranché deux chiffres, ce qui ma donné 35,67 nombre cherché.

A quel nombre appartient log. 0.710796 =
id. 4.170697 =
id. 1.871076 =
id. 2.675139 =
id. 1.076091 =
id. 2.007198 =

Second cas.

A quel nombre appartient un logarithme qui passe les limites des tables ?

Otez de la caractéristique assez d'unités pour que le logarithme soit dans les tables; cherchez à quel nombre appartient ce nouveau logarithme (avec l'attention de prendre d'autant plus de décimales qu'on aura supprimé plus d'unités); ensuite, faites entiers autant de décimales que vous aurez retranché d'unités à la caractéristique.

EXEMPLE.

Soit le log. 5. 783456 = 607374,648.

Je cherche log. 3. 783403 plus approchant du prop. = 6073

Donc log. 5. 783403. = 607300.

retranchant du log. proposé, reste 53 que j'évalue par cette proportion :

71 diff. tab. : 53 :: 1 différ. entre les nombres : x = ,74648. Sur ces décimales trouvées j'en fais deux entiers à cause de la suppression des deux unités à la caractéristique, et j'ai 74,648, que j'ajoute à 607300; ce qui donne 607374,648, nombre cherché.

Soit logarith. 4 728678 = 53540
id. 6. 728678 = 5354000
id. 5. 728745 = 535483
id. 6. 728108 = 5346973
id. 7. 988950 = 97487636
id. 7. 315984 = 20700678.

Troisième cas.

Trouver à quel nombre d'unités déterminées, comme ᵗᵗ ou livres poids, toises, années, etc., appartiennent les logarithmes suivans.

Soit log. 3. 783456 que l'on sait être un log. de toises, etc.

Je trouve dans la table log. 3. 783403 = 6073 toises, plus la différence 53 que je réduis en décimale = ,74648 qui réduites en pieds, pouces, lignes et points, donnent 4 pieds 5 pouces 8 lignes 11 points.

Donc log. 3. 783456 = 6073 t. 4 p. 5 p. 8 lig. 10 p.

Log. 2. 766379 = 583 tois. 5 pieds 8 p. 11 lign.

Quatrième cas.

Trouver à quelle fraction appartient un logarithme négatif.

On retranchera ce logarithme de 2, 3, ou 4 unités,

et après avoir trouvé le nombre qui répond au logarithme restant, on en séparera sur la droite, par une virgule, autant de chiffres qu'il y aura eu d'unités dans le nombre dont on aura retranché le logarithme.

EXEMPLE.

A quelle fraction appartient logarith. — 1. 532732.

R. = ,0293.

De 4. 000000
ôter 1. 532732.

reste log. 2. 467268 qui répond dans les tables entre les nombres 293 et 294, d'où je conclus que la fraction cherchée, est en retranchant quatre chiffres 0, 0293 à peu près.

Autre log. — 0. 917648. *R.* = ,12 = $\frac{3}{25}$.

CALCULS PAR LOGARITHMES.

Multiplications et divisions.

358 × 542 =

Par log.

2. 553883 + 2. 733999 = 5. 287882. = 194036.

Preuve.

194036. D. 542. =

Par log.

5. 287882 — 2. 733999 = 2. 553883 = 358.

On demande le quotient de 17954, par 12836, approché jusqu'à moins d'un millième près.

R. = 1,3987.

Quel sera le quotient de 8743, par 2357, aux millièmes près ?

$$R. = 3{,}709.$$

Règles de trois et complément arithmétique.

Soit 1222 : 743 :: 8956 : x =

Par log.

2. 870989 + 3. 952114—3. 087071=3. 736032 = 5445,425.

Le complément arithmétique peut simplifier ces opérations, en ce qu'il substitue une addition à la soustraction.

On appelle complément arithmétique d'un logarithme ce qui reste lorsqu'on a soustrait ce logarithme d'un autre imaginaire qui a toujours 10 de caractéristique sans décimales, tel que 10.000000. Ainsi le complément arithmétique du logarithme 3.087071 = 6.912929.

On trouve ce complément en ajoutant à tous les chiffres qui le composent ce qui s'en manque pour faire 9, excepté le premier à droite, auquel il faut ajouter ce qui s'en manque pour faire 10.

Règle générale, Au lieu de soustraire d'un logarithme quelconque un autre logarithme, ajoutez au premier le complément arithmétique du deuxième, que vous devez soustraire, et retranchez de la caractéristique une dixaine : si on ajoute deux complémens, on retranchera de la caractéristique deux dixaines, etc.

EXEMPLE.

De 6.823103		6.823103
ôter 3.087071	Par le complément.	6.912929
reste 3.736032		13.736032.

Démonstration.

Si, au lieu de retrancher 3.087071, comme on le propose, j'ajoute son complément arithmétique, c'est-à-dire, 10.000000 — 3.087071, je fais en même temps la soustraction proposée, et une augmentation de 10.000000, c'est-à-dire, d'une dixaine au premier chiffre du résultat; donc, pour chaque complément arithmétique que j'aurai introduit, j'aurai une dixaine de trop à l'égard du premier chiffre du résultat.

Nota. Pour plus de simplicité, appliquer ce raisonnement à un petit nombre.

Règles de trois à faire par logarithmes et complément arithmétique.

7314 : 5736 :: 1207 : x =
10030 : 2078 :: 100700 : x =

Élévation aux puissances par logarithmes.

Élever 3 à la 19e puissance,

ou $\overline{3}^{19}$ = log. 3 × 19 = 0.477121 × 19 = 9.065299 = 1162248649.

$\overline{340}^{12}$ = log. 340 × 12 = 2.531479 × 12 = 30.377748 = 31 chiffres.

Extractions des racines.

$\sqrt[8]{7345}$ = log. $\frac{7345}{8}$ = $\frac{3.865992}{8}$ = 0.483249 = 3,04263.

$\sqrt[19]{1162249329}$ = 3.

$\sqrt[3]{53.}$ à moins d'un millième près = 3,756.

$\sqrt[5]{}$ du cube 5736 au centième près = 179,95.

$\sqrt[3]{592704}$ = 84. $\sqrt[3]{16465699641.}$ =

$\sqrt[3]{46656}$ = $\sqrt[3]{21600021600.}$ =

$\sqrt[3]{85184}$ =

Insérer entre deux nombres donnés des moyens prop. géométriques, par logarithmes.

Trouver quatre moyens proportionnels géométriques entre $2\frac{2}{3}$ et $5\frac{3}{4}$.

R. = 3,109 : 3,626 : 4,228 : 4,931.

Pour trouver la raison, il faut diviser $\frac{5\frac{3}{4}}{2\frac{2}{3}}$ et extraire $\sqrt[5]{\ }$

Log. de $5\frac{3}{4} = \frac{23}{4}$ = 0.759668.

Log. de $2\frac{2}{3} = \frac{8}{3}$ = 0.425969.

Reste 0.333699 dont le $\frac{1}{5}$ = 0.06674 qui correspond dans les tables à 1,1661 = la raison.

Il ne s'agit donc plus pour avoir les moyens que de multiplier le premier terme $\frac{2}{3}$ par 1,1661, puis le produit par 1,1661, et ainsi de suite; mais on peut abréger à l'aide des logarithmes, en ajoutant consécutivement au logarithme 0.425969 du premier terme $\frac{8}{3}$ le logarithme 0.06674 de la raison, son double, son triple, et son quadruple; en sorte qu'on aura :

0.492709 : 0.559449 : 0.626189 : 0.692929 pour les logarithmes des quatre moyens proportionnels cherchés, et si l'on cherche ces logarithmes dans les tables, avec trois unités de plus à la caractéristique, on trouve que ces quatre moyens proportionnels sont :

3,109 : 3,626 : 4.228 : 4.931.

Trouver 9 moyens prop. géom. entre 1 et 5.
id. 9 . . . . . 2 et 2048.
id. 7 . . . . . 1 et 65536.
id. 4 . . . . . 11 et 34375.

Opérations où l'on emploie avantageusement le complément arithmétique.

Il s'agit d'ajouter les deux nombres 672736 et 426452, et de retrancher de leur somme les deux autres 432752 et 18675; ce qui exige deux additions et une soustraction.

Je substitue l'opération suivante :

	672736
	426452
Complément arithm. de 432752 =	567248
id. . . . . . 18675 =	981325
	2647761

A cause des deux supplémens je retranche deux dixaines de la somme.

Cette méthode s'applique avec succès aux fractions qui ne sont que des divisions indiquées, et alors on ne se sert plus du signe négatif: on reconnoît les logarithmes des fractions en ce qu'elles ont alors une caractéristique très forte; on cherche leur valeur comme si le logarithme appartenoit à un nombre entier, et on sépare 10 chiffres s'il n'est entré qu'un complément, 20 pour deux, 30 pour trois, etc.

EXEMPLE.

Quel est le logarithme complémentaire de ,0575?

Opération.

Au log. 575 comme entiers = 2.759668 j'ajoute le compl. arith. du dénom. 10000 = 6.000000.

Total. 8.759668 log. compl.

Preuve.

Logarithme 8.759668 répond, dans les tables, en cherchant avec 3 de caractéristique, au nombre 5750; j'ajoute 5 zéros, et logarithme 8.759668 = 575000000, j'en sépare 10 chiffres, et j'ai ,0575000000 = ,0575.

Quel est le logarithme complémentaire de ,035?

R. = 8.544068.

Logarithmes 35 = 1.544068
Complém. arith. de 1000 = 7.000000 } 8.544068.

Preuve.

Logar. 8.544068 = 350000000 retranchant dix chiffres, on aura = ,035.

Quel est le logarithme complémentaire de 575?

R. = 9.759668.

Quel est le logarithme complémentaire de $\frac{4}{5}$?

R. = 9.903090.

Log. de 4 = 0.602060.
Log. de 5 = 0.698970. le log. complémentaire =
9.301030.
0.602060. } 9.903090.

Preuve.

On trouve ,8 = $\frac{8}{10}$ = $\frac{4}{5}$.

Quel est le logarithme complémentaire de $\frac{7}{8}$?

R. = 9.942008.

Preuve.

On trouve ,875 = $\frac{875}{1000}$ = $\frac{175}{200}$ = $\frac{35}{40}$ = $\frac{7}{8}$.

Nota. Pour l'usage des logarithmes, nous conseillons les tables de Lacaille, augmentées par l'abbé Marie, chez la veuve Desaint, libraire, rue du Foin Saint-Jacques.

EXEMPLE

De la disposition des nombres dans les tables de logarithmes de Lacaille, *augmentées par* Marie.

Nomb.	Logarithmes.	Nomb.	Logarithmes.	Nomb.	Logarithmes.
0	infini négatif.	30	1. 477121	60	1. 778151
1	0. 000000	31	1. 491362	61	1. 785330
2	0. 301030	32	1. 505150	62	1. 792392
3	0. 477121	33	1. 518514	63	1. 799341
4	0. 602060	34	1. 531479	64	1. 806180
5	0. 698970	35	1. 544068	65	1. 812913
6	0. 778151	36	1. 556303	66	1. 819544
7	0. 845098	37	1. 568202	67	1. 826075
8	0. 903090	38	1. 579784	68	1. 832509
9	0. 954243	39	1. 591065	69	1. 838849
10	1. 000000	40	1. 602060	70	1. 845098
11	1. 041393	41	1. 612784	71	1. 851258
12	1. 079181	42	1. 623249	72	1. 857332
13	1. 113943	43	1. 633468	73	1. 863323
14	1. 146128	44	1. 643453	74	1. 869232
15	1. 176091	45	1. 653213	75	1. 875061
16	1. 204120	46	1. 662758	76	1. 880814
17	1. 230449	47	1. 672098	77	1. 886491
18	1. 255273	48	1. 681241	78	1. 892095
19	1. 278754	49	1. 690196	79	1. 897627
20	1. 301030	50	1. 698970	80	1. 903090
21	1. 322219	51	1. 707570	81	1. 908485
22	1. 342423	52	1. 716003	82	1. 913814
23	1. 361728	53	1. 724276	83	1. 919078
24	1. 380211	54	1. 732394	84	1. 924279
25	1. 397940	55	1. 740363	85	1. 929419
26	1. 414973	56	1. 748188	86	1. 934498
27	1. 431364	57	1. 755875	87	1. 939519
28	1. 447158	58	1. 763428	88	1. 944483
29	1. 462398	59	1. 770852	89	1. 949390
30	1. 477121	60	1. 778151	90	1. 954243

Notes sur le Papier monnoie, le Maximum, les Réquisitions et Prehensions.

Papier monnoie.

En 1789. Création de 1.200.000 liv. d'assignats, par l'assemblée des Notables. (Des billets de la Caisse d'Escompte, pour pareille somme, furent estampillés promesses d'assignats.)

23 avril 1793. Création de nouveaux assignats.

1er messidor an 2. *id*..... etc., etc.

28 ventose an 4. Création de 2.400.000.000l. de mandats territoriaux, et échange des assignats contre mandats ou promesse de mandats à 30 capitaux pour un.

9 messidor an 4. Loi portant que passé le 30 de ce même mois, les assignats ne seront reçus à aucun taux, ni même à l'échange contre mandats.

16 pluv. an 5. Loi portant que les mandats n'auront plus cours forcé de monnoie entre particuliers.

5 mess. an 5. Loi relative aux transactions passées entre particuliers pendant la durée de la dépréciation du papier monnoie, et tableau annexé, qu'on trouvera ci-après.

Maximum.

29 sept. 1793 *ou* 11 brum. an 2. Établissement du maximum sur les denrées et marchaudises, par le prix de 1790, augmenté du tiers.

6 vent. an 2. Décret relatif à une fixation générale des denrées et marchandises soumises à la loi du maximum.

19 brum. an 3. Fixation du prix des grains et fourrages.

4, 9 et 11 nivose an 3. Suppression du maximum.

Réquisitions et Préhensions.

14 frimaire an 2. Établissement des réquisitions et préhensions, sur les objets nécessaires aux armées et établissemens publics.

24 pluv. an 2. Décret qui établit que les réquisitions et préhensions, sont spécialement attribuées à la commission des subsistances et approvisionnemens.

18 germ. an 2. Décret relatif aux réquisitions de la susdite commission.

26 vend. an 3. Loi qui défend d'exercer le droit de réquisition et de préhension sur les matières premières venant de l'étranger.

4 nivose an 3. Loi qui supprime toutes celles portant fixation d'un maximum, de réquisitions et préhensions, sur les denrées et marchandises.

18 nivose an 3. Loi qui proroge au 1er messidor prochain, à la commission de commerce seule, la loi du 4 nivose, pour l'approvisionnement des marchés, pour les grains seulement.

2 therm. an 3. Loi qui abolit toutes réquisitions en grains, à dater du 1er vendémiaire an 4.

7 vendémiaire an 4. Loi qui met en réquisition des foins et pailles, pour la subsistance des chevaux des armées de la république.

Tarif des matières et effets à employer pour chaque objet à confectionner pour le service des armées de la république.

Gibernes, porte-gibernes, baudriers, ceinturons, colliers de tambours, etc.

1 Peau de vache, produit 10 gibernes.
1 *id*..... 15 porte-gibernes.
1 *id*..... 15 baudriers.
1 *id*..... 8 colliers de tambours.

Les bretelles de fusil se trouvent dans les abattages des vaches.

1 Peau de buffle produit 10 ceinturons de dragons.
1 *id*..... 10 *id*..... de cavalerie.
1 *id*..... 15 *id.* de chasseurs et huss.

Trompettes et casques.

12 Feuilles, cuivre en planche de 48 pouces sur 24 ou de 1 mètre,296 sur ,648 mètres, et du poids de 2 kilog.,93 à 3 kilogrammes,42 ou de 6 à 7 liv. pour 50 trompettes.

1 liv. $\frac{1}{2}$ de cuivre ou 0,73 kilogr. par casque de dragon, savoir : 0,52 kilogr. ou 17 onc. n° 11 à 12 pour la calotte.
0,21 ou 7 n° 5 à 6 pour les ailerons.

Bas, chapeaux, schakos, couvertures.

0,21 kilogr. ou 7 onces laine aignelin } Pour un chapeau.
0,12 *id.* 4 onc. laine commune, dite de charge, }
0,24 *id.* 8 onces laine aignelin, } Pour un schakos.
0,12 *id.* 4 onc. laine commune, dite de charge. }
0,37 *id.* 12 onces de laine pour une paire de bas drapés.

2,44 kilogr. ou 5 livres de fil écru pour une douzaine de paires de bas, en trois fils.

1,71 *id.* 3 livres $\frac{1}{2}$ de coton pour une douzaine de paires de bas, en trois fils.

Nota. 24 à 25000 livres de laine peuvent produire 30 à 33000 paires de bas pour la troupe.

Porte-manteaux.

mètres mètres
1,11 ou $\frac{15}{16}$ drap $\frac{4}{4}$ = 1,188,
1,78 *id.* 1 aune $\frac{1}{2}$ de toile,
3,56 *id.* 3 aunes de galon.
} Pour un porte-manteau.

Schabraques.

Pour une schabraque de cavalerie,
2 peaux de mouton,
2 aunes de toiles ou 2,376 mètres.
$\frac{1}{4}$ de drap..... ou 0,297

Pour une schabraque de hussard,
2 peaux et demie de mouton,
3 aunes de toile ou 5,564 mètres,
$\frac{1}{4}$ de drap..... ou 0,297.

Bonnets de police.

0,37 mètres ou $\frac{5}{16}$ drap Silésie bleu $\frac{5}{8}$ ou 0,64 mètres de large, pour un bonnet.

0,12 *id.* ou $\frac{1}{10}$ drap Silésie écarlate $\frac{5}{8}$ ou 0,64 mètres de large, pour un bonnet.

0,15 *id.* ou $\frac{1}{8}$ toile pour la coiffe.

Chemises, sacs à distribution et à musette.

2,23 mètres ou 1 aune $\frac{7}{8}$ toile $\frac{7}{8}$ ou 1,04 mètres de large, pour une chemise.

2,67 *id.* ou 2 aunes $\frac{1}{4}$ toile $\frac{3}{3}$ ou 0,79 mètres de large, pour une chemise, et proportionnellement pour les autres largeurs de toile.

2,38 mètres ou 2 aunes pour chaque sac à avoine et à distribution.

1,49 *id.* ou 1 aune $\frac{1}{4}$ pour chaque sac à musette.

Guêtres noires et de toile.

0,89 mètres ou $\frac{3}{4}$ d'étoffe noire de demi-aune de large, ou 0,59 mètres, pour une paire de guêtres.

0,64 *id.* ou $\frac{5}{8}$ d'étoffe noire de $\frac{5}{8}$ ou 0,64 mètr. de large pour une paire de guêtres.

0,39 *id.* ou $\frac{1}{3}$ de toile forte pour garniture et doublure d'une paire.

0,69 *id.* ou $\frac{7}{12}$ de toile $\frac{7}{8}$ ou 1,04 mètres de large, pour une paire de guêtres.

0,297 *id.* ou $\frac{1}{4}$ de toile pour garniture et doublure.

Culottes de peau et gants.

3 peaux de mouton pour une culotte.

1 grande peau de daim pour une culotte, et

1 peau de mouton pour doublure.

Nota. Il y a des peaux bâtardes qui ne produisent que le corps de la culotte, alors on en donne une grande et une petite pour deux culottes.

2 peaux de daim à couple, et

1 peau de mouton pour une culotte.

1 douzaine de peaux de daim produit de 40 à 45 paires de gants,

1 peau de buffle [d'environ 18 livres] ou 8,80 kilogr. pour gants à la crispin.

Souliers et bottes.

Pour 100 paires de souliers, savoir:

26,41 kilogr. ou 54 livres de veau noir.

31,79 *id.* ou 65 de vache.

56,24 *id.* ou 115 de cuir fort.

Pour 100 paires de bottes, savoir:

50 veaux blancs pesant environ		350 liv.	ou	171,15 kilogr.
50 veaux noirs	*id.*	150	ou	73,35
48 basanes.				
195 cuir fort	*id.*	195	ou	95,35
70 de vache	*id.*	70	ou	34,23

Selles.

Pour une selle à la hussarde, savoir:

9,78 kilogr.	ou	20 liv.	cuir de Hongrie.
3,42 *id.*	ou	7	cuir en croûte.
4,40 *id.*	ou	9	veau noir.

Pour une selle de cavalerie, savoir:

8,80 kilogr.	ou	18 liv.	cuir de Hongrie.
3,91 *id.*	ou	8	cuir en croûte.
5,87 *id.*	ou	12	veau noir.
» *id.*		1	basane et demie.

Bandoulières, sabretaches.

1 peau de buffle de 18 à 20 livres ou 8,80 kilog. à 9,78 kilogrammes, produit 10 bandoulières.

2 peaux $\frac{1}{2}$ de basane pour une sabretache.

Instruction pour les cordonniers qui confectionnent pour les armées.

1° L'empeigne et le quartier de bon veau rayé.

2° Le quartier à coupe carrée et couture derrière.

3° Les tirans entiers et de longueur suffisante (ou à rosette, il y a économie.)

4°. Les talons chacun a trois bouts d'un seul morceau.

5° La première semelle en vache d'un seul morceau, et cousue à l'empeigne.

6° La seconde semelle en bon cuir fort et bien battu.

Ainsi ordonné par décret du 4 brumaire an 2.

Comparaison d'un compas de cordonnier, avec la mesure que l'on nomme pied de toise réduite en mètre.

Compas des plus forts pieds de toise.

8 points.....font	10 pouces..... font	0,27 mètres.
9.....	10 $\frac{7}{9}$.....	0,277
10.....	10 $\frac{1}{3}$.....	0,28
11.....	10 $\frac{3}{4}$.....	0,289
12.....	11.....	0,297

Il faut 10 peaux de vaches pour faire 100 gibernes d'infauterie.

10 *id.* 150 porte-gibernes d'infanterie de 27 lignes ou ,062 mètres de largeur.

8 *id.* 100 gibernes de cavalerie.

12 *id.* 100 gibernes de dragons.

10 peaux de buffle fort pour faire 100 porte-gibernes de cavalerie, de 36 lignes ou ,082 mètres de largeur.

9 *id.* 100 ceinturons de cavalerie, de 28 lig. ou ,064 mètres de largeur.

10 *id.* 100 bandoulières de hussards.

10 *id.* 100 porte-gibernes et 100 ceinturons de hussards.

20 *id.* 100 porte-gibernes et 100 ceinturons de dragons.

Habits. Draps $\frac{4}{4}$ = 1,188 mètre.

taille.	grosseur.	aune.	mèt.
1re	1re	1 $\frac{5}{8}$	= 1,93
1	2	1 $\frac{1}{2}$	= 1,78
2	1	1 $\frac{5}{12}$	= 1,68
2	2	1 $\frac{1}{3}$	= 1,58
3	1	1 $\frac{1}{3}$	= 1,58
3	2	1 $\frac{1}{3}$	= 1,58
4	1	1 $\frac{1}{6}$	= 1,38
4	2	1 $\frac{1}{6}$	= 1,38

Gilets. Draps $\frac{4}{4}$ = 1,188

1re	1re	1 $\frac{1}{8}$	= 1,33
1	2	1 $\frac{1}{6}$	= 1,38
2	1	» $\frac{23}{24}$	= 1,13
2	2	» $\frac{11}{12}$	= 1,09
3	1	» $\frac{11}{12}$	= 1,09
3	2	» $\frac{7}{8}$	= 1,04
4	1	» $\frac{20}{24}$	= 0,99
4	2	» $\frac{19}{24}$	= 0,94

Culottes. Draps $\frac{4}{4}$ = 1,188

1re	»	» $\frac{3}{4}$	= 0,89
2	»	» $\frac{11}{16}$	= 0,81
3	»	» $\frac{5}{8}$	= 0,74

Culottes. Tricots $\frac{7}{12}$ = 0,99

1re	»	1 $\frac{1}{3}$	= 1,58
2	»	1 $\frac{1}{6}$	= 1,38
3	»	1 $\frac{1}{24}$	= 1,23

Revers. Draps $\frac{4}{4}$ = 1,188

Pour chaque » $\frac{1}{10}$ = 0,18

Pour liserets d'hab. $\frac{1}{22}$ = 0,05

Pour collets *id.* $\frac{1}{30}$ = 0,04

Pour parement *id.* $\frac{1}{19}$ = 0,06

Bonnets de police avec turban.

Par bonnets $\frac{5}{24}$ = 0,24

Bonnets sans turban.

Par bonnet $\frac{7}{48}$ = 0,17
Par turban $\frac{1}{16}$ = 0,07
} $\frac{5}{24}$ = 0,24 mètre.

Serges $\frac{5}{12}$ = 0,49

taille.	grosseur.	aune.	mètre.
1re	1re	3 $\frac{1}{4}$	= 3,86
1	2	3 $\frac{1}{4}$	= 3,86
2	1	3 $\frac{1}{8}$	= 3,71
2	2	3 »	= 3,56
3	1	2 $\frac{3}{4}$	= 3,26
3	2	2 $\frac{5}{8}$	= 3,11
4	1	2 $\frac{5}{8}$	= 3,11
4	2	2 $\frac{5}{8}$	= 3,11

Gilets. Serges $\frac{5}{12}$ = 0,49

1re	1re	1 $\frac{5}{6}$	= 2,17
1	2	1 $\frac{1}{4}$	= 1,48
2	1	1 $\frac{1}{8}$	= 1,33
2	2	1 »	= 1,18
3	1	1 »	= 1,18
3	2	1 »	= 1,18
4	1	» $\frac{7}{8}$	= 1,04
4	2	» $\frac{7}{8}$	= 1,04

Culottes, doublures.

Toiles $\frac{7}{8}$ = 1,04

1re	»	1 »	= 1,18
2	»	» $\frac{11}{12}$	= 1,09
3	»	» $\frac{7}{8}$	= 1,04

Gilets, toiles pour poches et droit fil en $\frac{7}{8}$ = 1,04

Pour chaque $\frac{1}{8}$ = 0,15

Redingote. Draps $\frac{4}{4}$ = 1,188

1re	2	2 $\frac{1}{3}$	= 2,77
2	2	2 $\frac{1}{6}$	= 2,57
3	2	2 $\frac{1}{12}$	= 2,47
4	2	2 »	= 2,37

Doublures de redingotes avec une poche en toile $\frac{7}{8}$ = 1,04

taille.	aune.	mètres.
1re	1 $\frac{1}{4}$ =	1,48
2	1 $\frac{3}{16}$ =	1,41
3	1 $\frac{1}{8}$ =	1,33
4	1 $\frac{1}{16}$ =	1,26

Coiffes de bonnets.

Toile $\frac{7}{8}$ = 1,04

Par coiffe de bonnet $\frac{1}{8}$ = 0,15

Surtouts, doublures et poches. Toile $\frac{7}{8}$ = 1,04

1re	1 $\frac{1}{4}$ =	1,48
2	1 $\frac{3}{16}$ =	1,41
3	1 $\frac{1}{8}$ =	1,33

Manteaux de cavaliers, dragons, ou artilleurs à cheval.

Draps $\frac{4}{4}$ = 1,188

1re	4 $\frac{13}{32}$ =	5,23
2	4 $\frac{5}{16}$ =	5,12
3	4 » =	4,75

Serges pour manteaux $\frac{7}{12}$ = 0,69

Pour chaque 1 $\frac{1}{4}$ = 1,48

Manteaux d'hussards ou chasseurs à cheval.

Draps $\frac{4}{4}$ = 1,188

1re	3 $\frac{3}{8}$ =	4,01
2	3 $\frac{1}{4}$ =	3,86
3	3 » =	3,56

Dolman de chasseurs à cheval. Draps $\frac{4}{4}$ = 1,188

1re	1 $\frac{3}{32}$ =	1,30
2	1 $\frac{1}{16}$ =	1,26
3	1 » =	1,19

Dolman de hussards.

Draps $\frac{4}{4}$ = 1,188

taille.	aune.	mètres.
1re	1 $\frac{1}{8}$ =	1,34
2	1 » =	1,19
3	» $\frac{15}{16}$ =	1,11

Pantalons de hussards et chasseurs. Draps $\frac{4}{4}$ = 1,188

1re	» $\frac{45}{48}$ =	1,11
2	» $\frac{42}{48}$ =	1,04
3	» $\frac{41}{48}$ =	1,02

Paremens de dolman, de hussards et chasseurs. Draps $\frac{4}{4}$ = 1,188

pour chaque... $\frac{1}{40}$ = 0,03

Collets de dolman de chasseurs à cheval.

Draps $\frac{4}{4}$ = 1,188

pour chaque... $\frac{1}{34}$ = 0,035

Collets de dolman de hussards. Draps $\frac{4}{4}$ = 1,188

pour chaque.. $\frac{1}{37}$ = 0,032

Pelisse de hussards.

Draps $\frac{4}{4}$ = 1,188

1re	1 $\frac{3}{16}$ =	1,41
2	1 $\frac{1}{16}$ =	1,26
3	» $\frac{15}{16}$ =	1,11

Serge $\frac{5}{12}$ = 0,495

pour doublure de pelisse.

1re	2 $\frac{13}{16}$ =	3,34
2	2 $\frac{5}{8}$ =	3,04
3	2 $\frac{7}{16}$ =	2,89

pour doubl. de dolman d'huss.

1re	2 $\frac{17}{32}$ =	3,01
2	2 $\frac{1}{8}$ =	2,97
3	2 $\frac{1}{4}$ =	2,67

Pour doublure de dolman de chasseurs à cheval.

Serge $\frac{5}{12}$ = 0,495

taille.	aune.	mètres.
1re.....	2 $\frac{1}{2}$	= 2,97
2.....	2 $\frac{1}{12}$	= 2,48
3.....	1 $\frac{31}{32}$	= 2,33

Pour doublure de pantalon de chass. et huss. à cheval. Toile $\frac{7}{8}$ = 1,04

1re.....	$\frac{7}{8}$	= 1,04
2.....	$\frac{27}{32}$	= 1,00
3.....	$\frac{26}{32}$	= 0,96

Toile $\frac{7}{8}$ *pour poches et droit fil de dolman de chasseurs à cheval.* = 1,04

pour chaque... $\frac{1}{2}$ = 0,59

Pour les dolmans de hussards.

pour chaque... $\frac{3}{16}$ = 0,22

Pour pelisses.

pour chaque... $\frac{3}{16}$ = 0,22

Pantalons larges ou d'écurie. Draps $\frac{4}{4}$ = 1,188

1re.....	1 $\frac{1}{4}$	= 1,48
2.....	1 $\frac{3}{16}$	= 1,41
3.....	1 $\frac{1}{8}$	= 1,34
4.....	1 $\frac{1}{16}$	= 1,26

Pantalons de coutil $\frac{7}{12}$ = 0,69

1re.....	2 $\frac{1}{4}$	= 2,67
2.....	2 $\frac{1}{8}$	= 2,52
3.....	2 »	= 2,37
4.....	1 $\frac{7}{8}$	= 2,22

Pantalons de treillis $\frac{3}{4}$ = 0,84

1re.....	1 $\frac{7}{8}$	= 2,22
2.....	1 $\frac{13}{16}$	= 2,15
3.....	1 $\frac{23}{32}$	= 2,04
4.....	1 $\frac{9}{16}$	= 1,85

Pantalons dits caleçons, pour cavaliers ou dragons, en toile $\frac{7}{8}$ = 1,04

1re.....	1 $\frac{5}{32}$	= 1,37
2.....	1 $\frac{1}{16}$	= 1,26

Pantalons dits caleçons, pour hussards et chass. à cheval, en toile $\frac{7}{8}$ = 1,04

1re.....	1 $\frac{11}{16}$	= 2,00
2.....	1 $\frac{10}{16}$	= 1,93
3.....	1 $\frac{9}{16}$	= 1,85

Garniture pour pantalons d'écurie, en toile $\frac{7}{8}$ = 1,04

pour chaque... $\frac{1}{3}$ = 0,39

Pour garnitures de pantalons sans boutons sur les côtés, pour chaque $\frac{5}{32}$ = 0,18

Housses pour toutes armes susceptibles d'en avoir.

Draps $\frac{4}{4}$ = 1,188

pour chaque $\frac{1}{2}$ = 0,59

Chaperons complets, doublés de même,

par chaque paire $\frac{27}{48}$ = 0,66

Porte-manteaux de gendarmes, en drap $\frac{4}{4}$ = 1,188

pour chaque $\frac{19}{24}$ = 0,88

Porte-manteaux de cavalier, en tricot $\frac{7}{12}$ = 0,69

pour chaque 1 $\frac{1}{8}$ = 1,58

	aune.	mètres.
Porte-manteaux de dragons,		
en tricot	$\frac{7}{12}$ =	0,69
pour chaque	1 $\frac{7}{24}$ =	1,53
Porte-manteaux d'hussards ou chasseurs à cheval.		
pour chaque	$\frac{3}{4}$ =	0,89
Doublures de housses.		
Toile	$\frac{4}{4}$ =	1,188
pour chaque	$\frac{1}{2}$ =	0,59
Doublures de porte-manteaux de gendarmes.		
Toile	$\frac{3}{4}$ =	0,89
pour chaque	1 » =	1,188
Porte-manteaux de cavaliers.		
Pour doublures	$\frac{3}{4}$ =	0,89
pour chaque	1 $\frac{5}{6}$ =	2,18
Pour doublures de porte-manteaux de dragons.		
Toile	$\frac{3}{4}$ =	0,89
pour chaque	1 $\frac{19}{24}$ =	2,13
Pour doublures de porte-manteaux d'hussards ou chasseurs à cheval.		
Toile	$\frac{3}{4}$ =	0,89
pour chaque	$\frac{15}{32}$ =	0,55
Besaces. Toile	$\frac{3}{4}$ =	0,89
pour chaque	$\frac{7}{12}$ =	0,69
Guêtres. Tricot.	$\frac{7}{12}$ =	0,69
1re taille.....	$\frac{10}{12}$ =	0,99
2e.....	$\frac{19}{24}$ =	0,94
3e.....	$\frac{3}{4}$ =	0,89
Pour garnitures de guêtres.		
Toile	$\frac{7}{8}$ =	1,04
pour chaque	$\frac{1}{4}$ =	0,29
Pour poches et droit fil d'habits.		
pour chaque	$\frac{3}{8}$ =	0,44

HOPITAUX MILITAIRES.

	aunes.	mètres.
Paillasse en toile $\frac{7}{8}$ ou $1^{m},04$, il faut	$4\ \frac{3}{4}$	= 5,64
Sacs à paille en toile $\frac{7}{8}$ ou $1^{m},04$	$\frac{3}{4}$	= 0,89
Matelas en toile $\frac{3}{4}$ ou $0^{m},89$	$4\ \frac{3}{4}$	= 5,64
	kilogr.	
en laine	$12^{l}.\frac{1}{2}$	= 6,11
en crin	$12^{l}.\frac{1}{2}$	= 6,11
	mètre.	
Traversins en toile $\frac{3}{4}$ ou $0^{m},89$	$\frac{3}{4}$	= 0,89
	kilogr.	
en laine	$2^{l}.\frac{1}{2}$	= 1,22
en crin	$2\ \frac{1}{2}$	= 1,22
	mètres.	
Sommier de crin en toile $\frac{7}{8}$ ou $1^{m},04$	$4\ \frac{3}{4}$	= 5,64
	kilogr.	
en crin	20^{l}	= 0,78
	aunes.	mètres.
Draps de lit en toile $\frac{7}{8}$ ou $1^{m},04$	5	= 5,94
Courte-pointe en toile bleue $\frac{3}{4}$ ou $0^{m},89$ dessus	$4\ \frac{1}{11}$	= 4,86
en toile écrue $\frac{3}{4}$ ou $0^{m},89$ dessous	$4\ \frac{1}{11}$	= 4,86
	kilogr.	
en laine	$3^{l}.\frac{1}{2}$	= 1,71
	aunes.	mètres.
Coiffe de bonnet en toile $\frac{3}{4}$ ou $0^{m},89$ il faut	$\frac{1}{4}$	= 0,297
Capotes tiretaine de $\frac{1}{2}$ ou $0^{m},59$ de large	$5\ \frac{1}{2}$	= 6,53
Pantalons de malades en toile $\frac{3}{4}$ ou $0^{m},89$	$1\ \frac{1}{4}$	= 1,485
Tablier pour offic. de santé en toile $\frac{7}{8}$ ou $1^{m},04$	1	= 1,188
Tablier pour servant en toile $\frac{7}{8}$ ou $1,^{m}04$	$\frac{7}{8}$	= 1,04
Serviettes en toile $\frac{7}{8}$ ou $1^{m},04$	$\frac{5}{6}$	= 0,99
Torchons en toile $\frac{7}{8}$ ou $1^{m},04$	$\frac{3}{4}$	= 0,89
Essuie-mains en toile $\frac{7}{8}$ ou $1^{m},04$	1	= 1,188
Vestes d'infirmiers en toile $\frac{7}{8}$ ou $1^{m},04$	$2\ \frac{1}{2}$	= 2,97
Pantalons d'infirmiers en toile $\frac{7}{8}$ ou $1^{m},04$	3	= 3,56
Sacs de treillis en toile $\frac{7}{8}$ ou $1^{m},04$	$2\ \frac{1}{8}$	= 2,52

Ustensiles de fer-blanc.

Une caisse assortie et composée des objets suivans s'évalue pour la confection à 500 feuilles de fer-blanc. On onne 40 caisses par armée.

Écuelles.....	150	Sceaux à bouillons.....	7
Pots à boire.....	150	Bassins de chaise percée..	6
Pots de chambre.....	150	Lanternes.....	2
Urinoirs.....	65	Cuillers à distribution....	16
Crachoirs.....	50	Écumoires.....	6
Lampes à plaques....	24	Entonnoirs.....	2
Biberons.....	32	Mesures assorties.....	2
Bougeoirs.....	20		

Observations sur les couvertures de campement.

Elles sont d'une aune et demie sur une aune trois quarts. La foulure est composée de 16 couvertures, pour lesquelles il faut 112 livres de laine, attendu qu'il s'opère un déchet par la fabrique du tiers au quart, ce qui les réduit à 80 livres, dont le seizième donne 5 livres par chaque couverture, selon l'ordonnance.

État des prix approximatifs par lesquels les négocians peuvent traiter avec les étrangers qui arrivent dans les ports de la république.

VIVRES.

Blé, de 18 à 21 liv. le quintal = 48,91 kilogrammes.
Seigle, de 15 à 16 liv. en proportion du blé.
Orge, de 14 à 15 *id.*
Farine d'Amérique, de 50 à 60$^{l.}$ le baril de 189 livres net = 88,04 kilogr.
Riz de la Caroline, de 36 à 40$^{l.}$ le cent = 48,91 kilogr.
Bœuf salé de Jutland, de 70 à 80$^{l.}$ le baril.
—— des États-Unis, de 75 à 85 *id.*
Lard de 60 à 70$^{l.}$ le q $\frac{c}{o}$.
Morue de Norwége en baril, de 40 à 42$^{l.}$ le baril de 250 livres net environ = 122,25 kilogrammes.
Morue sèche, de 25 à 30$^{l.}$ le cent = 48,91 kilogrammes.
Stockfisch, de 20 à 25$^{l.}$ le cent = 48,91 kilogr.
Hareng, de 20 à 25$^{l.}$ le baril.
Maquereau, de 20 à 25$^{l.}$ *id.*

Cotons. Maragnan, de 380 à 400$^{l.}$ le cent, bonne qualité = 48,91 kilogrammes.
———Issequebo, de 350 à 370$^{l.}$ *id.*
———Colonies franç. de l'Amérique, de 330 à 350$^{l.}$ *id.*
———du Levant, de 200 à 250$^{l.}$ *id.*
Tabacs. Mariland, 45$^{l.}$ le cent, 1re qualité = 48,91 kilog.
———Virginie, 40$^{l.}$ *id.*
Perlasse d'Amérique, de 65 à 70$^{l.}$ le quintal = 48,91 kilog.
Potasse d'Amérique, 60$^{l.}$ *id.*
Huiles. Spermaceti, 60$^{l.}$ *id.*
———Baleine, de 140 à 150$^{l.}$ la barrique de 120 pots = 228 litres.
———Morue, de 150 à 170$^{l.}$ *id.*
Les autres qualités d'huile de poisson, en proportion de rabais selon leur infériorité.
Cafés de nos colonies, de 20 à 22$^{s.}$ la livre, la bonne marchandises = 0,489 kilogrammes.
Savons en brique, 1re qualité, de 20 à 25$^{s.}$ la livre. *id.*
Alun de Suède, 60$^{l.}$ le quintal = 48,91 kilogrammes.
Fers de Suède, de 27 à 35$^{l.}$ le q$^{l.}$. $\frac{o}{o}$ suivant les assortimens.
Brays *id.* 45 à 50$^{l.}$ le baril.
Goudrons *id.* 33 à 35$^{l.}$ la gonne.
Tôle, de 45 à 50$^{l.}$ le quintal.
Fer-blanc en caisse de 225 feuilles, 200 à 215$^{l.}$ la caisse.
Planches de Norwége, bois rouge de 10 à 11 pieds sur 1 $\frac{1}{4}$, de 175 à 180$^{l.}$ le cent de 120.

Toutes les autres mesures peuvent être réduites à celle-ci, et payées d'après ce prix.

Le bois blanc doit être payé de 15 à 20 p. $\frac{o}{o}$ de moins.

Le bastin, ou planche qui n'a pas 8 pouces de large, doit également être réduit à dire d'experts.

Les planches de Suède et de Russie sont de beaucoup supérieures à celles de Norwége; et, comme les prix dépendent de leurs qualités et mesures, on ne peut les fixer ici.

FIN DU TOME PREMIER.

TABLE
DES MATIÈRES
CONTENUES DANS CE VOLUME.

Épître dédicatoire.	page v
Avertissement.	vij
Définition du Commerce, de l'Économie politique, des richesses naturelles d'un état, de ses richesses de convention, de ses richesses réelles, de ses richesses relatives, etc.	1
Des Papiers de crédit.	9
De la Balance du Commerce.	11
Considérations historiques sur le Commerce des nations.	13
Sur le Commerce de la République française.	18
Des Finances.	22
Tableau des connoissances humaines.	25
Introduction à l'étude des Mathématiques.	29
Arithmétique.	30
Algèbre.	*ibid.*
Géométrie.	31
Mathématiques mixtes.	36
Cosmographie et Astronomie.	*ibid.*
Mécanique.	39
Statique.	40
Dynamique.	41
Hydrostatique.	*ibid.*
Hydrodinamique.	*ibid.*
Hydraulique.	*ibid.*
Acoustique.	42

Gnomonique. page 45
Optique. 47
Perspective. *ibid.*
Catoptrique. 48
Dioptrique. *ibid.*
Calcul intégral et différentiel. 50
Géographie. 51
Architecture. 56
Fortification et génie. 60
Navigation, ou hydrographie ou nautique. 62
Quelles sont les parties des mathématiques auxquelles les négocians doivent s'appliquer de préférence, et nomenclature des cours que l'auteur va publier. 65
Table perpétuelle de la correspondance des dates des deux styles. 67
Tableau des planètes formant le système du monde. 69
Des années communes et bissextiles. *ibid.*
Des périodes, des cycles, de l'épacte, de l'indiction, des lettres dominicales et de leur calcul. 71
Doctrine ou Chronologie historique des temps. 83
Des Jours. 85
Des Semaines. 86
Comparaisons des nouvelles monnoies, des nouveaux poids et mesures aux anciens. 87
Remarque sur l'étymologie des noms des poids et mesures du système. 91
Sur les poids et mesures de l'an neuf (deux tableaux). 92
Tableau de la pesanteur spécifique des grains, en poids de marc et en kilogrammes. 96
Observations sur le setier de blé réduit en farine, et la farine en pain. 97
Sur les aréomètres ou pèse-liqueurs. *ibid.*
Tableau de la taille de l'homme, exprimée en mètres et mesure de l'an dix. 98
Mesures pour les arts et métiers. 99

Tableau de la pesanteur d'un mètre cube, de diverses matières, exprimée en kilogrammes et en livres poids de marc. pag. 101
Tableau à l'aide duquel on peut apprendre aux enfans à écrire en chiffres les plus forts nombres. 102
Comparaison des trois sortes de caractères ou chiffres dont on se sert en France. 103
Explication de certains mots usités dans les auteurs de mathématiques. 105
Sur les mesures des anciens, valeurs approximées. 106
CHAP. Ier. Définition de l'Arithmétique, des nombres, de l'unité. 108
Des diverses sortes d'unités ou des nombres. *ibid.*
De la numération et de son échelle. 109
Application à la manière d'énoncer les nombres lorsqu'ils sont écrits en chiffres. 111
De la manière d'écrire en chiffres les nombres qu'on propose de vive voix ou écrits en lettres. *ibid.*
Définition de l'addition, son usage et application aux nombres incomplexes. 113
Preuve de l'addition. 114
Définition de la soustraction, son usage et application aux nombres incomplexes. 116
Preuve de la soustraction. 117
Définition de la multiplication, son usage et application aux nombres incomplexes. 122
Table de Multiplication. 126
Définition de la division, son usage et application aux nombres incomplexes. 128
Remarque sur la division, qui conduit à des abréviations fort utiles. 137
Manière d'abréger la division. 141
Règles générales pour distinguer les questions sur la multiplication, des questions sur la division. 143
Preuve de la multiplication et de la division. 144

Des fractions en général et des différentes manières de les énoncer et de les écrire. pag. 146
CHAP. II. Décimales. 148
Définition des décimales, manière de les écrire, leur numération, apperçu et conclusion. *ibid.*
Remarque sur les zéros placés après ou avant les décimales. 150
Exemples pour s'exercer à les écrire en chiffres. 151
Valeurs différentes que prennent les décimales par le déplacement de la virgule. *ibid.*
Addition des décimales, et leur application aux nouveaux poids et mesures, titres et monnoies. 152
Soustraction des décimales, et leur application aux nouveaux poids et mesures, etc. 153
Multiplication des décimales, et leur application aux nouveaux poids et mesures, etc. 154
Division des décimales, et leur application aux nouveaux poids et mesures, etc. 157
Observations sur les multiplications et les divisions décimales. 160
CHAP III. Des fractions ordinaires et des opérations auxquelles elles donnent lieu. 161
Première transformation, mettre les entiers sous forme fractionnaire. *ibid.*
2e Transformation, évaluation des fractions. 163
Réduction des fractions à leur plus simple expression, et méthode du plus grand commun diviseur. 165
Réduction des fractions au même dénominateur, et méthode des sous-multiples. 169
Addition des fractions et application avec des nombres entiers. 174
Soustraction des fractions et application avec des nombres entiers. 177
Multiplications des fractions, etc. 179
Division des fractions, etc. 180

CHAP. IV. Des nombres complexes qui ne sont plus usités en France, et tableau desdits nombres. pag. 182
Addition des nombres complexes. 184
Soustraction des nombres complexes. 186
Questions sur la soustraction des nombres complexes. 190
Sur quelques usages de la multiplication des nombres incomplexes. 192
Multiplication des nombres complexes. 193
Multiplication où les deux facteurs sont des nombres complexes. 198
Sur quelques usages de la division des nombres incomplexes. 202
Division des nombres complexes. 203
Divisions qui prêtent à une abréviation considérable. 207
Addition des nombres complexes avec fractions. 209
Soustraction des nombres complexes avec fractions. 210
Multiplication et division des nombres complexes, servant d'introduction aux fractions des fractions. 212
Conversion des fractions ordinaires en fractions décimales, et des fractions décimales en fractions ordinaires. 216
Conversion des sous et deniers, des onces, gros et grains, des pieds, pouces, etc. des mois et jours, etc. en fractions ordinaires et décimales, et réciproquement. 219
Multiplications complexes, traduites en décimales aux millionnièmes près. 220
Questions de doubles multiplications et de doubles divisions. *ibid.*

CHAP. V. Des puissances et de leur racines. 224
Des nombres carrés. 225
Extraction de la racine carrée. 228
Conclusion et question servant d'application. 236
Des nombres cubes et de leurs racines. 238

Extraction de la racine cube. pag. 240
Conclusion et questions servant d'application. 248
CHAP. VI. Des raisons et proportions. 250
Des proportions arithmétiques. 253
Des proportions géométriques. 255
Règle de trois, directe et simple, opérée de deux manières. 263
Méthode analytique pour les résoudre. 267
Régle de trois inverse et simple, opérée de deux manières. 275
Règle de trois composée. 279
CHAP. VII. Règle de compagnie ou de société. Définition. 287
Règle de compagnie simple. 288
Règle de compagnie composée. 295
CHAP. VIII. Fractions de fractions. Définition. 302
Règle de fausse position. 304
CHAP. IX. Définition de l'intérêt, du denier, etc. 312
Règle d'intérêt, et application aux remboursemens de capitaux et intérêts. 314
Définition de l'intérêt sur-intérêt ou intérêts composés, et application aux annuités, avec formule algébrique. 328
Combinaisons d'intérêts ou opérations de bourse sur les anciens et nouveaux effets qui s'y négocient. 333
Variations du denier des rentes et de l'intérêt des capitaux, depuis 1500 jusqu'en 1770. 344
Tableau annuel des impositions sur les rentes, depuis 1710 jusqu'en 1792. 345
Questions diverses. *ibid.*
CHAP. X. Définition de l'escompte, et questions y relatives. 346
Méthode abrégée de prendre l'escompte en dehors. 350

Méthode abrégée de prendre l'escompte en dedans. pag. 352
CHAP. XI. 354
Règle du cent et du millier. 355
—— de la tare. 356
—— de provision et courtage. 359
—— de troc ou d'échange. 361
—— de profits et de pertes. 362
—— d'assurance. 367
—— d'avarie. 369
CHAP. XII. Définition de l'alliage, et des titres anciens et nouveaux. 371
Extrait de la loi du 28 thermidor an 3, sur le titre de la monnoie d'or et d'argent. 372
Méthode pour convertir les anciens titres en nouveaux et réciproquement. 373
Questions sur la première sorte d'alliage (selon les anciens et nouveaux titres.) 375
Questions sur la seconde sorte d'alliage (selon les anciens et nouveaux titres.) 381
Du fin de l'or et de l'argent, division de cette partie, rapport entre les anciens titres et poids. 385
Rapport entre le nouveau titre et le nouveau poids. 387
Questions sur les anciens titres et poids. 388
Sur les nouveaux titres et poids, sur les fontes en petites et en grandes masses. Extrait de la loi du 19 brumaire an 6. 392
Questions sur de petites masses de fontes. *ibid.*
—— sur de grandes masses de fontes. 402
Apperçu de la manipulation des essais. 405
Table de la pesanteur spécifique des principaux métaux. 407
Tableau de la valeur des carats et grains de fin; des deniers et grains de fin; en grains de poids, réduits en marcs, onces, etc. 408

Tableau de la conversion des millièmes en grains d'or ou d'argent fin et en poids. , pag. 409
Tableau de l'évaluation des carats et des trente-deuxièmes de fin. 410
Tableau de l'évaluation des deniers et grains de fin. *ibid.*
Tableau de l'évaluation des millièmes d'or et d'argent fin. 411
Loterie nationale. 412
Calculs du prix de fabrique des couvertures de campement. 414
Extraits de deux tableaux dressés par le ministre, sur les poids et mesures. 416
CHAP. XIII. Des progressions arithmétiques et géométriques. 417
Des progressions arithmétiques. *ibid.*
Trouver un terme quelconque d'une progression arithmétique. 418
Insérer plusieurs moyens proportionnels entre deux nombres. 420
Sommer une progression arithmétique. 423
Trouver le nombre de termes d'une progression dont on connoît le premier terme et le dernier plus la raison. 424
Formules algébriques sur les progressions arithmétiques. 425
Des progressions géométriques. 426
Trouver un terme quelconque d'une progression géométrique. 427
Insérer plusieurs moyens proportionnels entre deux nombres. 429
Sommer une progression géométrique. 432
Trouver le nombre des termes d'une progression géométrique dont on connoît le premier terme, le dernier et la raison. 433

Formules algébriques sur les progressions. pag. 434
CHAP. XIV. Des logarithmes. 435
Construction des tables. 436
Propriétés des logarithmes des tables. 437
Usages des logarithmes. 438
Usage des tables de logarithmes. 441
Calcul par logarithmes. 450
Usage avantageux du complément arithmétique. 454
Notes sur le papier monnoie, le maximum, les réquisitions et préhensions. 457
Tarif des matières et effets à employer pour chaque objet à confectionner pour le service des armées. 459
État des prix approximatifs par lesquels les négocians peuvent traiter avec les étrangers qui arrivent dans les ports de la république. 469

FIN DE LA TABLE DU TOME PREMIER.

Fautes essentielles à corriger.

Page 36, ligne 18, Diopmonique, *lisez* Gnomonique.
Page 81 ligne 28, 1810, *lisez* 1890.
Page 92, ligne 16, 13 brumaire an 10, *lisez* 13 brumaire an 9.
Page 128, lig. 19, *lisez* 32 au lieu de 39.
Page 164, lig. 1, *lisez* (41) au lieu de (54).

607315

Digitized by Google